

EDUARDO TORROJA  
OFICINA TÉCNICA DE INGENIERÍA  
MADRID

# MEMORIA

Fecha.....

Núm. ~~12.301~~

9.301

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

PROYECTO DE PUENTE SOBRE LA BAHÍA DE CÁDIZ

---

M E M O R I A

---

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

I N D I C E

---

ÍNDICE DE LA MEMORIA

Páginas

UTILIDAD DE LA OBRA ( Introducción ) - - - - - I

DESCRIPCIÓN GENERAL Capítulo I

Elementos que comprende la obra - - - - -	10
Gálibos - - - - -	11
Justificación de la estructura - - - - -	12
Justificación de la cimentación - - - - -	17
Justificación del tipo de tramo giratorio - - - - -	20
Hipótesis de cálculo - - - - -	24
Justificación del empleo de aceros especiales - - - - -	26
Descripción de los tramos metálicos fijos - - - - -	28
Descripción del tramo giratorio - - - - -	31
Descripción de los tramos sobre pilotes. - - - - -	36
Observaciones al pliego de condiciones - - - - -	39
Observaciones al presupuesto - - - - -	41

CÁLCULO DE LOS TRAMOS METÁLICOS FIJOS. Capítulo II.

Losas de piso - - - - -	43
Viguetas - - - - -	48
Cálculo de los momentos en los cuchillos - - - - -	63
Cálculo de los esfuerzos cortantes en los cuchillos - - - - -	68
Esfuerzos en cada barra - - - - -	74
Comprobación de las barras - - - - -	78
Estudio de la cabeza de compresión - - - - -	87
Esfuerzos concentrados en los nudos - - - - -	91
Esfuerzos durante la construcción - - - - -	94
Aparatos de apoyos de los tramos fijos - - - - -	99
Cimentación de los tramos fijos - - - - -	104

CÁLCULO DEL PUENTE GIRATORIO. Capítulo III.

Páginas

Losas de piso - - - - -	109
Viguetas - - - - -	114
Largueros - - - - -	115
Cálculo del peso propio - - - - -	122
Esfuerzos debidos a los cambios de temperatura - - - -	126
Cálculos de los cuchillos bajo el peso propio - - - - -	130
Esfuerzos debidos a la sobrecarga del ferrocarril - - -	132
Esfuerzos debidos a la sobrecarga de carretera - - - -	144
Esfuerzos totales en cada barra - - - - -	147
Comprobación de cada barra - - - - -	152
Comprobación de la cabeza de compresión y los nudos - -	155
Aparatos de apoyo del tramo móvil - Rótula - - - - -	157
Cuña de apoyo y rodillo - - - - -	163

TRAMOS DE HORMIGÓN SOBRE PILOTES. Capítulo IV.

Cálculos de las vigas - - - - -	167
Cálculo de los pilonos - - - - -	174
Cálculo de los pilotes - - - - -	177

ANEJOS.-

- Anejo nº 1  
Cálculo gráfico de los tramos fijos.
- Anejo nº 2.  
Líneas de influencia para el cálculo de las cabezas del tramo móvil.
- Anejo nº 3.  
Líneas de influencia para el cálculo de las diagonales del tramo móvil.
- Anejo nº 4.  
Cálculo gráfico del tramo móvil.
- Anejo nº 5.  
Tren de sobrecargas.
- Anejo nº 6.  
Fórmulas de cálculo de la rótula del tramo móvil.

PROYECTO DE PUENTE SOBRE LA BAHÍA DE CÁDIZ

Un puente entre las puntas de Trocadero y Puntales permite un acortamiento grande en las vías de comunicación de Cádiz y su puerto, con Jerez y el interior de la Península; y es necesario empezar por probar que el beneficio que esto representa, compensa con creces el coste de la obra.-

Ni la escasez de datos que hemos podido recoger ni nuestro carácter de técnicos son los más indicados para resolver brillantemente esta cuestión. Sin embargo, como no hacemos otra cosa que presentar nuestra idea y nuestro proyecto a la aprobación superior, otros son los que han de decidir esta cuestión y con más conocimiento de causa y más pericia que nosotros; así pues, no hacemos más que apuntar someramente las razones que por escasas y deslabazadas que vayan, bastan a nuestro entender para convencer prontamente de la utilidad y productividad de la obra.-

Emboquemos la discusión por su punto fundamental: el aspecto económico y comercial:

Determinemos primero las economías y beneficios que se obtienen directamente con solo el tráfico actual.- De Cádiz a la estación del empalme con la línea de Trocadero hay actualmente 28 kilómetros por ferrocarril y con la variante que proponemos, se reducen a 11 km. aproximadamente; es decir: un acortamiento de 17 kilómetros.-

Por carretera el acortamiento es de 18 kilómetros.-

No habiendo podido conocer los datos del tráfico actual del ferrocarril entre Cádiz y Puerto Real, nos hemos de valer como base de nuestro estudio de los datos del tráfico del puerto, a la amabilidad de cuyo personal directivo los debemos.- Con ello podrá pensarse que parte de este tráfico del puerto proviene o va a parar al

mismo Cádiz, pero esta parte es evidentemente muy pequeña; en cuanto al tráfico de exportación puede decirse que todo él viene del otro lado de la Bahía, excepto la sal que desde luego dejamos fuera de nuestro estudio; en cuanto al tráfico de importación, indudablemente una parte entra en Cádiz para consumirse allí, pero es sin duda pequeña y menor que la que representa el tráfico de entrada por vía interior para el consumo de Cádiz, cifra con la que no contamos por no tener datos concretos sobre ella.- Se puede asegurar por consiguiente, que en este caso el tráfico del ferrocarril es superior al del puerto porque la población no exporta de por sí y en cambio consume más de lo que recibe por vía terrestre que por vía marítima, como sucede siempre con aquellas poblaciones del litoral, que tienen tras de sí una zona agrícola rica en régimen de exportación.

Partitemos pues de los datos de tráfico del puerto. Ahora bien, qué tarifas kilométricas hemos de aplicar a éste tráfico?

El ferrocarril, está actualmente sin duda alguna en situación desfavorable porque necesita dar un rodeo de 28 kilómetros para ir por ejemplo de Cádiz a Puerto Real, mientras que la distancia por vía marítima entre estos dos puntos, es solamente de 12 kilómetros

La dura competencia que esto representa le ha obligado a bajar las tarifas y así resulta que actualmente el coste kilométrico medio entre Cádiz y Trocadero es aproximadamente 0,55 del coste kilométrico entre Cádiz y Jerez.- En el momento en que desaparezca el rodeo la causa de esta rebaja comercial y el beneficio que puede obtener la Compañía Ferroviaria es mucho mayor que el que corresponde a la tarifa kilométrica actual multiplicada por el acortamiento.

Pero vamos a prescindir también de esto y vamos a calcular la economía que reporta el acortamiento, con las tarifas que rigen actualmente entre Cádiz y Trocadero, que son como decimos, las más bajas de esta zona casi en una mitad.-

Con arreglo a ellas, con un acortamiento de 16,700 metros y con los datos de tráfico de año 1.926, que no es ni con mucho el de mayor intensidad de último quinquenio, se obtiene la siguiente economía :

<u>Mercancía</u>	<u>Tonelaje</u>	<u>Tarifa kilométrica</u>	<u>Coste actual</u>	<u>Coste por la variant</u>
Carbones	41.000	0,1375 pt	28 km. 158.000	11,3 km 64.000
Duelas	9.500	0,1625 "	43.300	17.400
Vinos	23.500	0,1625 "	107.000	43.100
Cereales	1.500	0,1375 "	5.800	2.320
Aceites	1.000	0,1625 "	4.500	1.830
Plátanos	4.200	0,4000 "	47.000	19.000
Pescados	17.000	0,4750 "	226.000	91.000
Tabacos	5.500	0,1625 "	25.000	10.100
Cementos	7.500	0,1375 "	28.800	11.600
Varios	<u>25.000</u>	0,1375 "	<u>96.000</u>	<u>38.800</u>
	120.700		741.400	299.250

Economía mínima en el tráfico actual de mercancías por ferrocarril = 441.250 ptas.

Con las tarifas generales hasta Jerez ésta economía subirá a unas 800.000 pesetas.-

En el tráfico de viajeros debiéramos mirar mas a la parte de rapidez y comodidad que al aspecto económico, pero prescindamos ahora de esto. En Cádiz, entran diariamente cuatro trenes de viajeros y salen otros tantos, pongamos un promedio de 40 viajeros por tren y una tarifa media de 0,06 pesetas kilómetro; nuestro acortamiento representa una economía actual de

$$320 \times 16,7 \times 0,06 \times 365 = 117.000 \text{ pesetas.}$$

Estudiemos ahora el tráfico por la carretera. Aquí la dificultad no es simplemente de información; la dificultad está en separar el tráfico que es simplemente de Cádiz a San Fernando y el que sigue para Puerto Real y Jerez; No basta con observar el tráfico al otro lado de San Fernando porque entonces se incluye también el que procede solamente de esta población; sería necesario hacer observaciones simultáneas a la salida de Cádiz y de San Fernando para reconocer los carruajes que salen del primero y pasan del segundo.

Observaciones hechas a la salida de San Fernando, después de la carretera de Chiclana acusan un movimiento de 150 a 200 coches diarios, tomemos el mínimo y supongamos que esta tráfico se distribuya entre San Fernando y Cádiz proporcionalmente a su número de habitantes, esto es un tercio al primero y dos tercios al segundo, con lo cual creemos que nos quedamos más bien cortos para nuestro objeto, resultaría para el puente un tráfico inmediato de 100 coches; pongamos una economía de 0,20 por coche y kilómetro y resultará al cabo del año una economía de :

$$100 \times 18,0 \times 0,20 \times 365 = 132.000 \text{ ptas.}$$

Hemos de considerar por último el actual tráfico por mar. Dos vapores hacen diariamente el servicio de viajeros de Cádiz a Puerto Real, pero el movimiento principal no es el que llega hasta Puerto Real sino el que va a las factorías de Matagorda. Gran parte de este elemento obrero procede de Cádiz y en ésta época pasan de mil los obreros que hacen diariamente esta travesía dos veces en los vapores de la Sociedad Española de Construcción Naval y de la Compañía Trasatlántica. Prescindamos de los viajeros de Puerto Real y del aumento enorme que se tiene que producir en este movimiento en cuanto estuviera hecho el puente, pues ahora preferimos contar solamente con el tráfico actual tomando por defecto aquellos datos que no puedan conocerse exactamente.- Pongamos una sola tarifa de 0,15 pesetas solamente para el viaje, tarifa que todo el mun-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

do pagaría gustoso por la comodidad y rapidez de viaje, pues ahora se paga en el trayecto de Cádiz a Puerto Real 1,50 pesetas por persona, resultan al cabo del año :

$$365 \times 2 \times 1.000 \times 0,15 = 109.500 \text{ pesetas.}$$

Sumando todas estas cifras obtenemos una economía o beneficio total de 800.000 pesetas, pero creemos que cuando se completen los datos esta cifra aumentará a vez y media o al doble de ésta.- Ya hemos visto que con solo considerar las tarifas generales que rigen entre Cádiz y Jerez esta cifra aumenta en otras 400.000 pesetas, y en cuanto se hiciera el puente, el tráfico local aumentaría enormemente.- Cádiz hoy no tiene por donde expansionarse y en cuanto se le pusiera en comunicación directa con Puerto Real y Puerto de Santa María, estas poblaciones aumentarían rápidamente y con ellas el movimiento con Cádiz.-

Contando sin embargo con la anualidad de 800.000 pesetas como la obra vale 12.650.000 pesetas, resulta un interés total de 6,32 % y por consiguiente, dando al capital un interés del cinco por ciento se amortiza la obra en treinta y dos años.-

Pero en realidad el cálculo no debe hacerse así; primeramente al hacer este puente y lanzar por él el tráfico rápido y pesado se innecesario en bastantes años el refuerzo o sustitución de los puentes de la actual línea sobre Río Arillo y Sancti-Petri y las marismas, cuya sustitución no representa menos de un millón quinientas mil pesetas. Además el tráfico y por tanto el beneficio ha de aumentar muchísimo en este periodo y solo con contar una anualidad de un millón de pesetas y descontar el valor de este refuerzo de los otros puentes, el plazo de amortización se reduce a diez y seis años.-

Salta inmediatamente a la vista que estos beneficios no son de aquellos que pueda percibir fácilmente la industria particular, siendo esta una obra que a todas luces corresponde al Esta-

do o a las entidades locales, pero a nuestro entender corresponde más propiamente al mismo Estado y por eso dirigimos a él nuestro proyecto.-

Como acabamos de ver esta obra puede reportar un beneficio que desde el primer momento compense con holgura el desembolso hecho, pero en realidad para el Estado el problema de los beneficios directos e inmediato que pueden obtenerse de una obra es lo de menor importancia; para él lo más importante es el beneficio indirecto que puede reportar la obra, los beneficios más lejanos a los que la industria particular no puede esperar, el aumento de comodidad o de riqueza que representa para una región.- I aquí es precisamente donde la importancia del puente se presenta con mayor amplitud.-

Si difícil es conocer al tráfico actual, cuanto más no ha de serlo el del porvenir. No nos atrevemos a dar cifras sobre este punto, quien ha de informar y de decidir sobre la conveniencia del puente lo hará con mayor conocimiento y pericia; pero si nos permitiremos hacer algunas consideraciones sobre el desenvolvimiento de esa región, que bastan a nuestro modo de ver para probar que si bien el límite que ha de alcanzar el futuro tráfico es difícil de precisar, en cambio su importancia y su desproporción con el actual son indudables.-

Situado entre Sevilla y Algeciras, el puerto de Cádiz extiende su hinterland por toda la cuenca del Guadalete; el ferrocarril de Ronda a Algeciras arrastra hacia este puerto todos los productos de la cuenca del Guadiaro; por el Norte el de la Roda a Utrera encauza a Sevilla el tráfico de los llanos de Morón, Osuna y Marchena, pero desde el mar hasta ese límite por el Norte, todo el terreno comprendido entre las crestas de Tarifa a Ronda por un lado y las marismas del Guadalquivir por otro tienen su salida normal por el puerto de Cádiz.

Dentro de esta zona se observa inmediatamente la carencia de un ferrocarril que la cruce, porque no puede decirse esto del

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

de Sevilla a Cádiz que lo que hace es precisamente contornearla siguiendo el borde llano de las marismas. El verdadero ferrocarril de esta zona es el de la Sierra cuya construcción está en marcha; este es el que cruzando de punta a punta una zona más rica ha de estimular su riqueza y llevarla toda hacia Jerez y Cádiz.

Al lado de este elemento fundamental de tráfico que pronto estará en explotación, se nos presenta por un lado el pantano de Guadalquivir cuyos regadíos están empezándose y han de alcanzar hasta doce mil hectáreas, y el grandioso proyecto de desecación de las marismas del Guadalquivir que también ha de tener realidad muy pronto, y una gran parte de cuya extensión corresponde al hinterland de Cádiz.-

Basta apuntar los nombres de estas empresas: construcción de ferrocarriles, pantanos de regadío, desecación de marismas, para comprender la magnitud del desarrollo que en esta como en otras tantas regiones de España se prepara en estos momentos.-

Ahora bien, aparte del pequeño sector comprendido entre Medina-Sidonia, Chiclana y Vejer todo el tráfico de exportación e importación de esta zona ha de venir por los tres ferrocarriles de Sanlúcar, de Sevilla y de la Sierra a coincidir en Jerez para ir luego juntos en busca del mar; Cádiz es el puerto de la provincia y Jerez el corazón al que vienen a parar todas las arterias del tráfico, y cuanto sea acortar o mejorar la comunicación entre Cádiz y Jerez es de importancia capital para la región entera.†

Añadamos a esto las cualidades del Puerto de Cádiz como escala obligada del movimiento trasatlántico con América del Sur, la posibilidad de establecer en Cádiz el puerto pesquero del sur de España y la zona franca que poblaría de industrias la margen Oeste de la Bahía y comprendemos la gran ventaja que para ello reportaría la vía de comunicación entre Puntales y Trocadero.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Doblemos ahora la hoja de los optimismos y miremos a las dificultades o inconvenientes que esta obra puede presentar.-

La variante es muy corta y se extiende toda ella por terrenos de muy poco valor e inútiles para el cultivo.-

Tampoco creemos que pueda perjudicar a otros intereses existentes; únicamente la línea actual de los Ferrocarriles Andaluces podría tener la competencia; pero en el régimen actual el Consejo ferroviario tiene medios de satisfacer el interés general sin perjudicar al particular de una Empresa a quien correspondería seguramente la explotación de ésta línea nueva.-

Para San Fernando tampoco representa perjuicio el que se abra una nueva línea de tráfico independiente de él, porque conserva los actuales en iguales condiciones; para la navegación y en particular para la Marina de guerra y la Base Naval, podría ser un inconveniente el puente, pero entendiéndolo así, hemos buscado la solución que sobre todo asegure a la Marina de guerra una salida siempre segura. Podrá parecer a primera vista que la solución más complera sería la de hacer el puente con una rampa lo suficientemente fuerte y larga para que el recinto de la misma quedara por encima de los mástiles de nuestros buques. Sin embargo en este caso habría un peligro bien que remoto y sería el de que en caso de guerra pudieran undir el puente e interceptar con ello el paso a la navegación. Por el contrario, con el sistema de un tramo giratorio que deje dos canales libres con ancho en cada una de ellas para el paso de cualquier barco, la seguridad es mucho mayor porque en el caso de una conflagración podría sin dificultad dejarse el puente abierto estableciéndose el tráfico de Cádiz por la línea actual, y dejando así a la Marina de guerra una doble salida de tal modo dispuesta, que aún en el caso desgraciado de que una granada enemiga derribara el puente, no podría interceptar éste mas que una de las

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

canales dejando la otra completamente libre para el paso de los buques. Creemos que el sistema de tramo giratorio sobre eje vertical de dos brazos iguales, es el único que asegura en todo momento el paso a la navegación y que le asegura por completo.-

Por todas las consideraciones apuntadas, creemos esta obra de interés general y reproductiva para el Estado; y entendiéndolo así y correspondiendo a la amable acogida con que algunos elementos de aquella región han recibido nuestra idea, nos hemos decidido a desarrollar el proyecto que exponemos a continuación.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

CAPITULO I.

DESCRIPCIÓN GENERAL

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA OBRA

Arrancando con el ferrocarril de la curva que forma éste para embocar en el muelle del Trocadero y con la carretera desde el kilómetro 647,5 por el lado de Puerto Real, avanzamos con las variantes de ferrocarril y carretera por un terreno llano rodeado de salinas hasta subir con rampas en terraplén de tres y media milésimas para el ferrocarril y de 10,5 milésimas para la carretera; embocamos el puente que empieza por una alineación en rampa de 3,5 milésimas sobre pilotajes, continua luego la parte metálica en horizontal con 438 metros de longitud en medio de la que se abre el puente giratorio y termina por el otro lado con una nueva rampa de 3,5 milésimas también sobre pilotajes hasta llegar a la margen opuesta; continua allí la misma rampa de ferrocarril en terraplén y otra también en terraplén de 10,8 milésimas para la carretera, y por fin terminan ambas en curva hasta empalmar por el lado de Cádiz con el ferrocarril en su kilómetro 136 y con la carretera en el 674.-

Vemos pues que la obra está formada por :

Unas pequeñas avenidas de terraplén que alcanzan hasta la bajamar y que están defendidas en toda la altura en que pueden ser bañadas por el oleaje, por escollerao; forma luego un elemento muy importante del puente las partes laterales formadas de tramos de hormigón armado apoyados sobre palizadas cimentadas con pilotaje con los cuales se alcanzan calados hasta de 6,00 a 6,40 metros aproximadamente; la parte central más importante del puente y de mayor calado, está formada por varios tramos metálicos con piso de hormigón, y uno central giratorio sobre la parte más profunda de la canal; este tramo consta de dos brazos iguales de 57

MADRID

metros de luz entre ejes que giran sobre un apoyo central de modo a dejar dos canales libres para la navegación, a uno y otro lado, con amplitud suficiente para el paso de cualquier barco.-

Con esta ubicación y reparto de luces de la obra logramos una longitud mínima de puente, no estrangulamos para nada el paso de la corriente de marea en la Bahía ya que el ancho de los apoyos no representa nada en medio de los 1.200 metros de longitud que quedan en bajamar entre ambas márgenes, no estorbamos el atraque del Muelle de Puntales porque únicamente puede atracarse en él con el calado existente, en la parte extrema del muelle que queda suficientemente separada de nuestras obras; el puente queda en perfectas condiciones para enlazar la zona franca que desea Cádiz si algún día llega a construirse, pues la alineación del puente va a coincidir con el primer malecón de esta zona, y por consiguiente se presta muy bien para hacer una vía apartadero que pueda servir a toda ella.

Claro es que si el Estado ha de emprender esta obra, podría este mismo primer malecón de la zona franca servir para el paso de las vías de tráfico acortando así en unos 500 metros de longitud del puente y abaratando su coste en 2.600.000 pesetas, pero como no conocemos las probabilidades de llevarse a cabo esta obra, proyectamos la nuestra independientemente llegando de una a otra margen sin necesidad de apoyarse en otro proyecto.-

#### GÁLIBOS

Hubiera sido nuestro deseo proyectar esta obra para doble vía y para un ancho de carretera no solamente igual al normal de carreteras de primer orden, sino con ancho suficiente para dar paso también a una o dos líneas de tranvías, pero como el coste se elevaría mucho y a nuestro entender, en desproporción con las ventajas que habrían de obtenerse de este aumento en bastantes años, nos hemos limitado a proyectar el puente para una sola vía de ferrocarril de ancho español, y una carretera de 6,00 metros que queda reducida a

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

5,60 metros por los bordillos de defensa de los tramos metálicos, y dos andenes laterales de 1,50 metros para los peatones; en realidad el andén que queda del lado del ferrocarril tendrá poca utilización pero es necesario para regularizar los esfuerzos en la estructura metálica y ha de tener a nuestro entender gran utilidad para el servicio del ferrocarril como pasarela de servicio sobre la cual pueden acopiarse materiales y por la cual pueda darse también tránsito al público sin inconveniente. Muchas soluciones pensamos para repartir el ancho del puente, pero de entre todas nos parece ser esta la más económica, cargando sobre tres cuchillos de los cuales el central separa la zona del ferrocarril de la de carretera con lo cual obtenemos una economía sensible en las viguetas y en los elementos del piso.-

Las rampas de acceso se proyectan con desiguales pendientes, también por razones de economía. La pendiente de 3,5 milésimas para el ferrocarril entendemos que es mas que suficiente para no entorpecer ni encarecer el tráfico; y como resultaría inutilmente suave para la carretera, disponemos las avenidas de ésta con pendientes de 10 milésimas con lo cual se reduce algo el coste de sus terraplenes.-

#### ESTRUCTURA.-

Empezando por el estudio de la estructura de la parte metálica, convendrá que hagamos algunas aclaraciones sobre los motivos que nos han inducido a adoptar la disposición algo extraña de sus elementos. Primeramente notaremos que aunque hablamos de parte metálica por diferenciarla del resto, en realidad se trata de una estructura mixta de puente metálico y de hormigón armado, ya que el piso de hormigón no forma un elemento independiente de los cuchillos como suele suceder en otros puentes, sino que forma la cabeza de compresión de éstos y está por consiguiente indisolublemente unido al concepto de cuchillo.- Es este un sistema sumamente racio-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

nal y económico que se emplea desde hace pocos años en puentes de ferrocarril y cuyos satisfactorios resultados le prometen un próspero porvenir. Basta recordar las atrevidas reparaciones de los puentes de la Paris-Lyon-Mediterranee sobre el Rhone en Lyon y en La Voulte en los cuales se han formado también las cabezas de compresión de hormigón armado y se han dejado al aire las partes metálicas tanto de hierro dulces como de fundición, obteniendo así una estructura muy económica y resistente que ha respondido perfectamente a todas las pruebas.-

El empleo de sistemas reticulados de hormigón y de perfiles laminados para armar los elementos más cargados es muy corriente y fué ya empleado por el Sr. Zaïra en los modelos de puentes de mayor luz, pero recubría todos los montantes y viguetas de hormigón, no solo para aprovechar la resistencia a compresión de éstos, sino para defender de la intemperie las partes metálicas sometidas a tensión; lo mismo hubiéramos hecho nosotros si las razones económicas no nos contuvieran en este camino. En una viga que alcanza alturas y cantos de 5 y de 15 metros, las dificultades del hormigonado de los montantes y diagonales son grandes y su utilidad resistente pequeña si no se aumentan fuertemente las escuadrías de estas piezas, y al aumentarlas resulta un aumento de peso que redundará naturalmente en aumento de coste de toda la estructura, no solo por el volumen de hormigón que llevan en si estos elementos sino por el aumento de hierro que hay que disponer para sostener su propio peso.- Así pues hemos dejado todos los montantes diagonales, y cabezas de tensión al aire como en un puente metálico cualquiera y no hemos hecho otra cosa que sustituir la cabeza de compresión metálica por los elementos de hormigón que forman al mismo tiempo el piso, siguiendo los pasos marcados por Boulogne.- Claro es que al obligar al piso de hormigón a trabajar al mismo tiempo a flexión bajo las sobrecargas directamente aplicadas y a compresión como ca

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

baza de las vigas principales, resulta un estudio de éste más complicado pero no por eso menos interesante ni de menor seguridad.-

Estas son en sus líneas generales las consideraciones que nos han inducido a proyectar una estructura metálica de este tipo y siendo consecuentes con la teoría fundamental del hormigón armado que consiste en transmitir al hormigón los esfuerzos de compresión y al hierro los de tensión, nos hemos visto llevados de la mano a proyectar una estructura en la cual el piso forme siempre la cabeza de compresión del cuchillo; evidentemente esta estructura es la que forma una viga de piso inferior apoyando sobre dos apoyos con sus extremos en voladizo y recibiendo en estos extremos la carga de dos tramos más pequeños de piso superior, siempre que las proporciones entre los tramos, los voladizos y las separaciones de los apoyos sean tales, que en el tramo con vuelo los elementos sean siempre negativos o positivos de muy poco valor.-

Diferentes tanteos nos han conducido al resultado de hacer la separación entre los apoyos del tramo con voladizo de cincuenta metros; la longitud de estos vuelos 18 metros; y la longitud del tramo colgado 36 metros. Con estas luces logramos que aún en el caso de estar solamente cargada la parte comprendida entre los dos apoyos, los momentos no sean positivos o tengan muy poca intensidad. Así pues, la resistencia del hormigón se aprovecha a su máximo, y el coste de la estructura puede reducirse a un mínimo.-

Podrá pensarse que estas ventajas de utilizar el piso de hormigón como elemento resistente de los cuchillos tienen solamente ventajas en la carretera donde es necesario este piso, pero que no las debe tener en el ferrocarril donde la vía con sus traviesas puede asentarse directamente sobre los largueros metálicos del puente; sin embargo, es este otro punto fundamental en el cual queremos insistir; la ventaja enorme que para la explotación de un

ferrocarril representa la continuidad de la vía, es decir, el asiento continuo de ésta sobre balastro a través de las obras de fábrica y metálicas. No parecerá extraña esta teoría a ningún ferroviario, máxime si se tiene el ejemplo de los puentes ingleses que en gran número tienen balastro para asiento de la vía en toda su longitud. Una de las ventajas que se pregonan en favor de las obras de fábrica, es precisamente el que permiten esta continuidad de la vía; pero desde el momento de colocar al puente metálico un piso de hormigón le habremos dado también esta misma ventaja.- Así pues, no hemos dudado un momento en disponer la vía en toda la longitud del puente, incluso del tramo giratorio, sobre balastro porque creemos que el aumento de peso muerto y por consiguiente de coste en la obra que esto puede representar queda sobradamente compensado con la seguridad y facilidades de explotación que presenta la continuidad de la vía y creemos que esta es quizá la principal ventaja del empleo de esta estructura mixta, que proporciona un cimiento perfecto y económico al balastro.- Aparte de esto, el piso de hormigón para el ferrocarril presenta las ventajas de no ser oxidable bajo la acción del agua ni de las escorias, de amortiguar grandísimamente las vibraciones por efecto de la elasticidad del balastro y de proporcionar al puente mucha mayor masa, con lo cual se disminuye también el efecto perturbador de los esfuerzos dinámicos.-

Como venimos diciendo el sistema ha sido empleado ya en varios puentes de ferrocarril y no presenta por consiguiente novedad, pero para tranquilizar completamente sobre la seguridad del sistema hemos entrado en el estudio de la composición de esfuerzos y de todos los esfuerzos anormales y secundarios que pueden producirse en los elementos del piso on cabeza de compresión, para que no pueda quedar duda sobre sus perfectas condiciones de resistencia.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID LONGITUD QUE CONVIENE DAR A LA ESTRUCTURA PRINCIPAL/-

Como puede verse por el presupuesto, el precio del metro lineal de puente sobre pilotajes es aproximadamente la mitad del precio del metro lineal de estructura mixta, por consiguiente conviene reducir en lo posible esta última; la longitud de la estructura de pilotajes viene limitada por los calados; a medida que aumenta el calado la estabilidad de la estructura disminuye, por tanto es necesario reforzar los pilotes en número o en tonelaje y con ello se pierden sus ventajas económicas.- Hasta qué profundidad conviene llegar con esta estructura de pilotajes es una cosa difícilísima de determinar, pero basta observar el perfil del fondo del cauce para ver que entre Puntales y la parte más profunda del Caño, hay una especie de meseta horizontal de más de 200 m. de longitud con profundidades comprendidas entre 6,00 y 6,40 metros. El cubrir esta parte con tramos pequeños sobre pilotajes o con la estructura principal, representa una diferencia en el presente presupuesto de un millón y medio de pesetas aproximadamente, y ante esta cifra, se comprende la conveniencia indudable de llegar hasta esa profundidad con los pilotes. Por otra parte, como puede comprobarse más adelante en el cálculo, la sobrecarga que resulta sobre los pilotes a esa profundidad, ni por esfuerzos de pandeo ni por esfuerzos transversales pasa todavía de los límites convenientes para esta clase de fábrica. Así pues, dejaremos reducida a 438 metros la longitud de la estructura mixta, y a 800 metros la de la parte de pilotajes, salvando con la suma de estas longitudes la distancia total que media entre bajamares de una y otra orilla.-

Es decir, fijada así aproximadamente la longitud de la parte metálica y fijada por consideraciones que más adelante haremos, en 114 metros la distancia a salvar con el puente giratorio, quedan a cada lado 158 metros de estructura metálica o mixta, y evidentemente, la forma más económica de salvar esta luz con la estructura de que venimos hablando, es colocar dos apoyos a cada lado cimenta-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

dos por aire comprimido a 50 metros de separación para apoyar sobre ellos la viga principal que con dos tramos laterales colgados puede salvar toda la luz.- Como la cimentación de esta parte tiene que ser realizada por aire comprimido y esta cimentación es muy cara, en cuanto redujéramos las luces sería preciso colocar por lo menos un cimiento más y el sobrecosto de esta cimentación anularía con creces la economía de la superestructura; por otra parte, el aumento de las luces tampoco conduce a economía, ya que como hemos visto con esta disposición nos basta para salvar la zona de mayor calado.- Creemos, pues, haber justificado en sus líneas generales la disposición de nuestra obra.-

#### CIMENTACIÓN /+

No es de negar que uno de los problemas más serios de la construcción de este puente es la parte de cimentación, pero tampoco podemos pensar que esta dificultad puede causar temores, ni sobre la posibilidad de construcción ni sobre la resistencia de la obra. No nos habiéramos decidido a proyectar un puente de estas proporciones si no conociésemos la Bahía de Cádiz con algún detalle; hemos tenido la fortuna de trabajar durante cinco años en construcciones de ésta índole y hemos proyectado y dirigido varias obras en esa Bahía; hemos recogido también durante este plazo numerosas referencias de todas las obras en construcción; y de todos estos datos acumulados hemos sacado una impresión completamente favorable sobre este asunto.- Por el lado de Puntales la punta dura que avanza por fuera del mar ha de prolongarse también por debajo de éste con un buzamiento no muy grande, es decir, que por este lado esperamos encontrar a profundidad muy pequeña al principio y creciente después, el mismo terreno de cimentación que acusaron los sondeos escrupulosamente hechos sobre el lugar del emplazamiento del Dique seco, y que acusaron siempre una marga caliza, compacta, con betas areniscas, sobre la cual los pilotes dan rechazo

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID absoluto, y las cimentaciones de aire comprimido quedan completamente aseguradas. La posible dificultad está más bien por el lado de Matagorda; las hincas de pilotes hechas allí para los muelles de armamento, permiten asegurar que en una profundidad de 15 metros no aparecerá terreno francamente duro, pero sí capas de arena fangosas de regular capacidad.- Los pilotes que se han hincado allí han dado el rechazo debido al llegar a profundidades comprendidas entre 10 y 15 metros, siempre que se ha tenido la precaución de esperar a que el asiento del terreno obrara sobre ellos.- Por consiguiente, sobre la parte de pilotajes del lado de Matagorda tenemos datos suficientes para creer sinó asegurar que los pilotes han de quedar en perfectas condiciones de resistencias sin longitudes excesivas.-

En cuanto a las cimentaciones de aire comprimido puede ser necesario bajarlas a más profundidad y es lo probable que aquí suceda en algunos cimientos, pero desde luego dentro del límite de los 24 metros en bajar que nosotros hemos marcado, hemos de encontrar terrenos suficientemente buenos para asegurar esta cimentación. La mayor profundidad de cimentación que conocemos en la Bahía de Cádiz no pasa de 20 metros; en puente del ferrocarril sobre el Caño de Sancti-Petri, a los 17 metros se encontraban ya margas suficientemente compactas; en el puente de la carretera cuya construcción hemos dirigido durante algún tiempo aparecía a 12 metros de profundidad calizas estacioneras muy resistentes por unos lados y arenosas compactas por otros; en los pantalanes construidos para la Marina a la entrada de este Caño, la profundidad máxima de hincas oscilaba alrededor de 18 o 20 metros; en el antedique de la Base Naval, construido por aire comprimido, se llegó también a una profundidad análoga, donde el terreno era ya sumamente compacto.- Vemos que todos los datos y todas las hipótesis racionales conducen al resultado de que estos terrenos aumentan de compacidad y resistencia a medida que se profundiza en ellos,

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID no tan solo por la compresión producida por la carga de los fangos superiores, sino también por la mayor proporción de arena sobre el elemento gelatinoso del fango que se produce a medida que la profundidad y la presión aumentan.- Además, la carga que se proyecta sobre el terreno es solamente  $5 \text{ kg/cm}^2$  y cuando se alcancen profundidades grandes, no puede o no debe contarse solamente con la resistencia del terreno a la compresión en superficie libre, sino que hay que tener en cuenta también que constituye un elemento muy importante de resistencia del cimiento el peso del terreno sobre el plano de cimentación y la resistencia pasiva que éste recibe de la cohesión y del coeficiente de fricción del terreno que hay sobre él.- Somos enemigos de la aplicación de la teoría de Rankine a toda clase de terrenos y precisamente en tierras como éstas donde el talud natural y por consiguiente el ángulo de fricción es pequeño y en cambio, la cohesión grande es mucho más racional aplicar las fórmulas comprobadas de Fohler para cuerpos cohesivos que tan buenos resultados dan y que tanta aplicación están recibiendo en Inglaterra para las cimentaciones sobre fangos gelatinosos.- Así pues, con arreglo a éstas fórmulas hemos deducido las resistencias que se deben obtener a diferentes profundidades partiendo de características iguales a las del terreno de la superficie, con arreglo a los estudios hechos por el Ingeniero Sr. Botín en la parte de Matagorda, pero además hemos determinado también esta resistencia con arreglo a la fórmula de Rankine, es decir prescindiendo de la cohesión del terreno; y aún en las peores condiciones, resulta que si se aumenta la profundidad del cimiento a los límites antedichos, la carga resistente del terreno es enormemente superior a la de este mismo terreno en su superficie, y siempre queda asegurada la cimentación con coeficientes de seguridad grandes; pero en fin, aunque esto no sucederá y aunque llegásemos a profundidades máximas al límite práctico para las cimenta-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

ciones por aire comprimido, con terrenos tan sueltos como los fangos de Matagorda, siempre nos quedaría para consolidarlos el sistema de inyecciones con el que tan seguros resultados ha obtenido Don Alfonso Peña en los fangos de Bilbao, y que nosotros también hemos tenido ocasión de emplear; haciendo una serie de inyecciones alrededor del cimiento con un metro de ancho, la carga a resistir bajaría a poco mas de un kilogramo por centímetro cuadrado, pero no insistiremos sobre un problema que no se ha de presentar.-

También los calados existentes pueden parecer una dificultad para empezar los trabajos de cimentación. Quizá parezca inmodestia volver a exponer en pro del sistema que proponemos nuestra práctica en esta clase de trabajos, pero como este sistema de cajones flotantes circulares como cámara interior hiperbólica, es exactamente igual al que propusimos a nuestro querido profesor Don J. Eugenio Ribera en el proyecto del puente de Sacti-Petri cuya construcción dirigimos después, creemos que no es necesaria esta reseña para afianzar nuestro aserto. Allí, el fondo de uno de los cajones se hincó con 10 metros de calado en bajamar, es decir, un metro más del límite de calado de la canal en el emplazamiento de este puente y todas las operaciones se realizaron sin dificultad ninguna como puede comprobarse todavía, ya que el puente continua en construcción bajo la dirección de nuestro compañero Don Francisco Ruiz Martínez. Creemos pues que si el puente no se construye no será por dificultad de ejecución ni de resistencia de los cimientos, ya que en la misma Bahía de Cádiz se están construyendo otros iguales y si me atrevo a decirlo, con mayor dificultad, es decir, con mayor calado y mayor corriente de marea.-

#### TRAMO GIRATORIO.-

Para terminar estas consideraciones generales sobre el puente y antes de entrar en la descripción de cada uno de sus elementos

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID diremos algunas palabras sobre la elección del tipo de tramo móvil y del ancho que se da a las canales de paso.-

Aparte de este razonamiento fundamental que hemos hecho anteriormente existen multitud de razones en favor de la elección de este tipo de puente móvil, y para ser más imparciales, copiaremos lo que dice Hovey, a quien consideramos como una de las principales autoridades mundiales en cuestión de puentes móviles:

« Cuando las condiciones del emplazamiento son favorables y no hay ninguna circunstancia restrictiva, el puente giratorio es el tipo más sencillo, mejor y más económico, tanto en cuestión de instalación como de conservación.»

Cuando el puente esté cerrado y sus extremos levantados suficientemente para proporcionar reacciones positivas sobre los apoyos, los dos brazos actúan como una viga fija sobre tres soportes; no hay tendencia a levantamiento en los extremos y por consiguiente no se necesitan anclajes sobre los apoyos; no hay ejes ni elementos mecánicos en la superestructura que requieran atención ni engrase especial; la maquinaria no está encargada mientras el puente está cerrado, y su única misión es la de transmitir la energía necesaria al puente para moverse.-

Cuando el puente está abierto, su peso muerto carga por entero en la pila central donde puede soportarse por un pilote sencillo.

No se necesitan contrapesos, y la única masa a acelerar es el propio puente.-

Para mover un puente de este tipo se necesita menor energía que para cualquier otro.-

La caseta de mando puede colocarse sobre el centro de la luz de modo que todos los movimientos de la estructura sean fácilmente observables y tengan una visualidad perfecta sobre los dos lados de la canal.-

Cuando el puente está abierto, no ofrece mayor resistencia al viento que cuando está cerrado, y no requiere por lo general aumento de potencia para moverse bajo un viento fuerte.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

El centro de gravedad de la luz está bajo, y el centro de presión del viento, permanece constante en elevación de tal modo que la estabilidad general de la estructura apenas cambia durante el movimiento.-

La distribución del peso muerto en las pilas es mucho mejor que en el tipo de puentes basculantes.-

El único peso que carga sobre las pilas es el debido al peso propio y a la sobrecarga, y no se necesita contrapeso como en los otros tipos, lo cual representa una gran ventaja para el cimiento cuando se hace sobre terreno blando.-

El puente proporciona dos canales navegables, lo cual tiene una gran ventaja cuando el tráfico es grande (o para dar doble paso a la Marina de guerra facilitando su salida o entrada).-

En los otros tipos, es necesario aumentar la potencia de los motores para los casos de viento, lo cual no es generalmente necesario en este tipo, de donde resultará una economía en los aparatos de maniobra, cuando el tramo giratorio, forma parte de un puente de mayor longitud, el tramo giratorio que salva dos luces permite reducir la luz de los tramos fijos abaratando su coste.-

Como el piso permanece siempre horizontal, puede emplearse cualquier tipo de pavimento (esta es una condición fundamental en nuestro puente, ya que para el ferrocarril empleamos balastro en toda la longitud).-

Las reparaciones de la parte mecánica se pueden hacer sin molestar al tráfico, porque en la pila central hay siempre sitio suficiente para apejar el apoyo y recambiar todas las partes del mismo.

El engrase del pivote central es mucho más sencillo y seguro que el de los ejes de otros tipos.-

La estructura metálica resulta mucho más económica y de más fácil construcción, y por lo general presenta también un aspecto más agradable \*

Después de estas manifestaciones copiadas casi textualmente de la obra de Hovey, nada hemos de añadir para justificar el empleo

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

del tipo del puente giratorio de eje vertical que proponemos. Unicamente diremos dos palabras para justificar el ancho libre adoptado para la navegación.-

Si algún día se construye la zona franca, el tráfico general a través de este puente será grande pero hoy por hoy puede decirse, que salvo los barcos pesqueros o salineros que por lo general son pequeños y traen mástiles abatibles, pudiendo por lo tanto pasar por debajo del puente sin necesidad de abrir el tramo giratorio, no ha de haber otro tráfico que el que proporcione la Base Naval, cuyas exigencias en cuestión de anchura son justamente mayores que las de la Marina mercante. Ahora bien, en el último concurso anunciado por la Base Naval para la construcción de un puente de carretera sobre el Caño de Sancti-Petri, se ha exigido la condición de que el tramo central tuviera una luz entre ejes de 48,00 metros y que estuviera preparado para convertirse en un tramo levadizo el día en que se hiciera el dragado general de este Caño, lo que constituye una mejora interesantísima de la Base, ya que ha de proporcionarle una salida por el otro lado de la Bahía.-Así pues, como el puente tiene unas pilas de 6,00 m. de anchura, resulta una canal libre en este puente de 42,00 metros.-

Parece que las razones de economía debieran decidir a usar las dos luces del puente que estudiamos análogamente a esta del puente de Sancti-Petri, ya que en cuanto se aumenta la luz, aunque sea en poca longitud, aumenta enormemente el coste del tramo, pero teniendo en cuenta que la navegación es siempre más difícil en la Bahía que en el Caño de Sancti-Petri, proyectamos nuestra obra con 57,00 metros de luz entre ejes, y con 50 metros de ancho entre paramentos de pilas, es decir, 8,00 metros mas ancho que el del Caño de Sancti-Petri.-

Un barco de 36 metros de manga puede cruzar por consiguiente el puente con un huelgo de 14,00 metros, y como el oleaje en este paso es siempre pequeño, nos parece que esto basta y sobra para asegurar el paso cómodo de todo barco.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

### HIPÓTESIS DE CÁLCULO.-

Todo el cálculo de estas estructuras se ajusta a las Instrucciones oficiales sobre puentes metálicos aprobadas por R.O. de 25 de Septiembre de 1.925. La sobrecarga de carretera se ha tomado completa para dos vías de circulación.- Los esfuerzos del viento no exigen en esta estructura arriostramientos horizontales porque el piso de hormigón forma de por sí un arriostramiento prácticamente inderformable; sin embargo se han tenido en cuenta los esfuerzos del viento sobre los cachillos y la flexión que en ellos se puede producir por este esfuerzo al estar empotrados por su parte inferior.- También se ha tenido en cuenta la acción del viento para el cálculo de los cimientos y para la estabilidad del tramo giratorio.- Igualmente el esfuerzo de frenado no produce acción sensible sobre los tramos, porque la compresión que transmite al hormigón produce una carga unitaria muy pequeña dada la gran sección resistente de éste, pero también se ha tenido en cuenta para el cálculo de la estabilidad de los apoyos, tanto en los cimientos de aire comprimido como en los pilotajes.-

Los esfuerzos de temperatura a tener en cuenta especialmente en el tramo giratorio obedecen principalmente a esfuerzos secundarios que se producen por efecto de la diferencia de temperaturas de las cabezas superior e inferior, efecto que tiene más importancia en esta estructura que en las metálicas por las diferencias de absorción calorífica del hormigón y del hierro.-

No da lugar a estudiar los esfuerzos producidos en el arriostramiento horizontal con los choques laterales del tren, porque nuevamente el piso constituye un elemento de sobradísima resistencia para ello.-

Las cargas que se puedan producir durante el montaje han sido objeto también de un estudio particular para el caso en que se quiera llevar los tramos por flotación una vez construidas y arma-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

da toda la parte metálica; entonces es posible hacer el hormigonado del piso sin necesidad de cimbras colgando los moldes de esta parte metálica, y en el capítulo correspondiente comprobamos que los esfuerzos que se producen en cualquier momento en este hormigonado llevándolo en la forma que se indica, no alcanzan los límites de trabajo previstos.-

Los esfuerzos dinámicos se tienen también en cuenta, pero como aquí no se trata simplemente de un puente metálico de ferrocarril, sino de un puente de estructura mixta de acero y hormigón y con doble tránsito de ferrocarril y carretera, estos esfuerzos influyen en mucha menor proporción que en un puente metálico ordinario.- El puente tiene una masa cuatro veces mayor que la de un puente metálico corriente de simple vía, y además el balastro y el hormigón forman un elemento elástico que amortigua fuertemente todas las vibraciones, como se ha comprobado repetidas veces en puentes con balastro.- Los apoyos de la estructura metálica son también muy rígidos y esto contribuye a disminuir las vibraciones en gran escala.- Por todas estas razones, y mirando siempre a las exigencias económicas de estas obras de tanta magnitud, hemos reducido en el cálculo la importancia de estos esfuerzos dinámicos.- Como por otra parte los pesos muertos tomados en el cálculo no coinciden exactamente con los obtenidos de las cubicaciones finales, quedan pequeñas diferencias que no hemos podido corregir, pero que no tienen tampoco importancia sensible ; a continuación indicamos las cargas totales de cálculo empleadas para el cálculo a la sobrecarga completa y las que se obtienen con el peso real y la sobrecarga de ferrocarril de la Instrucción aumentada en los dos tercios del coeficiente obtenido por la fórmula de esta Instrucción para esfuerzos dinámicos.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Tramos:	Giratorio 57 m.	Cantilever 50 m.	Colgado 36 m.
Carga de cálculo :	39.100	37.700	37.700
Carga real :	38.300	37.720	38.200

Hubiéramos deseado corregir estas ligeras desigualdades; pero como no redundaba en perjuicio de la obra y el tiempo nos apremiaba, no hemos querido repetir los cálculos.-

ACEROS ESPECIALES.-

En las piezas más cargadas de la estructura metálica, tales como gran parte de las cabezas de tensión y algunos montantes y diagonales próximos a los apoyos, proponemos el empleo de acero especial para disminuir el coste de la obra.- Indica la Instrucción que se justifique el empleo de estos aceros cuando se proponga su empleo. La mejor justificación que podemos dar, es que siendo el límite elástico mínimo del material que proponemos, 32 kg/cm<sup>2</sup> y la carga a rotura de 50 a 60 kg. puede admitirse, con arreglo a lo que marcan las Instrucciones, una carga de trabajo de 15 o 16 kg. sin sobrepasar el límite que allí se marca, esto es, la mitad del coeficiente de elasticidad; y como los precios a que puede suministrarse uno y otro material son respectivamente de 1,18 y 1,38 ptas/kg, la economía total es de un 15 %.- Claro es que con arreglo a este razonamiento parece a primera vista que deberíamos haber dispuesto toda la estructura de acero especial; sin embargo no es así porque las piezas comprimidas influyen mucho en el coeficiente de pandeo que aumenta a medida que la pieza se aligera, disminuyendo por lo tanto la economía resultante.- Por otra parte hay gran número de piezas cuya sección no depende solamente de la carga que han de resistir, sino de la rigidez que conviene darles.- Por todas estas razones creemos que es conveniente el empleo de este acero solamente en las piezas más cargadas y particularmente en las que trabajan a tensión.- Como el coeficiente de elasticidad del acero especial que proponemos y del acero corriente son iguales, no hay inconveniente en emplearlos simultáneamente en una misma estructura, y únicamen-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

te debe tenerse especial cuidado en la marca con que se distinguen los materiales para evitar confusiones, pero como con arreglo al Pliego de condiciones estas marcas deben hacerse siempre en taller para reconocer las piezas en obra, no creemos que pueda haber tampoco dificultad ni peligro en este concepto.- El material que proponemos es un acero fino al carbono, obtenido en horno eléctrico, con las características que se indican en el Pliego de Condiciones, entre las cuales las principales son: tener un alargamiento mínimo de 25, un límite elástico de 32, y una carga de rotura de 50 a 60 kg/cm<sup>2</sup>.- Además de esto, el material ha de ser lo suficientemente maleable para poderse doblar alrededor de una barra de doble diámetro.- El motivo de adoptar este material, es sencillamente el que hoy puede obtenerse económicamente en España gracias a los progresos de nuestra industria metalúrgica y que es por consiguiente un material mucho más económico que los aceros al níquel.- Por otra parte el mismo Wadell indica la conveniencia de empezar por el empleo de estos aceros obtenidos en horno eléctrico antes de lanzarse al empleo de los aceros al níquel o al molibdeno u otra composición semejante, y como las luces que proyectamos no son grandísimo creemos que haya ventajas en emplear estas aleaciones, pero si en emplear un material como éste, que en definitiva es el mismo acero al carbono corriente, obtenido por un procedimiento más moderno y perfeccionado.-

Después de haber hecho las consideraciones que hemos creído oportunas sobre las líneas generales de nuestro proyecto, pasaremos ya al estudio de detalles del mismo, dejando para la última parte todos los cálculos justificativos, con objeto de que quien no quiera entrar en el detalle de ellos pueda sin embargo enterarse de la marcha que hemos seguido y de los sistemas que hemos empleado, para que pueda formar juicio de todo ello y estudie solamente aquella parte que le interese.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

TRAMOS FIJOS.-

Los tramos fijos se han dispuesto con tres cuchillos por razón de economía; indudablemente al reducir la longitud entre los apoyos de la vigueta de 11,50 a 6,50 m., se obtiene en ella una economía muy importante, pero esta economía es a costa de una complicación grande del cálculo.- Como la vigueta es de hormigón armado y con bastante canto en proporción con sus luces, resulta mucho más rígida que los cuchillos; es decir, que las deformaciones verticales que sufren los cuchillos son mucho mayores que las que sufre el hormigón de por sí, y como efecto de esto, la vigueta influye muy importantemente en el reparto de las sobrecargas sobre los tres cuchillos.- Nos hemos visto obligados por consiguiente a embocar el problema de frente estudiando por separado los dos casos extremos; esto es, hemos determinado los esfuerzos que se producen en la vigueta en el caso de que los apoyos sean rígidos como sucede por ejemplo en las viguetas que apoyan directamente sobre las pilas, y hemos estudiado después los esfuerzos que en esta misma vigueta se producen en el caso de ser ella rígida y sustentada por apoyos elásticos, que es el caso que más se aproxima a la realidad.- Los tres cuchillos tienen la misma altura y la misma disposición de barras, pero las secciones de sus elementos están, en general en la relación 1: 2: 3, es decir, que el cuchillo del ferrocarril tiene doble peso que el de carretera y el central triple peso que éste, por consiguiente la deformabilidad de los apoyos está en esta misma relación; partiendo de estos coeficientes elásticos se deducen los esfuerzos que se producen en la vigueta por estas desnivelaciones de los apoyos, y disponemos sus elementos para resistir los máximos esfuerzos.-

Las viguetas van separadas a 5 metros entre ejes excepto los extremos de cada tramo, cuya separación es de 4 metros solamente.- El piso está formado por losas de hormigón armadas en dos direccio-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

nes normales apoyando sobre estas viguetas y sobre tres largueros de hormigón también que corren a lo largo de los cuchillos.- De este modo se obtiene un piso económico de bastante masa y de suficiente sección para trabajar al mismo tiempo como cabeza de compresión.-

El reparto de flexión en las dos direcciones se ha hecho con arreglo a las instrucciones alemanas.-

Los largueros que como decimos corresponden con las cabezas de los cuchillos, se han estudiado no solamente bajo la flexión que produce el peso del piso y las sobrecargas, sino también bajo la acción de los esfuerzos secundarios que se producen como consecuencia de la desnivelación elástica desigual de las diferentes barras de los cuchillos tomando como base el alargamiento de un montante y el descenso del nudo correspondiente respecto a los inmediatos.-

Los cuchillos son de dos tipos: uno formando una viga de 36,00 metros de longitud apoyada sobre dos apoyos distanciados a 50 metros dejando por consiguiente, 18 metros de voladizo por cada lado; otro formando vigas de 36 metros de luz que apoyan por un lado en una pila y por otro en el extremo del voladizo de las vigas anteriores.- Basta observar el alzado general para comprender esta disposición mejor que con las descripciones que hagamos.- Los cuchillos forman vigas Warren, sus cabezas de tensión metálicas adoptan la forma corriente de y las diagonales y montantes, secciones similares a la doble té.- El cálculo de esfuerzos de las diferentes barras se ha hecho gráficamente y se incluye en anejo a la Memoria. El estudio de la cabeza de compresión se ha hecho sumando mecánicamente las compresiones debidas a los tres cuchillos, es decir, estudiando la pieza a compresión compuesta; los esfuerzos así obtenidos se han sumado a los procedentes de las flexiones estudiadas anteriormente considerándose este elemento como piso del puente, y no solamente se han sumado los esfuerzos que tienen efecto en una misma dirección; sino que se han tenido en cuenta también las altera-

MADRID ciones de estos esfuerzos producidas por las presiones o tracciones perpendiculares que influyen por el efecto de Poisson.- Sumando todos estos esfuerzos se comprueba que la carga en el hormigón no pasa de 58 kg/cm<sup>2</sup> en ningún punto y que en general tienen valores alrededor de 40 kg.-

También se estudia la concentración de esfuerzos en los nudos, es decir, la transmisión de los esfuerzos de los montantes y diagonales metálicas a los largueros de hormigón, comprobando que las cargas máximas en estos puntos oscilan alrededor de 40 kg/cm<sup>2</sup> sin que sea necesario el empleo de sanchados, con los cuales podría reforzarse mucho ese elemento.- Por último se estudia la forma de llevar el hormigonado del piso sin necesidad de cimbra, para que los esfuerzos en la parte metálica no pasen de los límites previstos.-

Los aparatos de apoyos se calculan también aplicando para los rodillos la fórmula de Hertz, comprobando que la máxima presión unitaria es de 5,4 kg/cm<sup>2</sup>.-

La unión del tramo colgado con el tramo ménsula se hace por un sistema de bielas que abrazan dos rótulas, con lo que se obtiene una unión completamente estable y libre tanto para la dilatación como para el giro debido a la flexión de los tramos.- También se estudia la carga sobre este elemento y su estabilidad en las posiciones más desfavorables.-

Los apoyos están formados por pilas de 4,00 metros de anchura por 15,00 metros de largo en planta, apoyada cada una sobre dos macizos cilíndricos de hormigón de 6,00 metros de diámetro que se ensanchan en su base hasta 6,00 metros.- De este modo se obtiene una economía grande en el volumen de hormigón y de excavación por aire comprimido, y al mismo tiempo un espacio suficientemente amplio para asegurar sobradamente la estabilidad.- La distancia entre bordes exteriores de estos dos macizos de cada cimien

to es de 4,00 metros y la parte de pila que queda entre ellos va armada para resistir todas las flexiones que se puedan producir por las sobrecargas de los tramos.-

#### TRAMO GIRATORIO.-

Los cuchillos del tramo giratorio adoptan la misma disposición que el de los tramos fijos, son en número de tres y del tipo Warren, pero de altura y ancho de células variables, de tal modo que la inclinación de las diagonales permanece constante; por consiguiente la separación entre las viguetas varía también y va disminuyendo desde el apoyo central hacia los laterales.- Las losas disminuyen también de espesor, pero se comprueba que el volumen total del hormigón por metro lineal del puente es sensiblemente constante, es decir, que no hay economía al aproximar las viguetas y en cambio, sí hay aumento de coste al separarlas a partir de la separación de 5,00 metros fijada para los tramos fijos.- Esto es una buena prueba de que esta disposición es económica.- Las viguetas y largueros adoptan disposiciones iguales a la de los tramos fijos.-

El cálculo empieza por determinar la posición del centro de gravedad de diferentes secciones transversales del puente para asegurarse de que todas ellas están aproximadamente en línea recta y coinciden con el cuchillo central, de modo que en la estructura no se producen esfuerzos de torsión al quedar apoyada sobre la rótula central.- Es esta una cuestión importante, y hemos hecho diferentes tanteos para lograr este resultado.- Se pasa después al estudio de los esfuerzos de temperatura contando con una desnivelación térmica entre las cabezas superior e inferior de  $40^{\circ}$ ; es decir, suponiendo que por efecto del distinto poder absorbente de los dos materiales pueda haber una diferencia entre la temperatura media del hierro y la temperatura media del hormigón, en el mismo instan

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

te, de  $40^{\circ}$ .-Esto produce una especie de flexión pura de todo el puente, que redundará en una variación grande en el reparto de las reacciones sobre los apoyos.-

Suele ser un principio básico del cálculo de los puentes giratorios de este tipo, el que no se produzca en los apoyos laterales reacciones negativas por efecto de la sobrecarga.- En general se exige un coeficiente de seguridad de 1,5, es decir, que la reacción positiva sobre el apoyo lateral sea 1,5 veces la máxima reacción negativa que en ese apoyo pueda producir la sobrecarga cuando actúa sobre el tramo opuesto.- En nuestro caso hemos elevado este coeficiente a 2, y además hemos tenido en cuenta el aumento o disminución de reacción sobre el apoyo que pueda producirse por estos efectos de temperatura y hemos comprobado que la máxima reacción negativa debida a la sobrecarga es de 42 tns. y la máxima reacción negativa debida al cambio de temperatura 200 tns. y por consiguiente calculamos las cuñas para proporcionar una reacción vertical positiva de 284 tns. por apoyo, es decir, que cuando las cuñas estén aflojadas obliguen a levantar el tramo hasta tal punto que la reacción elástica del mismo sea de 284 tns.- Entonces, sin necesidad de anclaje ninguno, la reacción sobre el apoyo será siempre positiva y con un coeficiente de seguridad mínimo de dos con relación a la sobrecarga en cualquier momento y con cualquier desnivelación térmica.-

El cálculo del puente se hace por tres hipótesis:

- 1<sup>ª</sup>.-Cuando apoya sobre el tramo central solamente y sin sobrecarga ninguna, es decir, en posición de giro.
- 2<sup>ª</sup>.-Cuando apoya sobre los tres apoyos como una viga continua con toda o parte de la sobrecarga y con una reacción en los apoyos máxima de 284 tns.-
- 3<sup>ª</sup>.-Cuando apoya sobre los tres apoyos como una viga continua con toda o parte de la sobrecarga y con una reacción en los apoyos mínima de 84 tns.-

De estas tres hipótesis se escogen los máximos esfuerzos en

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

cada barra para la comprobación de la misma.- Estos cálculos se hacen también gráficamente y por el método de las líneas de influencia.-

Para facilitar la determinación de la posición del tren que produce la máxima reacción en una barra cualquiera, hemos dibujado este tren de fuerzas dividiendo cada fuerza en una escala inversamente proporcional a su valor absoluto con lo cual, al colocar el tren sobre la línea de influencia pueden leerse directamente los valores de los momentos o de las reacciones y obtener la suma de los correspondientes a todas las fuerzas sin necesidad de hacer ninguna multiplicación.-

El estudio de los esfuerzos compuestos en la cabeza de compresión, de los esfuerzos concentrados en los nudos y de los esfuerzos de construcción se hace también aunque mucho más ligeramente, porque se refieren todos ellos a los cálculos hechos ya para los tramos fijos.-

#### APARATOS DE APOYO.-

Los aparatos de apoyo consisten fundamentalmente en los elementos siguientes:

Una rótula sobre la pila central formada por dos casquetes esféricos de diferentes radios, uno de bronce fosforoso y otro de acero al manganeso sobre el cual se ejecuta el giro.- Además de esta rótula se dispone en la pila central dos cuñas, una debajo de cada nervio lateral, y en los apoyos laterales cuatro cuñas, dos contiguas para el apoyo central y otra para cada uno de los nervios laterales.- De este modo, cuando el puente esté cerrado y las cuñas encarga, todo el puente actúa como una viga continua sobre tres apoyos rígidos, y cuando estas cuñas se aflojan el puente queda en condiciones de giro, con un rozamiento muy pequeño sobre la rótula central.-

La estabilidad del puente está siempre asegurada con solo la rótula, pero además se disponen como elementos de seguridad

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

doce rodillos de balance que giran sobre un anillo de rodadura apoyado sobre la pila central, con 9,50 metros de diámetro.-

El cálculo de la resistencia de esta rótula se ha hecho con arreglo a la fórmula de Hovey.-

Los aparatos principales de apoyo se indican en la hoja correspondiente de los planos, por la que se entenderá mejor que con otras explicaciones el sistema de funcionamiento.-

Para fijar la posición del puente antes del cierre, se dispone una falleba vertical contrapesada, que entra suavemente por su propio peso en unas zapatas dispuestas sobre las pilas laterales, en tal forma, que cuando el puente llegue con excesiva velocidad esta falleba salta, y el puente continua en su giro, sin producir choque ninguno en la pila.-

Para la unión de las superficies de tránsito por parte de la carretera no hace falta elemento especial ninguno o adoptar una simple chapa igual que para un tramo cualquiera, pero en la vía del ferrocarril es necesario establecer un sistema que asegure completamente no solo la correspondencia de los carriles sino también la continuidad elástica de la vía.-

Para ello proponemos el sistema de seguro de lengüeta que es de los más empleados en estos casos y que consiste sencillamente en una lengüeta o cerrojo que entra ajustado entre el carril y una guía lateral y que forma por consiguiente una especie de brida movable en la junta del carril.- Los posibles movimientos de las traviesas en estas partes están limitados por el hormigón, y la lengüeta asegura por su parte el encaje e impide con su sistema de enclavamiento el paso de los trenes mientras no esté perfectamente colocada.-

En todos estos elementos no hemos pretendido hacer innovación alguna, sino copiar las disposiciones de otros puentes en buenas condiciones de funcionamiento desde hace muchos años.-

El movimiento del puente se produce por un motor de 150 HP,

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

que proponemos eléctrico por ser el de mayor economía, pero como puede que falte el fluido en un momento dado, disponemos otro motor de explosión con mitad de potencia para que con él pueda hacerse la maniobra del puente aunque sea con mayor duración.-

El sistema motor con los aparatos de mando va montado en un caseta en el centro del tramo giratorio y por encima de los gállebos de paso, de tal modo, que tiene una visualidad completa y continua sobre todos los alrededores.- El motor por medio de una transmisión de eje vertical transmite su esfuerzo a un arco dentado de 11 metros de diámetro horizontal anclado sobre la pila.- Los esfuerzos horizontales de este arco se transmiten a la pila por medio de una serie de talones embutidos en la fábrica.- No hemos querido proyectar el detalle de la maquinaria, por que entendemos que es preferible que lo haga la misma casa constructora siempre que sea dentro de condiciones bien concretas que aseguren el perfecto funcionamiento.- Para ello hemos detallado en el Pliego de condiciones todo lo que creemos que debe cumplir este material para asegurar este fin.-

Uno de los elementos fundamentales del sistema, son los enclavamientos que pueden variar mucho en disposición, pero cuya seguridad debe ser siempre grande.- Sin obligar a adoptarlo, indicamos en los planos un sistema bastante empleado en Norteamérica, para el seguro principal, cuyo fin es ordenar las maniobras del puente para que no pueda ocurrir accidente alguno.- El sistema consiste en que la rueda dentada que mueve los elementos de los apoyos laterales, empieza por abrir la lengüeta del carril, arrastre después la biela que levanta la falleba, y accione por último la rueda dentada que comunica el movimiento a las cuñas para aflojarlas; con esto y un enclavamiento corriente para el cierre de los discos del ferrocarril y de las vallas de carretera queda completamente asegurada la maniobra y entonces puede ma-

niobrarse el reostato de arranque del motor principal y hacer girar el puente; al moverse éste y pasar la falleba sobre los bordes de su zapata se descuelga la pequeña biela que lo sostiene y vuelve a caer por su propio peso para actuar en el momento de cierre. A su vez al cerrar el puente entra esta falleba nuevamente en la posición de cierre, y actuarán en sentido inverso todos los mecanismos hasta restablecer la libre circulación en el puente.-

Los pilotajes de defensa impiden que un barco se aconche contra el puente o contra las pilas laterales, sirviendo al mismo tiempo de elemento elástico para contenerlo.- Estas defensas están formadas por pilotes de hormigón armado encepados superiormente por unas riostras del mismo material y pueden recubrirse por la parte exterior con sobrepilotes de madera.-

La cimentación del tramo giratorio es análoga a la de los tramos fijos, con la única diferencia de que la pila central, para recibir al aro de rodadura y de ataque de los piñones, tiene en toda su altura una forma circular con un diámetro de 11,00 metros.-

#### PILOTES.-

En las partes laterales del puente donde los calados son menores se presenta como más indicado el sistema de pilotaje, y el problema fundamental que hay que resolver es el de hacer que estos pilotes estén suficientemente arriestrados para resistir los esfuerzos laterales debidos al frenado, a la presión del viento, a los efectos del oleaje y demás cargas horizontales; que sean al mismo tiempo económicos, es decir, que no presenten mucho elementos de pequeña escuadría difíciles de hormigonar y que presten apoyo independiente a los tramos.- Esta última condición la consideramos muy importante, porque aún cuando se puede exigir que los pilotes queden hincados con un rechazo suficientemente estrecho para asegurar su estabilidad y resisten-

MADRID

cia, siempre son de temer, en una obra tan grande como esta, deficiencias que se pueden traducir luego en pequeños asientos parciales, y en el caso de tratarse de una superestructura continua, estos asientos pueden redundar en sobrecargas totales que arrastren la obra a su ruina. Por el contrario, si los tramos son independientes la flecha se nota inmediatamente y no tiene otra importancia que la pequeña desnivelación que se produce en las vías de tránsito.- Por todo esto, nos ha parecido la solución mas satisfactoria la de reunir los pilotes en grupos de 24, encepados y arriestrados superiormente para formar apoyos espaciados a 20 metros unos de otros entre ejes.- Como el ancho que ocupan los pilotes a lo largo de la luz, es bastante grande, en vez de montar sobre cada grupo uno solo por ancho y palizada, hemos preferido levantar dos series de tres pilonos cada una distanciados a seis metros.- Con esta disposición que se entiende facilmente con solo echar un vistazo al plano general, resulta que los tramos independientes son de 20 metros de longitud, sus apoyos están a 14 m. solamente, es decir, que cada tramo tiene dos voladizos laterales de 3,00 metros cada uno; de esta forma se reduce la luz y al mismo tiempo se producen momentos negativos sobre los apoyos que disminuyen las flexiones en el centro de la luz, y como consecuencia de todo ello, se produce una economía muy sensible en las armaduras de los cuchillos.-

Quizá parezca a primera vista que hubiera sido más económico el repartir los pilotes en toda esta longitud para acortar las luces, pero entonces los arriostramientos aumentan y son muy costosos de construir y presentan más superficie y menos resistencia al empuje del oleaje.- Además hemos de observar que como en los tramos se dispone por sistema de una cabeza de compresión muy amplia, al aumentar la luz no se aumenta el coste nada más que en las armaduras, y en nuestro caso basta observar las cubicaciones para comprender que este aumento es muy pequeño y que viene sobradamente compensado con las ventajas que acabamos de enumerar.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

La disposición del piso y de las viguetas es la misma de los tramos metálicos. Las viguetas están separadas a 5,00 metros en el centro y a 4,00 metros en las partes laterales, con objeto de que las flexiones en el piso no aumenten en las losas extremas por falta de continuidad.-

Los arriostramientos y los pilonos están calculados para resistir no solamente el esfuerzo vertical, sino también las flexiones y esfuerzos transversales debidos al empuje del viento y a los esfuerzos del frenado.-

Los pilotes son de 35 centímetros de escuadría, con recubrimientos grandes en las armaduras para impedir su oxidación, y se calculan también a compresión bajo la acción de la carga vertical, y a flexión teniendo en cuenta no solo el esfuerzo del frenado y del viento sino un esfuerzo mayor producido por el oleaje sobre las zapatas y arriostramientos, y se comprueba que estas flexiones debidas a los esfuerzos anormales no llegan a producir nunca tensiones en el hormigón y que la carga total resultante no pasa de 48 kg/cm<sup>2</sup>.-

En el Pliego de condiciones se impone la condición de que el rechazo de los pilotes sea como mínimo el obtenido por la fórmula de Stern, para dar una carga resistente igual a cuatro veces la carga del pilote.- Hemos empleado esta fórmula en vez de la fórmula Holandesa o de Woltman, porque entendemos que es más segura ya que en ella se tiene en cuenta el peso de la masa y del pilote y el coeficiente de Newton o de elasticidad de choque; y por la práctica que llevamos en esta clase obras damos muchísima importancia a éste último coeficiente, porque conocemos la diferencia de rechazo que se puede obtener según que el golpe sea elástico o no lo sea, es decir, según el tipo de casco que se emplee e incluso la forma de dar el golpe. Como en la fórmula de Stern entra el coeficiente de elasticidad de choque, el Ingeniero encargado de la obra será el que deba determinar practicamente este coefi-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

ciente con el sistema de maza que emplee el Contratista, y asegurar así completamente que la resistencia del pilote es la que se marca.-

Para el proyecto hemos tenido que calcular la longitud probable de hincas en el caso de no encontrarse abajo terreno suficientemente compacto para detener el pilote- Para esta determinación hemos empleado la fórmula de Benabeng, partiendo de un talud natural de las tierras de 20°, dato con el cual se han obtenido resultados bastantes satisfactorios en las hincas realizadas en Matagorda.-

#### AVENIDAS.-

Poco podemos decir sobre el detalle de las avenidas, pues se reducen a terraplenes corrientes defendidos del oleaje por escollerales exteriores y con rampas de 3,5 mm. para el ferrocarril y de 10 aproximadamente para la carretera.- No hemos determinado más que los volúmenes de los terraplenes desde los pilotajes hasta llegar al terreno o a las vías actuales, pues a partir de aquí se llevará evidentemente la variante con el mismo trazado actual sin necesidad de variación.-

#### OBSERVACIONES AL PLIEGO DE CONDICIONES.-

Hemos estudiado con especial cariño el Pliego de condiciones, por considerar que es un elemento tan importante o más que la parte técnica de cálculo y diremos aquí algunas palabras sobre algunos artículos que discrepan algo de la forma corriente en que pueden redactarse.- Primeramente, en el hormigón no hemos impuesto dosificaciones fijas, creyendo seguir con ello las tendencias modernas en esta cuestión, y lo mismo que se indica en el Pliego de condiciones en el Puente Sancti-Petri en esta Bahía, hemos impuesto la condición de que todos los hormigones tengan como mínimo una resistencia a los 28 días igual a cuatro veces la carga de cálculo del elemento en que se vayan a emplear.- De este modo el Contratista queda en libertad de emplear cuantas dosi-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

ficaciones quiera para los diferentes elementos de la obra, pero empezar por hacer todos los ensayos necesarios para asegurar al Ingeniero encargado de que cualquier elemento de la obra va a tener un coeficiente de seguridad superior a cuatro.- Se deja también al Contratista en libertad para mejorar las condiciones de los cementos sobre las impuestas en el Pliego general de Obras públicas con vistas al empleo de cementos de alta resistencia y de cementos aluminosos de rápido endurecimiento. Se propone el empleo de la puzolanas en las partes exteriores bañadas por el mar y no armadas, y se impone un aumento de disificación en las partes de pilotajes que han de quedar en contacto con la marea, para impedir por medio de su impermeabilidad la descomposición del hormigón, pero en todas estas cuestiones se deja siempre la última decisión a lo que resuelva la Comisión de Cementos.-

En la hinca por aire comprimido se dedica también una atención especial a la seguridad de los obreros, a las desnivelaciones que en mayor o menor grado tienen que ocurrir siempre en esta clase de trabajos, al modo de corregirlas, al límite máximo que pueden alcanzar; en fin, a la posibilidad de que por salirse de este límite sea necesario hacer alguna hinca suplementaria, en cuyo caso se abonará a la mitad de precio con objeto de que el Contratista, tenga interés en evitarlo, pero que al mismo tiempo no venga exageradamente gravado, ya que esta cuestión de las desnivelaciones es siempre un peligro aún para el personal más experto.-

También se imponen condiciones concretas sobre el terreno sobre el cual se pueda cimentar, dejando la última palabra al reconocimiento que haga el Ingeniero encargado, pero determinando las clases de terreno que se pueden alcanzar y las fórmulas a aplicar en cada caso, con arreglo a los estudios modernos de Rankine y de Faber sobre la resistencia del terreno en la relación

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

con su coeficiente de fricción y cohesión.-

En el manejo de los pilotes y en su hincada se imponen condiciones especiales y se fija el rechazo por la fórmula de Stern, como hemos señalado ya anteriormente.-

Por último, para los aparatos de maniobra se fijan también condiciones detalladas a las cuales deberá amoldarse el Contratista, con objeto de que sea él quien responda del perfecto funcionamiento de la obra y que al mismo tiempo haya de antemano seguridad suficiente de que ha de suceder así y de que su conservación ha de ser sencillamente económica.-

#### OBSERVACIONES AL PRESUPUESTO.-

La mayor parte de los precios se han deducido por comparación con los de otras obras análogas en construcción o recientemente construidas en la Bahía; como algunos de ellos parecen altos a primera vista, haremos algunas aclaraciones sobre los principales.-

La arena habrá de extraerse desde las playas de Sancti-Petri en mar abierto por ser allí donde únicamente se encuentra de buenas condiciones; más que el transporte resulta cara la extracción y carga, porque hay que hacerla en determinadas condiciones de marea y entrando en el agua.- Además, aún sacándolas de aquí sería necesario desperdiciar una buena parte del cribado por ser excesivamente fina.-

La piedra es el material más caro y difícil de encontrar en Cádiz, porque las pocas canteras que hay en los alrededores de San Fernando dan una caliza ostonera poco compacta que no se presta al machaqueo; la piedra rodada de la costa existe en muy poca cantidad y desde luego muy insuficiente para esta obra, máxime ahora que está en construcción el Dique seco.-

La Sierra de San Cristóbal al otro lado del Puerto de Santa María tiene canteras con betas de caliza compacta y dura, pero con un machaqueo a tamaño pequeño se pulveriza también un tanto por ciento bastante apreciable, y tiene un transporte de 18 a 20 kilómetros.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Fuera de ésta no conocemos otras canteras que puedan suministrar en buenas condiciones el cubo que se necesita y partiendo de ellas hemos calculado el precio.-

El precio del hormigón moldeado se ha deducido de la unidad análoga en el Puente de Sancti-Petri; la partida de transporte resulta cara porque se trata de macizos aislados en medio de la Bahía a los que hay que llevar las masas de hormigón en embarcaciones o con cable.-

El hormigón fino para armar en pisos y palisadas está formado con los mismos precios elementales que el anterior; la partida de moldes y su mano de obra está calculada teniendo en cuenta que por término medio salen 5,50 m<sup>2</sup> de molde por metro cúbico de hormigón y a razón de 6,00 pesetas metro cuadrado incluyendo los pies derechos o apoyos del molde.-

Al acero dulce en estructuras hemos dado el precio medio de varias subastas recientes; el del acero especial con los precios que tenemos de fábrica.-

Los cajones para cimentación hemos preferido abomarlos por partida alzada sin hacer proyecto de detalle, ya que se trata en definitiva de un elemento auxiliar de construcción cuya disposición varía mucho según el criterio de cada Contratista.- Su precio es menor que el de los cajones de cimentación de San Telmo = 60.000 pesetas y los de Sancti-Petri = 40.000 pesetas, porque entendemos que por este precio pueden construirse dado el número de elementos iguales que se repiten.-

Los precios de hincar tanto por aire comprimido como de pilotes, se han deducido por comparación y con los precios elementales obtenidos en hincas análogas.-La dificultad de tener que trabajar en medio del agua eleva mucho estos precios por el engorro y el excesivo material que lleva consigo.-

Por último los precios de los aparatos de maniobra son los obtenidos de fábrica o por comparación con los presupuestos de

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

otros puentes o mecanismos análogos.- También aquí hemos dejado el proyecto de detalle de los mecanismo de transmisión y enclavamiento al cuidado del Contratista con la aprobación del Ingeniero encargado, y hemos tomado para el presupuesto, el peso deducido por comparación de otros puentes del extranjero.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

CAPÍTULO II

CÁLCULO DE LOS TRAMOS METÁLICOS FIJOS

## CÁLCULO DE LOS TRAMOS FIJOS

Como ya hemos dicho, y conviene repetir aquí, la estructura está formada por vigas de 36 m. de luz, colgadas de otras vigas en "cantilever" de 86 m., apoyadas a su vez sobre dos apoyos distanciados a 50 m.-Recultan así luces alternadas de 72 m. y 56 m.-

Para entendernos llamaremos tramo colgado al de 36 m., tramo central al de 50 m., y ménsulas los extremos del "cantilever" que sostienen el tramo colgado, y cuyo vuelo es de 18 m.-

Los tramos están formados por tres cuchillos metálicos formando una viga tipo Warren, pero con cabeza de compresión única formada por el piso de hormigón del puente.-

También para simplificar nuestras expresiones llamaremos cuchillo de carretera (1) cuchillo de ferrocarril (2) y cuchillo central (3), a los tres cuya denominación se comprende.-

El principio básico de toda la estructura es que : los tres cuchillos forman una estructura única con el piso de hormigón; y es necesario por consiguiente poner especial cuidado en repartir bien los esfuerzos entre estos cuatro elementos.-

Empezaremos, como siempre, por los elementos parciales del piso.- Este está formado por tres largueros distanciados a 5,00 m. y 6,50 m. entre ejes correspondiendo con los cuchillos, una serie de viguetas espaciadas a 5,00 m., dos losas rectangulares sobre estos elementos, una para ferrocarril y otra para carretera, y en fin dos andenes de 1,50 m. de ancho en voladizo sobre los largueros laterales.-

### Losa de piso para carretera

Es una losa armada en dos direcciones semiempotrada sobre

cuatro vigas de contorno.-

Sus dimensiones son : 6,50 x 5,00 m.-

Espesor : 0,25 m.-

Peso propio : 2.400 x 0,25 = 600 kg/m<sup>2</sup>

Pavimento : : 1.800 x 0,05 = 90 "

690 kg/m<sup>2</sup>

Sobrecarga : La Instrucción marca para la luz de 5,00 m. una sobrecarga uniforme de 4.900 kg. por zona de 2,00 m. de ancho de calzada, y si bien en los 6,00 m. de ancho caben teóricamente tres zonas de 2,00 m., en la realidad no pueden cruzarse más de dos tranvías o camiones de las dimensiones que la Instrucción señala. Así pues, para no sobrecargar inúltimente esta obra de tan gran longitud, supondremos que en los 6,00 m., carga una sobrecarga equivalente a 2 x 4,900 = 9.800 kg/m.l.- Como esta carga ha de actuar por los menos en cuatro puntos y se puede admitir un ancho de reparto del doble del espesor de la losa, más el tercio de la luz, resulta un ancho superior al de la losa; es decir, que la sobrecarga se puede suponer uniformemente repartida en todo el ancho de 6,00 m. a razón de 1.630 kg/m<sup>2</sup>.- La carga total debida al peso propio y a la sobrecarga es por consiguiente: 2.320 kg/m<sup>2</sup>.-

Las flexiones se reparten entre las dos direcciones con arreglo a la Instrucción alemana, por ejemplo, en la siguiente forma :

flexión en el sentido de la anchura

$$\frac{a^4}{a^4 + b^4} = \frac{6,50^4}{6,50^4 + 5,00^4} = 0,25$$

flexión en el sentido del largo

$$\frac{b^4}{a^4 + b^4} = \frac{5,00^4}{6,50^4 + 5,00^4} = 0,75$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Por consiguiese los momentos flectores máximos en el centro de la losa valen :

$$0,25 \frac{2.320 \times \overline{6,50^2}}{16} = 1.540 \text{ m/kg.}$$

$$0,75 \frac{2.320 \times \overline{5,00^2}}{16} = 2.720 \text{ m/kg.}$$

Tomamos como denominador 16 como es corriente en estos casos de losas continuas. Los momentos negativos sobre las vigas pueden aumentar, en el caso de estar cargadas dos losas contiguas hasta el límite máximo que corresponde a un denominador 12, pero como se disponen cartabones muy amplios su resistencia es más holgada, y no creemos necesario detallar aquí su comprobación sino solamente la de la sección central de la losa.-

Las características de esta sección son las siguientes:

Canto total : d = 25 cm.

Canto útil : c = 22 cm.

Armadura : 10  $\phi$  12 = 12 cm<sup>2</sup>

Profundidad de la fibra neutra :

$$\text{Pf.} : \frac{100}{2} f^2 = 15 \times 12 (22-f) \quad f = 7,0 \text{ cm.}$$

Momento de inercia :

$$I = \frac{100}{3} \overline{7,0^3} + 15 \times 12 \times \overline{15,3^2} = 52.000 \text{ cm}^4 \text{os}$$

Cargas máximas de hormigón y el acero :  $\frac{M V}{I}$

$$H = \frac{272.000 \times 7,0}{52.000} = 36 \text{ kg/cm}^2 \text{- } A = 15 \frac{2.720 \times 15}{52.000} = 11,8 \text{ kg/mm}^2$$

En el otro sentido bastan : 6  $\phi$  12 p.m.l.

Para el cálculo de esfuerzos cortantes señala la Instrucción la sobrecarga de: 5.400 kg. por metro lineal y 2,00 m. de ancho; y razonando igual que antes obtenemos un valor de 1.800 kg/m<sup>2</sup> para la sobrecarga, y de 2.490 kg/m<sup>2</sup> con el peso propio. Admitiendo

la misma ley de reparto entre los lados de diferente longitud se obtiene los siguientes esfuerzos máximos:

A lo largo del lado mayor :

$$2.490 \times \frac{5,00}{2} \times 0,75 = 4.620 \text{ kg/m.l.}$$

A lo largo del lado menor :

$$2.490 \times \frac{6,50}{2} \times 0,25 = 2.100 \text{ kg/m.l.}$$

Con el espesor de losa de 0,22 m., y sin contar la resistencia de las barras, resulta una carga unitaria para el hormigón de :

$$\frac{4.620}{22 \times 100} = 2,10 \text{ kg/cm}^2$$

suficientemente pequeña para considerar innecesaria la colocación de estribos, tanto más cuanto que las barras levantadas del forjado ayudan eficazmente a resistir este esfuerzo.-

Losa de piso para ferrocarril.-

Es una losa cuadra de 5,00 x 5,00 m. análoga a la anterior y de 30 cm. de espesor.-

Peso propio : 2.400 x 0,30 = 720 kg.

Balastro incluso vía: 1.500 x 0,50 = 750 "

1.470 kg/m<sup>2</sup>

Sobrecarga de la Instrucción : 18.720 kg/m.l. de vía.

Lo mismo que antes podemos suponer la sobrecarga uniformemente repartida en todo el área de la losa.-

La carga total es por consiguiente :

$$1.470 + \frac{18.720}{5} = 5.210 \text{ kg/m}^2$$

y la flexión máxima en el centro de la losa

$$0,50 \frac{5.210 \times 5,0^2}{16} = 4.080 \text{ mkg/m.l.}$$

en cada dirección.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

La comprobación de la resistencia es la siguiente :

$$d = 30 \text{ cm.}$$

$$c = 27 \text{ cm.}$$

$$\alpha = 10 \text{ \AA } B6 = 20 \text{ cm}^2$$

$$Pf : \frac{100}{f^2} = 15 \times 20 \times (27-f) \text{ " } f = 10 \text{ cm.}$$

$$I = \frac{100}{3} 10^3 + 15 \times 20 \times 17^2 = 120.000 \text{ cm}^4 \text{os}$$

$$H = \frac{408.000 \times 10}{120.000} = 34,0 \text{ kg/cm}^2 \text{ " } A = 15 \frac{4.080 \times 17}{120.000} = 8,8 \text{ kg/mm}^2$$

(dejamos una carga baja para el acero, mirando a los efectos de las vibraciones)

Para el esfuerzo cortante la Instrucción marca la sobrecarga de : 21.840 kg/m.l. o sea 4.370 kg/m<sup>2</sup> y con el peso propio : 5.840 kg/m<sup>2</sup>

El esfuerzo cortante máximo es :

$$0,50 \times 5.840 \times \frac{5,00}{2} = 7.300 \text{ kg/m.l.}$$

y la carga unitaria en el hormigón

$$\frac{7.300}{27 \times 100} = 2,7 \text{ kg/cm}^2$$

Independientemente de esto, los cartabones y los levantamientos de barras aseguran por completo la resistencia.-

Losa de piso de andenes.-

Es un voladizo de 1,50 m. con un espesor máximo en el arranque de 25 cm. y mínimo de 15 cm.-

$$\text{Su peso medio es : } 2.400 \times 0,20 = 480 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{y la sobrecarga : } \underline{450 \text{ "}}$$

$$\text{Total } 930 \text{ kg/m}^2$$

El momento flector máximo es :

$$930 \times \frac{1,50^2}{2} = 1.050 \text{ mkg/m.l.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Basta una armadura de 4  $\phi$  12 p.m.l. y no consideramos necesario hacer la comprobación.-

Viguetas.-

La vigueta en el lado del ferrocarril soporta la siguiente carga muerta :

$$\text{losa : } 1.470 \times \frac{5,00^2}{2} = 18.400 \text{ kg.}$$

$$\text{viga : } 0,48 \times 5,00 \times 2.400 = \underline{5.800} \text{ "}$$

24.200 kg.

y una sobrecarga de :

$$18.720 \times \frac{5,00}{2} = 46.800 \text{ kg.}$$

en total : 71.000 kg.

Por el lado de la carretera sufre una carga muerta de:

$$\text{losa: } 690 \times 5,00 \times 6,50 \times 0,75 = 16.800$$

$$\text{viga: } 0,60 \times 0,80 \times 6,5 \times 2.400 = \underline{7.500}$$

24.300 kg.

y una sobrecarga :

$$9.800 \times 5,00 \times 0,75 = 36.800 \text{ kg.}$$

Suponiendo los apoyos fijos determinamos a continuación los momentos de empotramiento sobre el apoyo central, y los máximos en los centros de las luces suponiendo estas aisladas para combinar luego gráficamente y obtener las leyes de variación de las flexiones.-

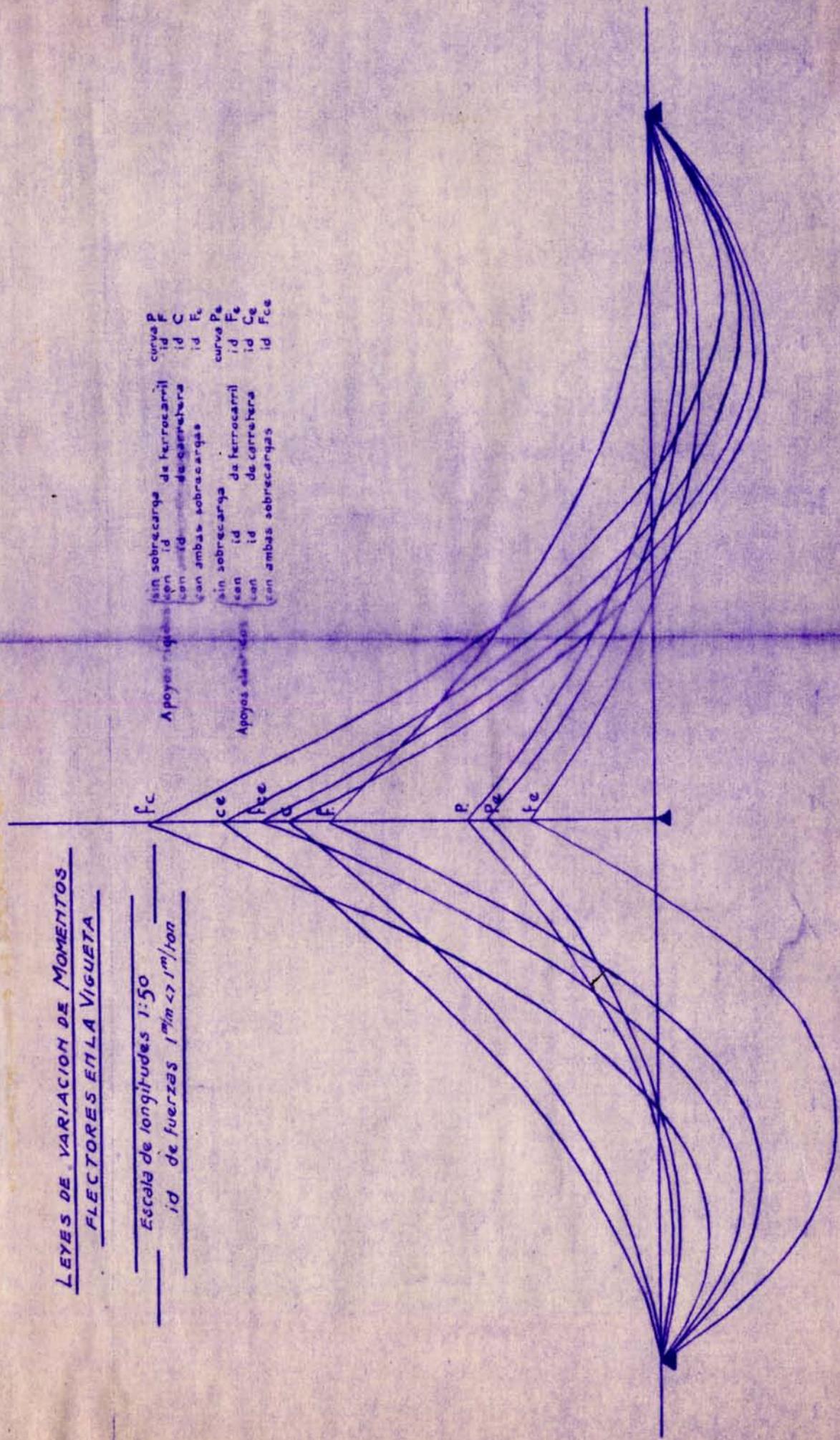
Momentos en el centro de la luz de 5,00 m. suponiéndola aislada.

$$\text{Debido al peso propio} = \frac{24.200 \times 5,00}{8} = 15.100 \text{ mkg.}$$

$$\text{Sobrecarga} = \frac{46.800 \times 5,00}{8} = 29.200 \text{ "}$$

LEYES DE VARIACION DE MOMENTOS  
FLECTORES EN LA VIGUETA

— Escala de longitudes 1:50  
— id de fuerzas 1<sup>mm</sup> <math>\rightarrow</math> 1<sup>ton</sup></sup>



sin sobrecarga de ferrocarril  
con id de ferrocarril  
con id de carretera  
con ambas sobrecargas

sin sobrecarga  
con id de ferrocarril  
con id de carretera  
con ambas sobrecargas

curva P  
id C  
id Fe  
curva Pe  
id Fe  
id Ce  
id Fce

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Del mismo modo en la luz de 6,50 m.

$$\text{Debido al peso} = \frac{24.300 \times 6,5}{8} = 19.700 \text{ mkg.}$$

$$\text{Id. sobrecarga} = \frac{36.800 \times 6,5}{8} = 29.700 \text{ "}$$

Los momentos de empotramiento sobre el apoyo central cuando es continua se deducen de la ecuación de los tres momentos, despreciando el efecto de los andenes, es decir, suponiendo la viga simplemente apoyada,

$$M (5,00 \times 6,50) = \frac{P \times 5,00^2}{4} + \frac{P' \times 6,50^2}{4}$$

debido al peso propio:

$$M = \frac{24.200 \times 5,00^2 + 24.300 \times 6,50^2}{4 (5,00 + 6,50)} = 35.400 \text{ mkg.}$$

debido a sobrecarga del ferrocarril :

$$M = \frac{46.800 \times 5,00^2}{4 (5,00 + 6,50)} = 25.300 \text{ mkg.}$$

debido a sobrecarga carretera :

$$M = \frac{36.800 \times 6,50^2}{4 (5,00 + 6,50)} = 33.900 \text{ mkg.}$$

En la hoja adjunta se dibujan las variaciones de estos momentos.-

Aparte de estas flexiones hemos de considerar las producidas por los desiguales asientos de los apoyos.-

Como la rigidez relativa de la vigueta es mucho mayor que la de los cuchillos podemos admitir, para el cálculo de los asientos y reacciones de los cuchillos sobre las viguetas, que estas son rígidas, es decir, que las deformaciones de los apoyos siguen una ley lineal dada por la ecuación:

$$d_3 = d_2 + (d_1 - d_2) \frac{5,00}{11,50}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

en la que  $d_1$ , es el descenso del apoyo que corresponde a la viga lateral de carretera,  $d_2$  a la del ferrocarril y  $d_3$  a la central. Como veremos más adelante las rigideces de los cuchillos 1, 2 y 3 están sensiblemente en la relación de estos números 1, 2 y 3, es decir, que la del ferrocarril tiene doble sección que la de carretera y la central triple que ésta.-

Podemos por consiguiente escribir la ecuación :

$$\frac{R_1}{3} - \frac{R_2}{2} + \left( \frac{R_1}{1} - \frac{R_2}{2} \right) \frac{5,00}{2}$$

o bien reduciendo :  $30 R_1 + 19,5 R_2 - 23 R_3 = 0$

en la que  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  son esfuerzos proporcionales a las cargas verticales que se tramiten del piso a los nudos de los tres cuchillos.-

Ahora bien, en esta ecuación vamos a sustituir valores proporcionales a las cargas que sufren los tres cuchillos cuando las viguetas son muy rígidas, es decir, cuando se cumple esta ecuación. Viendo la diferencia entre estas cargas y las que sufrirían los cuchillos si las viguetas no tuvieran rigidez ninguna, podremos obtener los momentos flectores que en ellas se producen por efecto de esta flexibilidad de los cuchillos en relación con la rigidez de la vigueta de hormigón armado.-

Con arreglo a la Instrucción, como veremos más adelante, en estos cuchillos hay que considerar una sobrecarga de ferrocarril equivalente a 9.890 kg/m.l. y una sobrecarga para carretera equivalente a 3.150 kg/m.l.-

Vamos a estudiar como se reparten estas cargas en los tres cuchillos.-

Tomando momento respecto al eje de la viga de carretera tenemos :

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

<u>Carga muerta</u>	Pesos por metro lineal.	Brazos.	Momentos.
Andén carretera: 930 × 1,50 =	1.400	× (-0,75) =	1.050
Viga lateral :	= 1.200	× 0 =	0
Losa carretera : 690 × 6,50 =	4.500	× 3,25 =	14.600
Viga central :	= 1.500	× 6,50 =	9.750
Losa ferrocarril: 1.470 × 5,00 =	7.380	× 9,00 =	66.200
Viga lateral :	= 1.200	× 11,50 =	13.800
Adén ferrocarril :	= <u>1.400</u>	× 12,25 =	<u>17.100</u>
	18.580		122.500
Con sobrecarga de ferrocarril: <u>9.890</u>	<u>9.890</u>	× 9,00 =	<u>89.000</u>
	28.470		211.500
Con sobrecarga de carretera : <u>3.150</u>	<u>3.150</u>	× 3,25 =	<u>10.200</u>
	21730		132.700
Con ambas cargas.	31.620		221.700

Para ver el reparto de esfuerzos en los cuchillos tenemos las ecuaciones :

$$30 R_1 + 19,5 R_2 - 23 R_3 = 0$$

$$R_1 + R_2 + R_3 = P$$

$$6,5 R_3 + 11,5 R_2 = M.$$

en las que P es el peso total considerado en cada hipótesis, y M, el momento de este peso respecto a eje de la viga de carretera, valores que acabamos de hallar.-

De estas ecuaciones se deduce

$$R_2 = \frac{8,17 M - 30 P}{83,3} \quad R_3 = \frac{30 P - 0,92 M}{47,1} \quad R_1 = P - R_2 - R_3$$

y sustituyendo valores :

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

sin carga

$$R_2 = 5.250 \text{ " } R_3 = 9.500 \text{ " } R_1 = 3.830$$

con carga de ferrocarril

$$R_2 = 10.400 \text{ " } R_3 = 14.000 \text{ " } R_1 = 4.070$$

con carga de carretera

$$R_2 = 5.150 \text{ " } R_3 = 11.150 \text{ " } R_1 = 5.430$$

con ambas cargas

$$R_2 = 10.500 \text{ " } R_3 = \underline{15.800} \text{ " } R_1 = \underline{5.520}$$

Estas reacciones multiplicadas por 5,00 que es la separación entre viguetas son las reacciones efectivas en los extremos de la vigueta. Ahora bien, si los apoyos estuviesen fijos estas cargas serían otras que vamos a determinar y la diferencia entre unas y otras serán las que produzcan los momentos flectores en la vigueta por efecto de estos esfuerzos secundarios.-

Consideremos primero el peso propio solamente. La vigueta sufre las fuerzas que se señalan en el croquis adjunto, y para

determinar las reacciones en los apoyos tenemos el sistema de ecuaciones siguiente :

Suma de proyecciones:

$$R'_1 + R'_2 + R'_3 = 4.500 + 7.380$$

Suma de momentos:

$$11,5 R_2 + 6,50 R_3 = 7.380 \times 9,00 + 4.500 \times 3,25 + 1.400 \times 0,75$$

Momentos a un lado del apoyo central:

$$M' = 7.380 \times 3,25 + 1.400 \times 0,75 - 5,00 R_2$$

Ecuación de los tres momentos:

$$11,5 M + 1.400 \times 0,75 \times 11,50 = \frac{7.380 \times 5,00^2}{4} + \frac{4.500 \times 6,50^2}{4}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

en el que hemos prescindido de las fuerzas que actúan directamente sobre los apoyos, y en el que  $M$  es el momento de empotramiento sobre el apoyo central.-

De este sistema de ecuaciones se deduce:

$$R'_1 + R'_2 + R'_3 = 11.880$$

$$11,5 R'_2 + 6,5 R'_3 = 82.070$$

$$M' = 19.450 - 5 R_2$$

$$M' = 7.060 \text{ mkg.}$$

$$R'_2 = \frac{19.450 - 7.060}{5} = 2.460 \text{ Kg.}$$

$$R'_3 = \frac{82.070 - 11,50 \times 2.460}{5} = 8.240 \text{ Kg.}$$

$$R'_1 = 11.880 - 8.240 - 2.460 = 1.180 \text{ Kg.}$$

y sumando ahora las cargas que actúan directamente en los nudos

$$R_2 = 2.460 + 1.400 + 1.200 = 5.060 \text{ Kg.}$$

$$R_3 = 8.240 + 1.500 = 9.740 \text{ "}$$

$$R_1 = 1.180 + 1.400 + 1.200 = 3.780 \text{ "}$$

Las diferencias con los hallados anteriormente en el caso de apoyos móviles son

$$R_2 - R_2 = 5.250 - 5.060 = 140$$

$$R_3 - R_3 = 9.500 - 9.740 = 240$$

$$R_1 - R_1 = 3.830 - 3.780 = 100$$

El momento que producen estos esfuerzos secundarios sobre el apoyo central debe ser el mismo aunque se deduzca de cualquiera de estas tres reacciones, pero habiendo hecho las operaciones con

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CAÑALES Y PUERTOS

MADRID

regla de cálculo, en las diferencias finales salen pequeños errores que no alcanzan el 3 %; y que disminuirémos tomando la media de los valores obtenidos con cada una de ellas.- Además, como las viguetas están a 5,00 metros, multiplicaremos por 5 los valores hallados por metro lineal

$$y = 5/3 (140 \times 5,00 + \frac{240 \times 11,50}{4} + 100 \times 6,50) = - 3.400 \text{ mkg.}$$

Repetiendo el cálculo en la misma forma para el caso de sobrecarga de ferrocarril sin tener en cuenta el peso propio, tenemos :

$$R'_1 + R'_2 + R'_3 = 9.890$$

$$11,5 R'_2 + 6,5 R'_3 = 9.890 \times 9,00$$

$$M' = 9.890 \times 2,5 - 5 R'_2$$

$$11,5 M' = \frac{9.890 \times 5,00^2}{4}$$

$$M' = 5.380 \text{ mkg.}$$

$$R'_2 = 3.840 \text{ kg.}$$

$$R'_3 = 6.930 \text{ kg.}$$

$$R'_1 = 880 \text{ kg.}$$

y sumando las cargas halladas exteriormente debidas al peso propio

$$R''_2 = 8.900 \quad " \quad R''_3 = 16.670 \quad " \quad R''_1 = 2.900 \text{ kg.}$$

que restadas de las correspondientes con apoyos elásticos dan

$$R_2 - R''_2 = + 1.500 \text{ kg} \quad " \quad R_3 - R''_3 = - 2.670 \text{ kg.} \quad " \quad R_1 - R''_1 = 1.170 \text{ kg.}$$

$$y = 5/3 (1.500 \times 5,00 + \frac{2.670 \times 11,50}{4} + 1.170 \times 6,50) = - 37.800 \text{ mkg}$$

Para el caso de sobrecarga de carretera se tiene:

$$R'_1 + R'_2 + R'_3 = 3.150$$

$$11,5 R'_2 + 6,5 R'_3 = 3.150 \times 3,25$$

$$M' = - 5,00 R'_2$$

$$11,5 M' = \frac{3.150 \times 6,50^2}{4}$$

$$M' = 2.900 \text{ kgm.}$$

$$R'_2 = 580 \text{ kg.} \quad R'_3 = 550 \text{ kg.} \quad R'_1 = 2.020 \text{ kg.}$$

$$R''_2 = 5.060 \text{ kg.} \quad R''_3 = 9.740 \text{ kg.} \quad R''_1 = 3.780 \text{ kg.}$$

$$R_2 - R''_2 = - 490 \text{ kg} \quad R_3 - R''_3 = 860 \text{ kg} \quad R_1 - R''_1 = - 370 \text{ kg.}$$

$$= 5/3 (490 \times 5,00 + \frac{860 \times 11,50}{4} - 370 \times 6,50) = + 12.200 \text{ mkg.}$$

Con carga simultánea de ferrocarril y carretera se puede observar que

R" doble carga = R'ferrocarril + R" carretera, o sea

$$R''_2 = 9.480 \text{ kg} \quad R''_3 = 17.220 \text{ kg.} \quad R''_1 = 4.920 \text{ kg.}$$

$$R_2 - R''_2 = + 820 \text{ kg} \quad R_3 - R''_3 = - 1.420 \text{ kg} \quad R_1 - R''_1 = 600 \text{ kg.}$$

$$= 5/3 (820 \times 5,00 + \frac{1.420 \times 11,50}{4} + 600 \times 6,50) = - 20.300 \text{ mkg.}$$

En la hoja citada se trazan las leyes de momentos sumando en cada caso los que acabamos de hallar con los que sufre de por sí la vigueta al resistir su sobrecarga máxima de cálculo, cuyos valores hallamos anteriormente.-

Antes de pasar a la comprobación de la pieza conviene aclarar que en cálculo de esfuerzos secundarios hemos prescindido deliberadamente del peso propio de la vigueta y los cuchillos porque cuando esta adquiere rigidez ya se han producido los asientos debidos a estas cargas.-

Como se ve en la hoja nº de los planos el máximo momento negativo que se produce en la vigueta sobre el arranque del larguero central es de 90.000 mkg.; y en el extremo del cartabón 65.000 mkg.- El máximo momento positivo es a su vez : 33.000 mkg.-

Comprobaremos pues estas tres secciones.-

Las características de la sección central son:

Canto útil = 1,10 m.

Ancho de compresión = 120

Armadura de tensión :  $2 \left[ \frac{120 \times 120}{13} \right] = 60 \text{ cm}^2$

-  $30 \times 1,0 = 30/90 \text{ cm}^2$  (sin contar

la armadura de tensión de la losa ni la de compresión de la viga)

Profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{120}{2} f^2 = 15 \times 90 \times (110 - f) \quad \therefore f = 40 \text{ cm.}$$

Momento de inercia:

$$I = \frac{120}{3} \overline{40^3} + 15 \times 90 \times \overline{70^2} = 8.740.000 \text{ cm}^4$$

Cargas máximas del hormigón y el acero;

$$K = \frac{90.000 \times 40}{8.740.000} = 41 \text{ kg/cm}^2 \quad \therefore A = 15 \frac{90.000 \times 70}{8.740.000} = 10,8 \text{ kg/mm}^2$$

Las características de la sección extrema del cartabón son:

Canto útil = 1,05 m.

Ancho = 0,40 m.

Armadura de tensión  $2 \left[ \frac{120 \times 120}{13} \right] = 60 \text{ cm}^2$

Armadura de compresión  $2 \left[ \frac{80 \times 80}{11} \right] = 30 \text{ cm}^2$

Profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{40}{2} f^2 + 15 \times 30 (f-5) = 15 \times 60 (105-f) \quad \therefore f = 43.$$

Momento de inercia:

$$I = \frac{40}{3} \overline{43^3} + 15 \times 30 \times \overline{38^2} + 15 \times 60 \times \overline{62^2} = 5.430.000 \text{ cm}^4$$

Cargas máximas del hormigón y el acero:

$$H = \frac{6.500.000 \times 43}{5.430.000} = 50 \text{ Kg/mm}^2 \quad \text{A} = 15 \frac{65.000 \times 62}{5.430.000} = 11,0 \text{ kg/m}^2$$

La sección central de la vigueta no necesita comprobarse porque su carga es mucho menor y en cambio trabaja con el forjado por cabeza de compresión.-

Esfuerzos cortantes en la vigueta:

Hemos visto que cada una de las dos losas de carretera que apoyan sobre una vigueta transmiten a esta un esfuerzo cortante de 4.620 Kg/m.l.; y cada losa de ferrocarril: 7.300 Kg/m.l. Sumando a estos efectos el peso de la vigueta resultan cargas de 10.400 Kg/m.l. y 15.760 Kg/ml.-

Estas cargas no se reparten por igual entre los apoyos, por efecto de la continuidad de la viga; para determinar las reacciones en los apoyos tenemos las tres ecuaciones:

Suma de proyecciones:

$$X_1 + X_2 + X_3 = P$$

Suma de momentos:

$$11,50 X_2 + 6,50 X_3 = M.$$

Momento central:

$$5,00 X_2 - p \frac{\overline{5,00^2}}{2} = M'$$

en las que

$$P = 10.400 \times 6,50 + 15.760 \times 5,00 = 146.500 \text{ kg.}$$

$$M = 10.400 \times \frac{\overline{6,50^2}}{2} + 15.760 \times 5,00 \times 9,00 = 928.000 \text{ mkg.}$$

$$M' = 95.000 \text{ mkg. (1)}$$

(1)

En realidad este momento no corresponde a estas cargas de cálculo sino a las de flexión, pero como la diferencia es pequeña admitimos este sin repetir su deducción.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

$$p = 15.760 \text{ Kg/m.l.}$$

Sustituyendo valores y despejando se tiene:

$$X_2 = \frac{1}{5} (95.000 - 15.760 \times \frac{5,00^2}{2}) = 20.400 \text{ Kg.}$$

$$X_3 = \frac{1}{6,5} (928.000 - 11,5 \times 20.400) = 106.500 \text{ Kg.}$$

$$X_1 = 146.5000 - 20.400 - 106.500 = 19.600 \text{ Kg.}$$

Por consiguiente el esfuerzo cortante en el apoyo central por el lado del ferrocarril es :

$$15.760 \times 5,00 - 20.400 = 58.400 \text{ Kg.}$$

y por el lado de la carretera : 48.100 Kg.-

El alma va armada con diagonales y montantes formados por  $2 \sqrt{\frac{50 \times 50}{7}} = 13 \text{ cm}^2$  en tal forma que entran seis angulares en un ancho igual al brazo de la pieza, presentando así  $39 \text{ cm}^2$  de sección para resistir estos esfuerzos.-

Largueros.-

Cada larguero forma una viga continua de hormigón armado sobre varios apoyos distanciados todos a 5,00 m. excepto los últimos de cada tramo cuya separación baja a 4,00 m. tendiendo con ello a igualar las flexiones en todas las luces.-

Las cargas son las siguientes :

Larguero de ferrocarril :

Peso propio y del andén	=	2.600 Kg/m.l.
Carga de la losa: $5.210 \times \frac{5,00}{2}$	=	<u>6.500 "</u>
Total		9.100 Kg/m.l.

Larguero de la carretera :

Peso propio y del andén	=	2.600 Kg/m.l.
Carga de la losa: $0,25 \times 2.320 \times \frac{6,50}{2}$	=	<u>1.900 "</u>
Total		4.500 Kg/m.l.

Larguero central:

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Peso propio	-----	1.500 Kg/m.l.
Carga de las losas	( -----	6.500 "
	( -----	<u>1.900 "</u>
Total	-----	9.900 Kg/m.l.

Siendo las vigas continuas y de 5,00 m. de luz y suponiendo los apoyos fijos, los momentos máximos son :

Larguero de ferrocarril	$= \frac{9.100 \times 5,00^2}{12}$	= 19.000 mKg.
Id. carretera	$= \frac{4.500 \times 5,00^2}{12}$	= 9.400 mKg.
Id. central	$= \frac{9.900 \times 5,00^2}{12}$	= 20.700 mKg.

Estos momentos máximos son los negativos que se producen en la vertical de los apoyos; los positivos que se producen en los centros de las luces son de valor mitad que estos y están todavía mejor resistidos por hacer trabajar a compresión el forjado.-

Ahora bien, como los apoyos no son fijos sino elásticos, estos momentos variarán aumentando unos y disminuyendo otros.-

Al flectar el cuchillo flecta también el larguero tomando la misma elástica que aquél. Los efectos secundarios que esta flexión produce en el larguero y los primarios que tienen lugar como cabeza de compresión del cuchillo, están en la misma relación que los momentos resistentes de uno y otro; podemos pues depreciarlos sin temor alguno.-

De menor importancia suelen ser las desnivelaciones debidas a los esfuerzos transversales o cortantes; y en nuestro caso la tienen menor que las desnivelaciones parciales de un nudo respecto de los inmediatos, que se producen cuando una sobrecarga concentrada actúa sobre la viga correspondiente.- En particular cuando esta actúa sobre un nudo que cuelga de un montante, este se alarga independientemente de la flexión general del cuchillo y el apoyo desciende con relación a los cantiguos.-

Hemos visto que proyectados los cuchillos de la carretera del ferrocarril y central con rigideces proporcionales respectivamente a los números 1, 2 y 3, las cargas totales se reparten entre ellos en la misma proporción logrando así la máxima eficiencia. Siguiendo el mismo orden de ideas hemos proyectado los montantes de cada cuchillo con secciones proporcionales a estos números y los largueros respectivos también con momentos de inercia en esta misma proporción.- Esto nos permite simplificar mucho el cálculo porque estando en la misma proporción las masas elásticas del larguero y el montante en cada uno de los cuchillos, los esfuerzos se reparten en la misma proporción entre estos elementos y podemos estudiar el conjunto como un sistema único en que el larguero tenga un momento de inercia, suma de los momentos de los tres largueros, y el montante una sección suma de las de los tres montantes.-

Las secciones de estos montantes son :

$$64 + 119 + 179 = 362 \text{ cm}^2$$

Los momentos de inercia de los largueros son:

Cuchillo del ferrocarril :

Canto útil = 100 cm.

$$\text{Armadura simétrica : } 2 \frac{(120 \times 120)}{13} = 59 \text{ cm}^2$$

Ancho = 50 cm.

Profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{50}{2} f^2 + 15 \times 59 (f - 5) = 15 \times 59 (100 - f) \quad f = 35 \text{ cm.}$$

Momento de inercia:

$$I = \frac{50}{3} 35^3 + 15 \times 59 \times 30^2 + 15 \times 59 \times 55^2 = 5.265.000 \text{ cm}^4$$

Cuchillo central:

Canto útil = 120 cm.

$$\text{Armadura simétrica : } 2 \sqrt{\frac{120 \times 120}{13}} = 59 \text{ cm}^2$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Ancho = 50 cm.

Profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{50}{2} f^2 + 15 \times 59 (f - 5) + 15 \times 59 (120 - f) = f = 40 \text{ cm.}$$

Momento de inercia :

$$I = \frac{50}{3} 40^3 + 15 \times 59 \times 35^2 + 15 \times 59 \times 80^2 = 7.850.000 \text{ cm}^4$$

Cuchillo de la carretera :

Canto útil = 80 cm.

$$\text{Armadura simétrica : } 2 \sqrt{\frac{100 \times 100}{12}} = 45,5 \text{ cm}^2$$

Ancho = 40 cm.

Profundidad de la fibra neutra :

$$\frac{40}{2} f^2 + 15 \times 45,5 (f - 5) = 15 \times 45,5 (80 - f) = f = 30 \text{ cm.}$$

Momento de inercia :

$$I = \frac{40}{3} 30^3 + 15 \times 45,5 \times 25^2 + 15 \times 45,5 \times 50^2 = 2.600.000 \text{ cm}^4$$

La suma de los tres momentos vale : 15.715.000 cm<sup>4</sup>

La carga total que actúa en un tramo de 5,00 m. de ancho y que carga por consiguiente sobre estos montantes es (pág. ) = 31.620 × 5 = 158.000 Kg. cuando actúan ambas sobrecargas; y desde el momento en que estos momentos son elásticos, solamente una parte de la carga (P) actúa sobre ellos y el resto (Q) trabaja por flexión sobre los largueros.-

Evidentemente: P + Q = 158.000 Kg.

y por otro lado el teorema de Castiglione nos proporciona la e-

cuación :

$$\frac{P h}{E a} = \int_0^{1/2} \frac{M y}{E' I} dy$$

en la que :

h = 450 cm.: altura de los montantes.

a = 362 cm<sup>2</sup>: sección de los mismos.

$E = 2.100.000$  : coeficiente de elasticidad de los montantes.

$E' = 150.000$  : coeficiente de elasticidad de los largueros.

$M = \frac{Q l}{8} - \frac{Q}{2} \left( \frac{l}{2} - y \right)$  momento flector en un punto cualquiera del larguero siendo (y) su distancia a la vertical del montante.-

Sustituyendo estos valores se tiene :

$$\frac{P h}{E a} = 0,0052 \frac{Q l^3}{E' I}$$

o bien  $P = 3,75 Q$

y por consiguiente :  $Q = 33.000$  Kg.

Como venimos diciendo esta carga (Q) se reparte entre los tres largueros en la misma proporción anteriormente deducida, es decir :

Larguero de ferrocarril = 10.700 Kg.

Larguero central = 16.500 "

Larguero carretera = 7.200 "

y los momentos flectores máximos ( $\frac{Q l}{8}$ ) que se producen valen respectivamente : 13.400 mKg, 20.500 mKg. y 7.200 mKg.-

Estos momentos producidos por la elasticidad de los montantes han de sumarse a los hallados anteriormente suponiendo los apoyos rígidos, porque ambos se producen simultáneamente y con el mismo signo en los nudos correspondientes a los encuentros de alas diagonales con los largueros y se obtienen los momentos totales siguientes : 33.400 mKg. al lado del ferrocarril, 41.200 alm central y 16.600 al de carretera.-

Por tanto las cargas unitarias máximas del hormigón y la armadura en cada uno de estos largueros son las siguientes :

Larguero ferrocarril :

$$H = \frac{3.240.000 \times 35}{5.265.000} = 21,5 \text{ Kg/cm}^2 \quad A = 15 \frac{32.400 \times 65}{5.265.000} = 6,0 \text{ Kg/mm}^2$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Larguero central :

$$H = \frac{4.120.000 \times 40}{7.850.000} = 21 \text{ Kg/cm}^2 \quad A = 15 \frac{41.200 \times 80}{7.850.000} = 6,1 \text{ Kg/mm}^2$$

Larguero de carretera :

$$H = \frac{1.660.000 \times 30}{2.600.000} = 19 \text{ Kg/cm}^2 \quad A = 15 \frac{16.600 \times 50}{2.600.000} = 4,8 \text{ Kg/mm}^2$$

Vemos pues que todas las cargas son lo suficientemente bajas para asegurarnos la completa resistencia de los largueros aún bajo la acción de otros esfuerzos secundarios de menos importancia.-

El esfuerzo cortante en la proximidad de un apoyo es evidentemente igual al que se produce cuando los apoyos son rígidos más  $(\frac{Q}{2})$ , esto es :

$$\text{Larguero de ferrocarril : } 9.100 \times \frac{5,00}{2} + \frac{10.700}{2} = 28.000 \text{ Kg.}$$

$$\text{Larguero central : } 9.900 \times \frac{5,00}{2} + \frac{16.500}{2} = 33.000 \text{ "}$$

$$\text{Larguero de carretera : } 4.500 \times \frac{5,00}{2} + \frac{5.900}{2} = 14.200 \text{ "}$$

Como la sección de las celosías es de 41,5 cm<sup>2</sup> por larguero, el exceso de resistencia es tal que nos releva de hacer la comprobación, aún teniendo que las sobrecargas de cálculo para los esfuerzos cortantes son algo menores que las de los momentos flectores con las que hemos hecho estos cálculos.-

- - - - -

### CÁLCULO DE LOS CUCHILLOS

El tramo colgado tiene 36 m. de luz y está formado por 4 células extremas de 4 m. y 4 células centrales de 5 m.- La altura de la viga entre ejes es 3,50 m., y la estructura lo mismo que la de los otros tramos es una viga Warren con montantes secundarios en cada nudo.- Solamente en este tramo cuatro diagonales tienen sensiblemente menos de 45° de inclinación, viniendo obligado esto por la necesidad de reducir todo lo posible la altura del puente sobre la pleamar para disminuir las rampas de acceso, sin que se pueda disminuir el ancho de las mallas porque siendo en número impar habría de reducirse a 3,60 m. y esto obligaría a cambiar la estructura del piso del hormigón complicando su construcción.- Como se trata de las diagonales centrales que están poco cargadas no creemos que haya inconveniente en ello.-

El tramo central y las ménsulas forman una viga de 86 m. de longitud con mallas de 5,00 m. excepto las dos extremas de cada lado que son de 4,00 m.; la altura de la viga es de 4,50 m. en la parte central y se eleva a 7,00 m. sobre los apoyos.-

Empezaremos por determinar las cargas de cálculo de cada uno de estos cuchillos, para el estudio de las flexiones.- Aunque se trata en realidad de tramos de 50 y 54 m. de luz, como el tramo colgado tiene solamente 36 m., tomaremos para sobrecargas de cálculo, uniforme para todos ellos con objeto de simplificar el cálculo, las correspondientes a 40 m., es decir, 9.890 kg/m.l. para el ferrocarril y 3.150 kg/m.l. para la carretera de doble calzada. Con arreglo a estas cargas hemos estudiado y hallado ya las que corresponden por metro lineal a cada cuchillo, cuyos valores son los indicados en la página .- A estos hay que añadir los pesos de las viguetas y los cuchillos.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

El peso aproximado de estos es : 500 Kg. para el cuchillo lateral de carretera, 1.500 para el central, y 1.000 para el lateral de ferrocarril; y la vigueta produce cargas de :

$$0,90 \times 0,60 \times 2.400 = 1.300 \text{ Kg/m.l.}$$

que se reparten a razón de

$$1/5 \ 1.300 \times 2,50 = 650 \text{ kg. para el ferrocarril}$$

$$1/5 \ 1.300 \times 3,25 = 880 \text{ " } \quad \text{carretera}$$

$$1/5 \ 1.300 \times 5,75 = 1.530 \text{ " } \quad \text{central}$$

Sumando estas cargas a las del piso resulta en total para las cargas debidas al peso propio : 6.900 kg/m.l. para el cuchillo del ferrocarril, 12.530 kg/m.l. para el central, y 5.210 kg/m.l. para el de carretera.-

I con las sobrecargas, estas cifras aumentan respectivamente a 11.950 kg, 18.830 kg. y 6.900 kg/m.l.-

Para el cálculo de los esfuerzos en cada pieza hemos trazado en la hoja nº 1 (Anejo) de los planos los polígonos funiculares tomando como unidad la carga por metro lineal equivalente a cuatro milímetros en el papel; y en el cuadro siguiente indicamos los valores de las cargas por metro lineal máximas y mínimas de cada cuchillo.-

En el tramo colgado y las ménsulas solo hay una hipótesis que es la de máxima carga, pero en el tramo central consideramos los dos casos extremos de estar cargados el tramo mismo, y descolgadas las ménsulas contiguas, o descargando el tramo y cargadas las ménsulas.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

TRAMO COLGADO

	<u>Con sobrecarga.</u>			<u>Sin sobrecarga.</u>		
	<u>R<sub>2</sub></u>	<u>R<sub>3</sub></u>	<u>R<sub>1</sub></u>	<u>R<sub>2</sub></u>	<u>R<sub>3</sub></u>	<u>R<sub>1</sub></u>
1	+ 26,50	+ 315	+ 499	+ 183	+ 333	+ 138
2	- 21,25	- 254	- 400	- 147	- 267	- 111
3	- 4,00	- 48	- 75	- 28	- 50	- 21
4	- 17,15	- 205	- 323	- 118	- 215	- 89
5	+ 34,90	+ 415	+ 658	+ 233	+ 437	+ 182
6	+ 10,00	+ 119	+ 188	+ 69	+ 125	+ 52
7	- 43,30	- 512	- 810	- 297	- 544	- 226
8	- 5,00	- 60	- 94	- 34	- 63	- 26
9	- 4,50	- 54	- 85	- 31	- 56	- 23
10	+ 46,50	+ 553	+ 875	+ 322	+ 584	+ 243

MENSULAS

	<u>Con sobrecarga.</u>			<u>Sin sobrecarga.</u>		
	<u>R<sub>2</sub></u>	<u>R<sub>3</sub></u>	<u>R<sub>1</sub></u>	<u>R<sub>2</sub></u>	<u>R<sub>3</sub></u>	<u>R<sub>1</sub></u>
11	+ 33,40	+ 396	+ 628	+ 230	+ 417	+ 174
12	- 26,70	- 318	- 503	- 183	- 335	- 140
13	+ 4,00	+ 48	+ 75	+ 27	+ 50	+ 21
14	+ 42,25	+ 528	+ 832	+ 305	+ 503	+ 220
15	- 20,00	- 239	- 377	- 138	- 251	- 104
16	- 57,70	- 686	- 1083	- 396	- 724	- 302
17	+ 22,40	+ 267	+ 422	+ 155	+ 280	+ 117
18	+ 5,00	+ 60	+ 94	+ 34	+ 62	+ 26
19	- 17,25	- 206	- 325	- 119	- 216	- 90
20	+ 72,25	+ 862	+ 1360	+ 498	+ 907	+ 377
21	- 41,65	- 497	- 785	- 288	- 522	- 217
22	+ 72,25	+ 862	+ 1360	+ 498	+ 907	+ 377

TRAMO CENTRAL CARGADO, SIN CARGA EN LAS MENSULAS

P. son los valores producidos por su carga; I. los producidos por la carga de las mensulas adyacentes; D. las diferencias.

			R <sub>2</sub>			R <sub>3</sub>			R <sub>1</sub>		
I	P		I	P	D	I	P	D	I	P	D
23	+ 28,00	- 30,50	+ 193	- 364	- 171	+ 350	- 575	- 225	+ 146	- 211	- 65
24	- 88,15	+ 20,50	- 620	+ 245	- 375	-1100	+ 386	- 714	- 460	+ 142	- 318
25	o	- 5,00	o	+ 60	+ 60	o	+ 94	+ 94	o	+ 34	+ 34
26	- 13,30	+ 27,50	- 92	+ 328	+ 236	- 166	+ 519	+ 353	- 69	+ 190	+ 121
27	+ 97,50	- 38,00	+ 672	- 454	+ 218	+1220	- 717	+ 503	+ 508	- 262	+ 246
28	+ 14,75	- 24,50	+ 102	- 293	- 191	+ 185	- 462	- 277	+ 78	- 169	- 91
29	o	+ 5,00	o	+ 60	+ 60	o	+ 94	+ 94	o	+ 34	+ 34
30	- 108,00	+ 56,25	- 745	+ 672	- 73	-1350	+1.060	- 290	- 562	+ 388	- 174
31	o	+ 11,25	o	+ 134	+ 134	o	+ 212	+ 212	o	+ 77	+ 77
32	+108,00	- 64,50	+ 745	- 770	- 25	+1350	- 1220	+ 130	+ 562	- 445	+ 117
33	o	- 3,75	o	- 45	- 45	o	- 71	- 71	o	- 26	- 26
34	-108,00	+ 67,25	- 745	+ 803	+ 58	-1350	+ 1270	- 80	- 562	+ 465	- 97
35	o	+ 5,00	o	+ 60	+ 60	o	+ 94	+ 94	o	+ 34	+ 34

TRAMO CENTRAL DESCARGADO, CON CARGA EN LAS MENSULAS

			R <sub>2</sub>			R <sub>3</sub>			R <sub>1</sub>		
I	P		I	P	D	I	P	D	I	P	D
23	+ 28,00	- 30,50	+ 334	- 211	+ 123	+ 528	- 381	+ 147	+ 193	- 159	+ 34
24	- 88,15	+ 20,50	-1052	+ 142	- 910	- 1660	+ 256	- 1404	- 620	+ 107	- 513
25	o	+ 5,00	o	+ 35	+ 35	o	+ 62	+ 62	o	+ 26	+ 26
26	- 13,30	+ 27,50	- 158	+ 190	+ 32	- 250	+ 344	+ 94	- 94	+ 143	+ 49
27	+ 97,50	- 38,00	+1160	- 263	+ 897	+ 1837	- 475	+ 1362	+ 672	- 198	+ 474
28	+ 14,75	- 24,50	+ 176	- 169	+ 7	+ 278	- 307	- 29	+ 102	- 128	- 26
29	o	+ 5,00	o	+ 35	+ 35	o	+ 62	+ 62	o	+ 26	+ 26
30	-108,00	+ 56,25	-1285	+ 388	- 897	- 2040	+ 705	- 1335	- 745	+ 294	- 451
31	o	+ 11,25	o	+ 78	+ 78	o	+ 141	+ 141	o	+ 59	+ 59
32	+108,00	- 64,50	+1285	- 445	+ 840	+ 2040	- 808	+ 1232	+ 745	+ 350	- 395
33	o	- 3,75	o	- 26	- 26	o	- 47	- 47	o	- 20	- 20
34	-108,00	+ 67,25	-1285	+ 465	- 820	- 2040	+ 842	- 1198	- 745	+ 350	- 395
35	o	+ 5,00	o	+ 35	+ 35	o	+ 62	+ 62	o	+ 26	+ 26

TRAMO CENTRAL DESCARGADO, SIN CARGA EN LAS MENSULAS

	$R_2$			$R_3$			$R_1$		
	I	P	D	I	P	D	I	P	D
23	+ 193	- 211	- 14	+ 350	- 381	- 31	+ 146	- 159	- 13
24	- 620	+ 142	- 478	- 1100	+ 256	- 844	- 460	+ 107	- 353
25	o	+ 35	+ 35	o	+ 62	+ 62	o	+ 26	+ 26
26	- 92	+ 190	+ 98	- 166	+ 344	+ 178	- 69	+ 143	+ 74
27	+ 672	- 263	+ 409	+ 1220	- 475	+ 745	+ 508	- 198	+ 310
28	- 102	- 169	- 67	+ 185	- 307	- 122	+ 78	- 128	- 50
29	o	+ 190	+ 190	o	+ 62	+ 62	o	+ 26	+ 26
30	- 745	+ 388	- 357	- 1350	+ 705	- 645	- 562	+ 294	- 268
31	o	+ 78	+ 78	o	+ 141	+ 141	o	+ 59	+ 59
32	+ 745	- 445	+ 300	+ 1350	- 808	+ 542	+ 562	- 336	+ 226
33	o	- 26	- 26	o	- 47	- 47	o	- 20	- 20
34	- 745	+ 465	- 289	- 1550	+ 842	- 708	- 562	+ 350	- 12
35	o	+ 35	+ 35	o	+ 62	+ 62	o	+ 26	+ 26

- - - - -

CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS CORTANTES

Los esfuerzos en las barras debidos al peso propio son los mismos hallados anteriormente para los casos de no existir sobrecarga. A ellos habremos de añadir los producidos por estas sobrecargas; y para ello empezaremos por determinar las que marca la Instrucción para cada longitud marcada de ferrocarril y carretera, y repartiremos estas cargas entre los tres cuchillos con arreglo al resultado de los estudios anteriormente hechos.-

Hemos visto (pág. 51) que el peso propio se reparte entre los tres cuchillos en esta forma :

$$R_2 = 5.250 \text{ Kg. } \text{ " } R_3 = 9.500 \text{ Kg. } \text{ " } R_1 = 3.830 \text{ Kg/m.l.}$$

Al añadir la sobrecarga de ferrocarril se reparte el total en:

$$R_2 = 10.400 \text{ Kg. } \text{ " } R_3 = 14.000 \text{ Kg. } \text{ " } R_1 = 4.070 \text{ Kg.}$$

Por consiguiente las diferencias son las partes de la sobrecarga de ferrocarril que corresponden a cada cuchillo.-

$$5.150 \text{ Kg. } \qquad 4.500 \text{ Kg. } \qquad 240 \text{ Kg.}$$

o sea en partes alícuotas de la sobrecarga :

$$\frac{5.150}{9.890} = 0,52 \quad \text{ " } \quad \frac{4.500}{9.890} = 0,455 \quad \text{ " } \quad \frac{240}{9.890} = 0,025$$

Repitiendo el mismo cálculo para la sobrecarga de carretera se obtienen los siguientes valores :

<u>R<sub>2</sub></u>	<u>R<sub>3</sub></u>	<u>R<sub>1</sub></u>
5.250	9.500	3.830
<u>5.150</u>	<u>11.150</u>	<u>5.430</u>
- 100	1.650	1.600
- 0,035	0,525	0,51

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Llamando F la sobrecarga de ferrocarril y C la de la carretera, las cargas a considerar en cada cuchillo son

$$R_2 = 0,52 F - 0,035 C$$

$$R_3 = 0,455 F + 0,525 C$$

$$R_1 = 0,025 F + 0,51 C$$

Naturalmente para  $R_2$  consideraremos su caso más desfavorable que es aquel en que no hay sobrecarga de carretera, y entonces su valor es :

$$R_2 = 0,52 F$$

En el siguiente cuadro indicamos estos valores para diferentes longitudes cargadas con arreglo a los valores que da la Instrucción.

Longitud	F tn.	C tn.	$R_2$ tn.	$R_3$ tn.	$R_1$ tn.
4	24,37	5,40	12,10	13,94	8,85
5	21,84	5,40	11,40	12,78	8,23
8	17,68	4,20	9,20	10,27	6,57
10	14,90	3,40	7,75	8,56	5,37
13	13,86	2,92	7,18	7,83	4,95
15	13,17	2,60	6,84	7,44	4,60
18	12,44	2,36	6,46	6,92	4,32
20	11,95	2,20	6,20	7,05	4,11
23	11,72	2,08	6,10	6,44	3,92
25	11,56	2,00	6,00	6,31	3,90
28	11,38	1,94	5,80	6,17	3,82
30	11,26	1,90	5,85	6,12	3,79
32	11,16	1,88	5,78	6,07	3,74
35	11,02	1,85	5,72	5,98	3,70
36	10,87	1,84	5,65	5,92	3,66
40	10,75	1,80	5,58	5,82	3,60
45	10,50	1,77	5,45	5,69	3,53
50	10,25	1,75	5,34	5,57	3,46

Con estos datos calcularemos las reacciones X en un apoyo del tramo colgado cuando la sobrecarga viene avanzando desde el lado contrario. Multiplicando estos valores que se indican en el cuadro siguiente por los valores de las reacciones en cada barra obtenidos gráficamente en la figura nº 4 (Anejo 1) para el caso de ejercerse en el apoyo una reacción unidad, se obtienen los esfuerzos de cada barra. Como los que buscamos son los máximos aplicamos en el cuadro siguiente para cada barra la reacción correspondiente al caso de extenderse la sobrecarga hasta el nudo inmediato a dicha barra.

Barra	Coefi ciente	Long. cargada m.	X <sub>2</sub> tns.	X <sub>3</sub> tns.	X <sub>1</sub> tns.	Coefi- ciente.	R <sub>2</sub> tns.	R <sub>3</sub> tns.	R <sub>1</sub> tns.
4'	0,22	4,00	2,66	3,07	1,95+	2,22 +	5,90 +	6,82 +	4,33
6'	0,57	8,00	5,25	5,85	3,75-	2,54 -	13,39 -	14,90 -	9,55
9'	2,35	13,00	16,85	18,40	11,65+	1,73 +	29,20 +	31,80 +	20,25
9	4,50	18,00	29,10	31,20	19,50-	1,73 -	50,50 -	54,00 -	33,75
6	7,36	23,00	44,70	47,50	29,30+	1,53 +	68,50 +	72,80 +	44,80
4	10,90	28,00	63,40	67,50	41,70-	1,32 -	83,90 -	89,50 -	55,00
1	14,20	32,00	82,10	86,50	53,00+	1,54 +	102,65 +	133,00 +	81,50
5'	0,57	8,00	5,25	5,85	3,75+	8,34 +	43,80 +	48,80 +	31,40
5	10,90	28,00	63,40	67,50	41,70+	2,18 +	139,00 +	148,00 +	91,10

En este cuadro el primer coeficiente es la reacción en el apoyo cuando se extiende en la longitud cargada una carga unidad, es decir:  $\frac{a^2}{2} \times \frac{1}{l}$  siendo a la longitud cargada y l la luz del tramo; X son los productos de este valor por las cargas antes halladas; el segundo coeficiente, el valor deducido gráficamente de la reacción de la barra cuando la reacción de apoyo es la unidad; y R los productos de este número por los valores de X hallados.-

Repetiendo el mismo cálculo para las ménsulas se tiene el siguiente cuadro (fig. 5 Anejo 1.)

EDUARDO TORROJA  
INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS  
MADRID

Barra	Longitud ms.	P <sub>2</sub> tns.	P <sub>3</sub> tns.	P <sub>1</sub> tns.	Coefi- ciente.	R <sub>2</sub> tns.	R <sub>3</sub> tns.	R <sub>1</sub> tns.
11	36,00	5,65	5,92	3,66	+ 33,40	+ 189,0	+ 198,0	+ 132,2
15	40,00	5,58	5,82	3,60	- 20,00	- 111,6	- 116,5	- 72,0
17	45,00	5,45	5,69	3,53	+ 22,50	+ 122,1	+ 128,0	+ 79,5
19	50,00	5,34	5,57	3,46	- 17,20	- 92,0	- 96,0	- 59,6
14	45,00	5,45	5,69	3,53	+ 44,30	+ 242,0	+ 252,0	+ 156,5
20	50,00	5,34	5,57	3,46	+ 72,40	+ 387,5	+ 404,0	+ 252,0

En esta cuadro P<sub>2</sub> P<sub>3</sub> P<sub>1</sub> son las sobrecargas por metro l<sup>neal</sup> consideradas en funci3n de las cuales se hallan los coeficientes tomados de la figura n<sup>o</sup> 5 y que representan el esfuerzo producido en la barra cuando esta sobrecarga es la unidad.-

Para determinar los esfuerzos cortantes en el tramo central <sup>re</sup> empezamos por hallar los debidos a la sobrecarga cuando esta se extiende desde un extremo hasta la secci3n considerada; y despu3s determinaremos los producidos cuando unas de las m3nsulas contiguas est3 cargada y la otra descargada, pues en el caso en que ambas est3n cargadas no se produce por ello ning3n esfuerzo cortante en el tramo.-

En el cuadro siguiente se indican las debidas a la sobrecarga que act3a directamente en el tramo: (fig. 6)

Barra	Coefi- ciente.	Longitud. ms.	X <sub>2</sub> tns.	X <sub>3</sub> tns.	X <sub>1</sub> tns.	Coefi- ciente.	R <sub>2</sub> tns.	R <sub>3</sub> tns.	R <sub>1</sub> tns.
26'	16,00	40,00	89,50	93,40	57,60	+ 1,62	+ 142,5	+ 151,8	+ 93,8
27'	16,00	40,00	89,50	93,40	57,60	- 2,00	- 62,4	- 69,0	- 43,2
28'	12,25	35,00	70,00	73,20	45,40	- 1,79	- 125,5	- 131,5	- 81,0
31'	9,00	30,00	52,65	55,08	34,11	+ 1,48	+ 78,0	+ 82,5	+ 50,8
33'	6,25	25,00	37,50	39,50	24,40	- 1,50	- 56,4	- 59,4	- 36,6
33	4,00	20,00	24,80	28,22	16,44	+ 1,50	+ 37,3	+ 42,5	- 24,7
31	2,25	15,00	15,50	16,75	10,35	- 1,50	- 23,1	- 25,1	- 15,2
28	1,00	10,00	7,75	8,56	5,37	+ 0,30	+ 2,3	+ 2,6	+ 1,6
26	0,25	5,00	2,85	3,18	2,06	- 0,28	- 0,8	- 0,9	- 0,6
27	1,00	10,00	7,75	8,56	5,37	- 8,03	- 179,0	- 186,8	- 115,2

Cuando actúan las sobrecargas sobre una ménsula y sobre el tramo colgado de ella, la reacción en el apoyo contrario del tramo central se puede deducir dividiendo por la luz del tramo el momento flector sobre el apoyo más próximo, y este momento, equivale a la reacción de la barra 20 por su distancia al apoyo, que es de 6,50 m.- Es decir, que estas reacciones son :

$$Y_2 = 387,5 \frac{6,50}{50,00} = 50,4 \text{ tn.}$$

$$Y_3 = 404,0 \frac{6,50}{50,00} = 52,5 \text{ tn.}$$

$$Y_1 = 252,0 \frac{6,50}{50,00} = 32,8 \text{ tn.}$$

Estas reacciones son de signo negativo, esto es, de arriba hacia abajo.-

En la fig. 7 hemos determinado los valores de los esfuerzos en las diferentes barras del tramo central producidos por un esfuerzo unidad aplicado verticalmente en la línea del apoyo, y los valores se aplican en el siguiente cuadro como coeficientes multiplicadores de las reacciones halladas.-

	Coe-	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>1</sub>
Barras	ficiente.	tns.	tns.	tns.
23'	+ 1,33	+ 67,4	+ 70,0	+ 43,8
26'	- 1,60	- 80,8	- 84,0	- 52,5
27'	+ 1,99	+ 101,0	+ 105,0	+ 65,5
28'	+ 1,78	+ 90,0	+ 93,5	+ 48,7
31'	- 1,49	- 75,0	- 78,2	- 49,0
33'	+ 1,49	+ 75,0	+ 78,2	+ 49,0
33	- 1,49	- 75,0	- 78,2	- 49,0
31	+ 1,49	+ 75,0	+ 78,2	+ 49,0
28	- 0,50	- 15,1	- 15,7	- 9,9
26	+ 0,28	+ 14,1	+ 14,7	+ 50,0
23	- 1,52	- 76,5	+ 79,9	- 50,0
27	+ 8,00	+ 404,0	+ 420,0	+ 263,0
22	+ 7,43	+ 375,0	+ 390,0	+ 244,0

Si en vez de estar cargada la ménsula de la derecha como hemos supuesto, lo estuviera la de la izquierda, los valores deducidos para las barras de un lado se aplicarían a las del otro con el mismo signo; por consiguiente a los valores hallados para el caso de actuar la sobrecarga directamente en el tramo, hay que añadir los deducidos ahora para cada barra y su simétrica.-

Las sumas se indican a continuación.-

En el cuadro grande indicamos por columnas los siguientes valores :

- 1º.- Número de la barra.
- 2º.- Cargas por flexión debidas al propio peso.
- 3º.- Cargas por flexión debidas al peso propio y a las sobrecargas aplicadas en el tramo, y descargando los adyacentes.-
- 4º.- Cargas por flexión debidas al peso propio y a la sobrecarga en los tramos adyacentes.-
- 5º.- Cargas por esfuerzo cortante debidas a las sobrecargas, cuando estas se aplican desde el apoyo de la derecha hasta la sección correspondiente y sin sobrecarga en los tramos adyacentes.
- 6º.- Cargas por esfuerzo cortante debidas a las sobrecargas, cuando estas se aplican desde el apoyo de la izquierda hasta la sección considerada, y sin sobrecarga en los tramos adyacentes.-
- 7º.- Cargas por esfuerzo cortante cuando las sobrecargas se aplican en el tramo adyacente de la derecha.-
- 8º.- Cargas por esfuerzo cortante cuando las sobrecargas se aplican en el tramo adyacente de la izquierda.
- 9º.- Cargas máximas de tensión por esfuerzo cortante debidas a las sobrecargas en las diferentes hipótesis consideradas.-
- 10º.- Cargas máximas de compresión por esfuerzo cortante debidas a las sobrecargas en las diferentes hipótesis consideradas.-
- 11 .- Cargas máximas de tensión por esfuerzo cortante debidas al peso propio y sobrecargas.-
- 12.- Cargas máximas de compresión por esfuerzo cortante debidas al peso propio y sobrecarga.-
- 13 .- Cargas máximas de tensión por flexión y esfuerzo cortante.
- 14 .- Cargas máximas de compresión por flexión y esfuerzo cortante.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Cuchillo del lado del ferrocarril

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
1	+183	+315		+102	+ 102			+102		+285	"	315	
2	-146	-254		"						"		"	254
3	- 27	- 48		"						"		"	48
4	-118	-205		-84	+ 6			+ 6 - 84		" - 208		"	205
5	+241	+415		+139	+ 44			+139		+380		415	"
6	+ 69	+119		+ 68	- 13			+ 68 - 13		+137	"	137	"
7	-299	-512		"						"		"	512
8	- 34	- 60		"						"		"	60
9	- 31	- 54		- 50	+ 29			+ 29 - 50		- 81		"	81
10	+ 32	+553		"						"		553	"
11	+230	+596		+189				+189		+419	"	419	"
12	-184	-318		"						"		"	318
13	+ 28	+ 48		"						"		"	48
14	+292	+528		+242				+242		+534	"	534	"
15	-148	-239		-112					-112	"	-260	"	260
16	-398	-686		"						"		"	686
17	+154	+267		+122				+122		+276	"	276	"
18	+ 34	+ 60		"						"		"	60
19	-119	-206		- 92					- 92		-211	"	211
20	+500	+862		+337				+337		+887	"	887	"
21	-287	-497		-222					-222		-509	"	509
22	+500	+862		+337		+375		+375		+875	"	875	"
23	- 14	-171	+123			- 76 + 67		+ 67 - 76		"	- 90	123	171
24	-478	-375	-910	"						"		"	910
25	+ 35	+ 60	+ 35	"						"		"	60
26	+ 98	+236	+ 32	- 1	+142	+ 14 - 81		+156 - 82		+254	"	254	"
27	+409	+218	+897	-179	- 62	+404 +101		+404 +179		+813	"	897	"
28	- 67	-191	+ 7	+ 2	-125	- 15 + 90		+ 92 -140		+ 25	-207	25	207
29	+190	+ 60	+190	"						"		"	190
30	-357	- 73	-897	"						"		"	897
31	+ 78	+134	+ 78	- 23	+ 78	+ 75 - 75		+153 - 98		+231 - 20		231	20
32	+300	+ 25	+840	"						"		"	840
33	- 26	- 45	- 26	+ 37	- 56	+ 75 + 75		+112 -131		+ 76 -157		76	157
34	-280	+ 58	-820	"						"		"	820
35	+ 35	+ 60	+35	"						"	"	"	60

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Cuchillo central

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
1	+333	+499		+133				+133		+466		466	
2	-267	-400		"				"			-267		400
3	- 50	- 75		"				"			- 50		75
4	-215	-325		- 89	+ 7			+ 7	- 89		-304		323
5	+437	+658		+148	+ 49			+148		+585		585	
6	+125	+188		+ 73	- 15			+ 73	- 15	+198		198	
7	-544	-810		"				"					810
8	- 63	- 94		"				"					94
9	- 56	- 85		- 54	+ 32			+ 32	- 54		-110		110
10	+584	+875		"				"				875	
11	+417	+628		+198				+198		+615		628	
12	-335	-503		"				"					503
13	+ 50	+ 75		"				"				75	
14	+503	+832		+252				+252		+755		832	
15	-251	-377		-116					-116		-367		377
16	-724	-1083		"				"					1083
17	+280	+422		+128				+128		+408		422	
18	+ 62	+ 94		"				"				94	
19	-216	-325		- 96					- 96		-312		325
20	+907	+1360		+404				+404		+1311		1360	
21	-522	-785		-231					-231		-753		785
22	+907	+1360				+390		+390		+1297		1360	
23	- 31	-225	+147			- 80	+ 70	+ 70	- 80		-111	147	225
24	-844	-714	-1400	"				"					1404
25	+ 62	+ 94	+ 62	"				"				94	
26	+178	+353	+ 94	- 1	+152	+ 15	- 34	+167	- 85	+345		345	
27	+745	+503	+1362	-187	- 69	+420	+105	+420	-137	+1165		1362	
28	-122	-277	- 29	+ 5	-131	-- 16	+ 93	+ 96	-147		-269		277
29	+ 62	+ 94	+ 62	"				"				94	
30	-645	-290	-1335	"				"					1335
31	+141	+212	+141	- 25	+ 82	+ 78	- 78	+160	-103	+301		301	
32	+542	+130	+1232	"				"				1232	
33	- 47	- 71	- 47	+ 42	- 59	- 78	+ 78	+120	-137	+ 73	-184	73	184
34	-708	- 80	-1198	"				"					1198
35	+ 62	+ 94	+ 62	"				"				94	



EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Los montantes sufren la carga correspondiente a un nudo, pero esta carga debe calcularse teniendo en cuenta las sobrecargas que marca la Instrucción para la luz de 5,00 m. por ser más desfavorable, o sean :

$$18.720 \times 5,00 = 93.600 \text{ Kg. para el ferrocarril.}$$

$$\text{y } 1.630 \times 6,00 \times 5,00 = 48.900 \text{ Kg. para la carretera.}$$

Como hemos visto al calcular los esfuerzos cortantes de estas cargas corresponde a cada cuchillo la siguiente :

Cuchillo ferrocarril:

$$F + 0,52 F = 34.500 + 0,52 \times 93.600 = 83.200 \text{ Kg.}$$

Cuchillo central:

$$P + 0,455 F + 0,525 C = 62.650 + 0,455 \times 93.600 + 0,525 \times 48.900 = 130.000.$$

Cuchillo carretera:

$$F + 0,025 F + 0,51 C = 26.050 + 0,025 \times 93.600 + 0,51 \times 48.900 = 53.300$$

Estas mismas cargas actúan en los nudos a los que van a parar dos diagonales, pero repartiéndose entre ellas la tensión producen en cada una cargas iguales a estas divididas por  $\sqrt{2}$  aproximadamente, pues su inclinación varía poco de  $45^\circ$ . - Es decir, cargas de 59 tn. para el de ferrocarril, 92 para el central y 37 tn. para el de carretera; y estas cargas son menores que las obtenidas anteriormente en el cálculo general de los cuchillos.-

En cuanto a los montantes los calcularemos para las cargas que acabamos de obtener, añadiendo los esfuerzos producidos por el viento.- El empuje del viento no produce efecto de flexión lateral en el puente porque éste está sobradamente compensado con el piso monolítico de hormigón, pero empajando sobre las cabezas de tensión tiende a doblar las almas; el esfuerzo es pequeño, pero para mayor seguridad lo tendremos en cuenta actuando sobre los montantes solamente. Es decir, cada montante resiste como empotrado en

la base y libre en la cabeza, el empuje del viento sobre los 5,00. de esta que median entre montante y montante.-

Este empuje vale :

$$270 \times 5,00 \times 0,50 = 680 \text{ Kg.}$$

y con una altura de montante de 5,00 m. produce un momento en la base de = 3.400 mKg., cuyos esfuerzos habrá que aumentar a los ya determinados en cada pieza,-

Con estos datos pasaremos a la comprobación de cada barra.-

Cuchillo deln ferrocarril.

Barra 10. Tensión = 533 tn.

Sección = A.

Sección bruta 444 cm<sup>2</sup>

Descuento por  
roblones 20 "

Sección neta 424 "

Carga unitaria = 12,6 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 5. Tensión = 415 tn.

Sección = A.

Sección neta 424 cm<sup>2</sup>

Carga unitaria = 9,8 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 1. Tensión = 315 tn.

Sección A = 424 cm<sup>2</sup>

Carga unitaria = 7,6 Kg/mm<sup>2</sup>

Diagonales.

Barra 9. Compresión 81 tn.

Sección S.

Sección total = 121 cm<sup>2</sup>

Sección neta = 112 "

Longitud = 6,0 m.

Radio de giro = 10 cm.

Coefficiente de reducción por pandeo:

$$c = 1 + 0,000025 \frac{600}{102} = 1,09$$

Carga unitaria :

$$1,09 \times \frac{81.000}{12.100} = 7,3 \text{ Kg/mm}^2$$

Barra 6. Tensión = 137 tn.

Sección T = sección total = 151 cm<sup>2</sup>

sección neta = 139 "

Carga unitaria = 10,0 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 4. Compresión = 205 tn.

Sección U :

Sección total = 215 cm<sup>2</sup>

Sección neta = 203 "

Radio de giro = 10 cm.

Longitud = 5,00 m.

Coefficiente por pandeo :

$$1 + 0,00025 \frac{400}{102} = 1,06$$

Carga unitaria = 10,1 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 11. Tensión 419 tn.

Sección B = Sección bruta = 392 cm<sup>2</sup>

descuento = 22 "

Sección neta = 370 "

Carga unitaria = 11,4 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 14. Tensión = 534 t.

Sección B = Sección neta = 370 cm<sup>2</sup>

Carga unitaria = 14,5 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 20. Tensión 887 tn.

Sección C = sección total = 607 cm<sup>2</sup>

descuento = 27 "

Sección neta = 580 "

Carga unitaria = 15,3 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 22. Tensión = 875 tn.

Sección c = 580 cm<sup>2</sup>

Carga unitaria = 15,1 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 27. Tensión = 897 tn.

Sección c = 580 cm<sup>2</sup>

Carga unitaria = 15,5 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 32. Tensión = 840 tn.

Sección c = 580 cm<sup>2</sup>

Carga unitaria = 14,5 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 15.m Compresión = 260 tn.

Sección V = Sección total = 247 cm<sup>2</sup>

Sección neta = 205 "

Radio de giro = 15 cm.

Coefficiente por pandeo :

$$1 + 0,00025 \frac{500^2}{15^2} = 1,03$$

Carga unitaria = 10,8 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 17. Tensión = 276 tn.

Sección U = Sección total = 215 cm<sup>2</sup>

Sección neta = 203

Carga unitaria = 13,7 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 19. Compresión = 211 tn.

Sección U = Sección total = 215 cm<sup>2</sup>

Sección neta = 203 "

Radio de giro = 10 cm.

Longitud = 7,50 m.

Coefficiente por pandeo :

$$1 + 0,000025 \frac{750^2}{10^2} = 1,14$$

Carga unitaria = 11,2 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 23. Tensión = 123 tn. Compresión = 171 tn.

Sección V = total = 247 cm<sup>2</sup>

neto = 235 "

Longitud = 7,50 m.

Coefficiente del pandeo:

$$1 + 0,000025 \frac{750^2}{15^2} = 1,06$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Coefficiente de aumento por ser los esfuerzos alternativos:

$$2,5 \frac{125}{171} = 1,8 \text{ Kg/mm}^2$$

Carga unitaria a tensión = 7,1 Kg/mm<sup>2</sup>

Carga unitaria a compresión = 9,2 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 26. Compresión = 254 tn.

Longitud = 7,50 m.

Sección V = Sección total = 247 cm<sup>2</sup>

Coefficiente al pandeo :

$$1 + 0,000025 \frac{750^2}{15^2} = 1,05$$

Carga unitaria = 10,8 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 28. Tensión = 25 tn. Compresión = 207 tn.

Sección U = total = 215 cm<sup>2</sup>

neto = 203 "

Longitud = 6,70 m.

Coefficiente al pandeo :

$$1 + 0,000025 \frac{670^2}{10^2} = 1,11$$

Coefficiente de esfuerzos alternativos:

$$2,5 \frac{25}{207} = 0,3 \text{ Kg/mm}^2$$

Carga unitaria a tensión = 1,5 Kg/mm<sup>2</sup>

Carga unitaria a compresión = 11,0 Kg/mm<sup>2</sup>

Barra 31 Tensión = 231 tn. Compresión 20 tn.

Sección V = Total = 247 cm<sup>2</sup>

neto = 235 "

Longitud = 6,70 m.

Coefficiente de pandeo :

$$1 + 0,000025 \frac{670^2}{15^2} = 1,05$$

Coefficiente por esfuerzos alternativos:

$$2,5 \frac{20}{231} = 0,2$$

Carga unitaria a tensión = 10,1 Kg/mm.<sup>2</sup>

Barra 33.

Tensión 76 tn. Compresión 157 tn.

Sección U : total = 215 cm.<sup>2</sup>

neto = 203 "

Longitud = 6,70 m.

Radio de giro = 10 cm.

Coefficiente de pandeo :

$$1 + 0,000025 \frac{670^2}{8^2} = 1,11$$

Sobrecarga por esfuerzos alternativos:

$$2,50 \frac{76}{157} = 1,2 \text{ Kg/mm.}^2$$

Carga unitaria a compresión = 1,4 Kg/mm.<sup>2</sup>

Montantes.

Barra 21.

Compresión = 509 tn.

Sección = X = Sección total = 431 cm.<sup>2</sup>

Radio de giro = 10 cm.

Longitud = 7 m.

Coefficiente por pandeo :

$$1 + 0,000025 \frac{700^2}{10^2} = 1,12$$

Carga unitaria = 13,2 Kg/mm.<sup>2</sup>

Barras 8 y 3.

Estos momentos sufren como hemos visto (pág. ) una carga de compresión de 83 tn. y una flexión de 3.400 mKg.-

Con objeto de disminuir los efectos secundarios en los largueros de hormigón proyectamos estas barras con un coeficiente de trabajo bajo y por consiguiente pueden hacerse con acero corriente.-

Sección M = Sección total = 119 cm.<sup>2</sup>

Sección neta = 110 "

Radio de giro = 4 cm.

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Longitud = 3,00 m.

Coefficiente de pandeo :

$$1 + 0,000025 \frac{300^2}{42} = 1,14$$

Carga unitaria = 8,6 Kg/mm<sup>2</sup>

La flexión debida al viento en estas piezas, es menor por ser menor la altura de la viga, pero lo calcularemos para la misma pues estando a poca altura sobre el mar y debajo del piso, puede el efecto del viento ser mayor.-

Con un brazo mecánico de la pieza de 24 cm. se produce en los angulares de un lado una compresión y en los del otro una tensión cuyos valores son:

$$\frac{340.000}{24} = 14.200 \text{ Kg.}$$

que produce un aumento de carga de 2,4 Kg/mm<sup>2</sup>, obteniéndose en total una carga unitaria de 10,4 Kg/mm<sup>2</sup>

Barras 13, 18, 25, 29, y 35.

Sufren las mismas cargas de las anteriores pero a tensión. Se dispone la misma sección H.

Barras suplementarias.

Los montantes que no se han numerado, por no estar en trabajo teóricamente, sirven sin embargo para resistir el esfuerzo del viento lo mismo que los otros y para fijar por el centro las barras de la cabeza de tensión. Se proyectan con la sección h y no necesitan comprobación.-

Con objeto de no prolongar inútilmente esta Memoria detallamos en los siguientes cuadros el resumen de todos estos valores en el cuchillo estudiado y en los otros dos.-

CUCHILLO DEL

FERROCARRIL

Barra	Longitud m.	Compresión tn.	Tensión tn.	Flexión mKg.	Figura	Sección total cm <sup>2</sup> .	Sección neta cm <sup>2</sup> .	Radio de giro. cm.	Coefficiente de pandeo.	Sobrecarga por alter- nancia de esfuerzos. Kg/mm <sup>2</sup> .	Carga unitaria a compresión Kg/mm <sup>2</sup> .	Carga unitaria a tensión Kg/mm <sup>2</sup> .	total. Kg/mm <sup>2</sup> .
10	10,00	"	533	"	A	444	424	"	"	"	"	12,6	12,6
5	9,00	"	415	"	A	444	424	"	"	"	"	9,8	9,8
1	4,70	"	315	"	A	444	424	"	"	"	"	7,6	7,6
11	5,30	"	419	"	B	392	370	"	"	"	"	11,4	11,4
14	9,35	"	534	"	B	392	370	"	"	"	"	14,5	14,5
20	5,28	"	887	"	C	607	580	"	"	"	"	15,3	15,3
22	5,28	"	875	"	C	607	580	"	"	"	"	15,1	15,1
27	10,10	"	897	"	C	607	580	"	"	"	"	15,5	15,5
32	10,00	"	840	"	C	607	580	"	"	"	"	14,5	14,5
9	6,00	81	"	"	S	121	112	10	1,09	"	7,30	"	7,3
6	6,00	"	137	"	T	151	139	"	"	"	"	10,0	10,0
4	5,00	205	"	"	U	215	203	10	1,06	"	10,10	"	10,1
15	5,00	260	"	"	V	247	235	15	1,03	"	10,80	"	10,8
17	6,90	"	276	"	U	215	203	"	"	"	"	13,7	13,7
19	7,50	211	"	"	U	215	203	10	1,14	"	11,20	"	11,2
23	7,50	171	123	"	V	247	235	15	1,06	1,81	7,40	5,3	9,2
26	6,90	254	"	"	V	247	235	15	1,05	"	10,8	"	10,8
28	6,70	207	25	"	U	215	203	10	1,11	0,3	10,7	1,2	11,0
31	6,70	20	231	"	V	247	235	15	1,05	0,2	0,8	9,9	10,1
33	6,70	157	76	"	U	215	203	10	1,11	1,2	8,2	3,8	9,4
21	7,00	509	"	"	X	431	418	10	1,12	"	13,2	"	13,2

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

C U C H I L L O      C E N T R A L

Barra	Longitud m.	Compresión tn.	Tensión tn.	Flexión mKg.	Figura	Sección total cm2.	Sección neta cm2.	Radio de giro. cm.	Coefficiente de pandeo.	Sobrecarga por alter- nancia de esfuerzos Kg/mm2.	Carga unitaria a compresión Kg/mm2.	Carga unitaria a tensión Kg/mm2.	carga unitaria a flexión. Kg/mm2.	Carga total Kg/mm2.
10	8,0	"	855	"	D	614	592	"	"	"	"	14,4	"	14,4
5	8,0	"	585	"	D	614	592	"	"	"	"	9,9	"	9,9
1	4,7	"	315	"	D	614	592	"	"	"	"	5,3	"	5,3
11	5,3	"	628	"	E	606	582	"	"	"	"	10,8	"	10,8
14	9,35	"	832	"	E	606	582	"	"	"	"	15,2	"	15,2
20	5,28	"	1360	"	F	931	900	"	"	"	"	15,0	"	15,0
22	5,28	"	1360	"	F	931	900	"	"	"	"	15,0	"	15,0
27	10,10	"	1362	"	F	931	900	"	"	"	"	15,0	"	15,0
32	10,10	"	1232	"	F	931	900	"	"	"	"	13,6	"	13,6
9	6,00	110	"	"	S	121	112	10	1,09	"	9,8	"	"	9,8
6	6,00	"	1189	"	U	215	203	"	"	"	"	9,3	"	9,3
4	5,00	323	"	"	W	330	315	15	1,03	"	10,1	"	"	10,1
15	5,00	377	"	"	W	330	315	15	1,03	"	11,7	"	"	11,7
17	6,90	"	422	"	W	330	315	"	"	"	"	13,4	"	13,4
19	7,60	325	"	"	W	330	315	15	1,06	"	10,4	"	"	10,4
23	7,50	225	147	"	W	330	315	15	1,06	1,7	7,4	4,7	"	9,1
26	6,90	"	345	"	W	330	315	"	"	"	"	11,0	"	11,0
28	6,70	227	"	"	W	330	315	15	1,05	"	8,8	"	"	8,8
31	6,70	"	301	"	W	330	315	"	"	"	"	9,6	"	9,6
33	6,70	184	73	"	U	215	203	10	1,11	1,0	9,5	3,6	"	10,5
21	7,00	785	"	"	Y	543	520	13	1,07	"	15,4	"	"	15,4

CUCHILLO DE LA CARRETERA

Barra	Longitud m.	Compresión tn.	Tensión tn.	Flexión mKg.	Figura	Sección total cm <sup>2</sup> .	Sección neta cm <sup>2</sup> .	Radio de gito cm.	Coefficiente de pandeo.	Sobrecarga por alter- nancia de esfuerzos. Kg/mm <sup>2</sup> .	Carga unitaria a compresión. Kg/mm <sup>2</sup> .	Carga unitaria a tensión Kg/mm <sup>2</sup> .	Carga unitaria a flexión Kg/mm <sup>2</sup> .	Carga total Kg/mm <sup>2</sup> .
10	8,00	"	322	"	G	258	240	"	"	"	"	13,4	"	13,4
5	8,00	"	273	"	G	258	240	"	"	"	"	11,3	"	11,3
1	4,70	"	219	"	G	258	240	"	"	"	"	9,1	"	9,1
11	5,30	"	306	"	I	312	295	"	"	"	"	10,3	"	10,3
14	9,35	"	376	"	I	312	295	"	"	"	"	12,7	"	12,7
20	5,28	"	629	"	J	450	428	"	"	"	"	14,6	"	14,6
22	5,28	"	498	"	J	450	428	"	"	"	"	11,6	"	11,6
27	10,10	"	573	"	J	450	428	"	"	"	"	13,4	"	13,4
32	10,00	"	409	"	I	312	295	"	"	"	"	13,9	"	13,9
9	6,00	57	"	"	S	121	112	10	1,09	"	5,1	"	"	5,1
6	6,00	"	97	"	S	121	112	"	"	"	"	8,1	"	8,1
4	5,00	144	"	"	T	151	139	10	1,06	"	8,7	"	"	8,7
15	5,00	176	"	"	U	215	203	10	1,06	"	10,1	"	"	10,1
17	6,90	"	196	"	T	151	139	"	"	"	"	14,1	"	14,1
19	7,50	150	"	"	U	215	203	10	1,14	"	7,9	"	"	7,9
23	7,50	65	34	"	S	121	112	10	1,14	1,3	6,2	3,0	"	7,5
26	6,90	"	177	"	U	215	203	"	"	"	"	8,7	"	8,7
28	6,70	141	"	"	T	151	139	10	1,13	"	10,5	"	"	10,5
31	6,70	"	159	"	U	215	203	"	"	"	"	7,8	"	7,8
33	6,70	106	54	"	U	215	203	10	1,13	1,3	9,9	4,1	"	11,2
21	7,00	316	"	"	V	247	230	13	1,07	"	13,7	"	"	13,7

Cabeza de compresión.-

Sobre el piso que actúa como cabeza de compresión obran las cargas siguientes :

Barras	Cuchillos		
	Ferrocarril tn.	Centro tn.	Carretera tn.
7	512	810	297
2	254	400	147
12	318	503	183
16	686	1083	396
24	910	1404	513
30	897	1335	451
34	820	1198	335

La mayor compresión se produce en la 24 y tiene un valor total entre los tres cuachillos de 2.827 tn.- Tomando momentos respecto al cuchillo central vemos que este esfuerzo resultante tiene una excentricidad respecto a éste cuchillo de :

$$\frac{910 \times 5,00 - 513 \times 6,5}{2.827} = 0,43 \text{ m.}$$

hacia el lado del ferrocarril.-

Se trata pues de una pieza sometida a compresión compuesta, y empezaremos por determinar el área de su sección y la posición del centro de gravedad con relación al cuchillo central.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

	Areas	M2.	Brazos m.	Momentos m2.	Brazos m.	Momentos de inercia
	Andén: $0,75 \times 0,30 =$	0,22	6,00	1,32	5,97	7,80
Viga	( $1,50 \times 0,40 = 0,60$ )	1,45	5,00	7,30	4,97	35,80
	( $1,00 \times 0,40 = 0,40$ )					
	( $0,50 \times 0,35 = 0,18$ )					
	( $15 \times 6 \frac{120 \times 120}{13} = 0,27$ )					
	( )					
Forjado	( $4,25 \times 0,30 = 1,27$ )	1,33	2,12	2,82	2,09	5,80
	( Armadura = 0,06 )					
Viga	( $0,50 \times 0,50 = 0,25$ )	1,32	0,00	0,00	0,03	0,00
	( $1,30 \times 0,50 = 0,65$ )					
	( $0,15 \times 1,00 = 0,15$ )					
	( $15 \times 6 \frac{120 \times 120}{13} = 0,27$ )					
	( )					
Forjado	( $6,00 \times 0,25 = 1,50$ )	1,57	- 3,00	- 4,70	3,03	14,40
	( Armadura = 0,07 )					
Viga	( $0,75 \times 0,25 = 0,18$ )	0,83	- 6,50	- 5,40	6,53	35,50
	( $0,40 \times 0,25 = 0,10$ )					
	( $1,00 \times 0,35 = 0,35$ )					
	( $15 \times 6 \frac{100 \times 100}{13} = 0,20$ )					
	( )					
	Andén : $1,00 \times 0,15 =$	0,15	- 7,30	- 1,10	7,33	8,10
		6,97 m2	+ 0,24 m.			107,40 m <sup>4</sup>

Excentricidad = 0,03

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Vemos pues que el centro de gravedad queda a 0,03 m. del eje del cuchillo central y la excentricidad de la compresión es por consiguiente :  $0,43 - 0,03 = 0,40$  m.-

La presión media vale :

$$\frac{2.827.000}{6,97} = 405.000 \text{ Kg/m}^2 = 40,5 \text{ Kg/cm}^2$$

Para determinar la presión máxima, basta sumar a la media, la carga máxima por flexión debida al momento de excentricidad que es:

$$2.827.000 \times 0,40 = 1.131.000 \text{ mKg.}$$

Esta carga viene dada por la fórmula del módulo de flexión  $\frac{M v}{I}$  en la que  $I$  es el valor hallado =  $107,40 \text{ m}^4$  y  $v$  vale  $6,47$  m. para el lado más comprimido y  $8,03$  m. para el lado contrario.-

Las cargas máximas y mínima son pues :

$$P_{\max} = 405 + \frac{1.131 \times 6,47}{107,40} = 473 \text{ tns/m}^2.$$
$$P_{\min} = 405 - \frac{1.131 \times 8,03}{107,40} = 320 \text{ tns/m}^2.$$

es decir :  $47,3 \text{ Kg/cm}^2$  y  $32,0 \text{ Kg/cm}^2$ .-

A lo largo de la sección transversal del piso estas compresiones valen :

Viga ferrocarril - - - - -	=	46	Kg/cm <sup>2</sup>
Centro losa ferrocarril - - - -	=	43	""
Viga central v- - - - -	=	41	""
Centro losa carretera - - - - -	=	37	""
Viga carretera - - - - -	=	34	""

A estas cargas hay que sumar las que se producen por las flexiones parciales del piso. No solamente incluyen las que tienen lugar en el sentido de esta compresión sino también las que se producen normalmente.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

En la parte inferior del larguero se produce como hemos visto (pág. 62) una compresión por flexión de  $21,5 \text{ Kg/cm}^2$ , teniendo ya en cuenta el efecto perturbador de la desnivelación elástica de los apoyos; pero estando la pieza comprimida esta compresión por flexión baja mucho y resulta una compresión total menor que la que luego hallaremos en el centro de la losa.-

En la parte superior de esta mismo larguero existen compresiones en los puntos intermedios entre los apoyos pero son mucho más pequeñas, y alcanzan escasamente 3 o 4  $\text{Kg/cm}^2$ .- Por otro lado la flexión transversal de las losas produce en esta parte superior de los largueros tracciones que pueden alcanzar valores análogos a los producidos en el centro de las losas, y estas tracciones transversales producen, por el efecto de Poisson, una especie de sobrecompresión en el sentido que consideramos. Difícil es en hormigón armado hacer intervenir el módulo de Poisson, por la heterogeneidad del material y por la alteración de isotropía que producen las armaduras.- Así pues, siguiendo los prudentes consejos de varios autores, nos limitaremos a añadir a la compresión hallada el 0,25 % de la tensión que tiene lugar en sentido normal y que tomaremos igual a la compresión que se produce en el centro de la losa, es decir,  $34 \text{ Kg/cm}^2$ .- La presión resultante es pues,

$$43 + 0,25 \times 34 = 51,5 \text{ Kg/cm}^2$$

En el centro de la losa de ferrocarril la presión que hemos hallado es de  $41 \text{ Kg/cm}^2$ ; a ella hay que sumar la debida a la flexión de la losa.- La pieza resulta sometida a compresión compuesta en tal forma que no aparecen tensiones en ella, como vamos a ver y por consiguiente podemos estudiar por separado la compresión y flexión, para sumar luego algebraicamente las cargas resultantes.-

Tomando momentos respecto al borde superior de la losa tenemos la siguiente ecuación para determinar la profundidad de la

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

fibra neutra

$$f = \frac{\frac{100 \times 2}{30^2} + 15 \times 20 \times 27}{100 \times 30 + 15 \times 20} = 16 \text{ cm.}$$

Momento de inercia

$$I = \frac{100}{3} \frac{16^3}{16^3} + \frac{100}{3} \frac{14^3}{14^3} + 15 \times 20 \times 11^2 = 268.000 \text{ cm}^4$$

Por tanto las cargas resultantes son :

A compresión en el hormigón

$$H_c = \frac{408.000 \times 16}{268.000} = 24 \text{ Kg/cm}^2$$

A tensión en el hormigón

$$H_t = \frac{408.000 \times 14}{268.000} = 22 \text{ Kg/cm}^2$$

Vemos que la tensión por flexión es menor que la media producida por la compresión simple, por consiguiente la máxima compresión que hemos de tener en cuenta, contando con el efecto de Poisson, es

$$41 + 24 - 0,25 \times 24 = 59 \text{ Kg/cm}^2$$

porque en sentido transversal se producen las mismas flexiones que en sentido longitudinal.-

En el resto del piso puede comprobarse que las cargas son siempre menores.-

Esfuerzos concentrados de los nudos sobre la cabeza de compresión.-

Un punto muy importante en este género de estructuras mixtas es la transmisión de esfuerzos de la parte metálica a la parte de hormigón o viceversa.-

Estudiemos pues la importancia de los esfuerzos que las diagonales y montantes transmiten al hormigón y la forma con que éste los resiste.- Los esfuerzos de los montantes no tienen desde

luego importancia ninguna, pues estos se transmiten a las viguetas y largueros y al hormigón que los envuelve lo mismo que en una estructura metálica cualquiera.- Ya hemos estudiado en la página los esfuerzos cortantes que en estos elementos se producen, y los hemos supuesto resistidos solamente por la parte metálica, así que nada más hemos de añadir sobre ellos.-

Pero no ocurre así con los nudos en los que concurren diagonales.- Estas van unidas entre sí, y al montante por cartelas de forma que la resultante de sus esfuerzos sobre la cabeza horizontal de compresión es necesariamente una presión ejercida en el sentido del eje de la pieza.- Únicamente hemos de estudiar por tanto, la concentración de estos esfuerzos axiales.-

Manda la Instrucción que las uniones de las barras se calculen, no para las cargas de cálculo, sino para las máximas que dichas barras puedan resistir.- Siguiendo el mismo criterio en este caso hemos determinado por una simple proporción la carga resistente de cada diagonal trabajando a  $11 \text{ Kg/mm}^2$ , y en el siguiente cuadro indicamos estos valores, sus proyecciones sobre la horizontal obtenidas multiplicando por el coseno del ángulo, y la suma, concurrentes en un nudo; es decir, hemos determinado el máximo esfuerzo que estas diagonales podrían ejercer sobre la cabeza si trabajasen ambas simultáneamente a la máxima carga.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Barras	Cosenos	Ferrocarril			Centro			Carretera		
		C.	P.	S.	C.	P.	S.	C.	P.	S.
4	0,80	222	179	305	346	277	462	153	123	225
6	0,32	153	127		223	185		123	102	
15	0,80	259	207	354	346	277	506	224	179	280
17	0,66	222	147		346	229		153	101	
19	0,66	222	147	318	346	229	458	224	148	229
23	0,66	259	171		346	229		123	81	
26	0,66	259	171	338	346	229	490	224	148	263
28	0,75	222	167		346	261		153	115	
31	0,75	259	194	361	346	261	429	224	168	336
33	0,75	222	167		223	168		224	168	

El máximo esfuerzo de los hallados es 506 tn. en el nudo 15 - 17 del cuchillo central. Las diagonales transmiten este esfuerzo, por intermedio de cartelas, a los seis angulares de  $\frac{120 \times 120}{13}$  de la barra 12, a los seis angulares también de  $\frac{120 \times 120}{13}$  la barra 16, a la vigueta correspondiente y al hormigón por empuje directo de las barras y de las cartelas transversales de la vigueta.-

Los angulares como corren a todo lo largo del piso y van unidos entre sí con pequeñas diagonales, transmiten perfectamente sus esfuerzos al hormigón a ambos lados del nudo interesando así una gran área de éste.- La superficie de hormigón directamente interesada por los elementos metálicos del nudo es de 0,80 m<sup>2</sup>-

Sumando a esto al área resistente de los mencionados angulares multiplicada por la relación 15 de los coeficientes de elasticidad de ambos materiales resulta un área total de :

Hormigón directamente comprimido - - - = 8.000 cm<sup>2</sup>

Barras que transmiten el esfuerzo por

adherencia: 15 x 12 x 29,7 - - - = 5.340 "

15.340 cm<sup>2</sup>

Dividiendo la carga por éste área resulta una carga unitaria de 47 Kg/cm<sup>2</sup> sin tener en cuenta la resistencia al esfuerzo cortante de la vigueta.- Esta carga se suma a la compresión general del piso que en este punto es pequeña porque no se trata de una de las barras más cargadas y porque los ensanchamientos de los cartabones de largueros y viguetas que rodean los nudos aumentan grandemente el área resistente.- Además, hemos de hacer notar que en los puntos donde se ejercen estas presiones concentradas no existen sobrepresiones por flexión del piso, pues únicamente por la flexión de los largueros se produce una compresión en la parte inferior de éstos, pero ésta es pequeña, está disminuida por el ensanchamiento de los cartabones, y queda en realidad por bajo de la acción del nudo, cuyo centro de presión está en la parte alta del larguero.-

Esfuerzos de la cabeza de compresión durante la construcción.-

Ya hemos indicado la posibilidad de traer montadas las estructuras metálicas por flotación si la contrata entiende como nosotros que este sistema es preferible al empleo de cimbras.- I como al hacer esta maniobra no existe todavía el piso que forma la cabeza de compresión, vamos a indicar la posibilidad de llevarlo a cabo con la sola resistencia de las barras que se proyectan, si bien la Contrata queda libre para reforzarlas si lo cree oportuno.-

El tramo cantilever vendrá apoyado sobre los nudos a los que acuden las diagonales 15 y 17.- El peso total de la estructura es de 3.000 Kg/m.l.- Como lo que queda en voladizo por fuera

de los apoyos es muy poco, podemos considerar un momento de

$$\frac{3,0 \times 70^2}{8} = 1.840 \text{ mtn.}$$

que produce, con el canto de 4,50 m. de la viga, una tensión en la cabeza inferior de 410 tn.-

Al apoyar sobre las pilas las ménsulas producen momentos negativos de

$$3.000 \times \frac{18^2}{2} = - 490 \text{ mtn.}$$

y el momento en el centro de la luz pasa a ser

$$\frac{3.000 \times 50^2}{8} - 490 = 450 \text{ mtn.}$$

La compresión en las barras de la cabeza inferior próximas a los apoyos es de 64 tn.-

Con objeto de hacer posible sin puente provisional el transporte por tierra de los materiales del hormigonado, se puede colocar el tramo colgado antes de empezar aquel, y entonces el momento negativo aumenta a

$$- 490 \quad 3.000 \times 18^2 = - 1.460 \text{ mtn.}$$

y en el centro de la luz es también negativo y vale - 520 mtn.-

Después de esto, se empieza el hormigonado por recuadros de 10 m., cada uno de los cuales pesa 190 tn. aproximadamente, excepto los extremos de 4,00 m. que pesan 150 tn.-

Al hormigonar los tramos 24 el momento en el centro de la luz disminuye en  $190 \times 5 = 950$  mtn. convirtiéndose en positivo con valor de 430 mtn.-

Al hormigonar el tramo 16 una parte del peso carga sobre el apoyo y otra sobre el montante, sin producir compresión en la cabeza, y sólo una cuarta parte carga sobre el nudo produciendo sobre la barra 16 un aumento de compresión de

$$\frac{190}{4} \times \frac{5,00}{5,60} = 410 \text{ tn.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

El momento en la clave vuelve a tomar el valor de - 520 mtn.

Al hormigonar los tramos 30 este momento pasa a valer

$$- 520 + 190 \times (25 - 10) = 1.830 \text{ mtn.}$$

El hormigonar el tramo 12 el momento aumenta pero está ya resistido por el piso hormigonado. El momento en el centro de la luz pasa a ser :

$$1.830 - 150 \times 14 = - 270 \text{ mtn.}$$

I lo mismo que sucedía antes con las barras 16, las barras 12 sufren ahora un aumento de compresión de

$$\frac{150}{4} \times \frac{4,00}{3,00} = 50 \text{ tn.}$$

Por último a cargar el tramo 34 el momento en esta sección vale :

$$- 270 + \frac{190 \times 50}{4} = 2.090 \text{ mtn.}$$

Vemos pues que los máximos momentos en ésta sección central son + 2.090 mtn.-y - 520 mtn., produciendo en la barra 34 esfuerzos de 465 tn. a tensión y 116 tn. a compresión.-

Sobre las pilas, los momentos son siempre negativos y tienen un máximo de 1.460 mtn.- La compresión debida a este momento se distribuye por un lado entre las barras 23 y 24, pero como hemos visto en el estudio de las flexiones la 23 acepta mucho menos carga que la 24, y para mayor seguridad prescindiremos de ella.- La compresión en la 24 es entonces de 208 tn.-

Por el otro lado para conocer la compresión en la barra 16 deberíamos tomar momentos respecto al montante 18, obteniendo entonces el valor :

$$3,00 \times \frac{13^2}{2} \times 3,0 \times 18 \times 13 = 950 \text{ mtn.}$$

La compresión en 16 vale  $\frac{950}{5,50} = 172 \text{ tn.}$  a lo que hay que añadir el esfuerzo de 410 tn. que se produce al hormigonar ese tramo, resultando en total una compresión de 582 tn.-

La barra 12 sufre evidentemente compresiones muy pequeñas; y la 30 las sufre también menores que las inmediatas.-

Distribuyendo con más cuidado las longitudes de hormigonado se pueden obtener esfuerzos menores en estas piezas, pero no creemos prudente contar con ello para el cálculo.- Por el contrario para contar con las pequeñas desigualdades que la marcha del hormigonado puede sufrir en la práctica, y con las sobrecargas accidentales, trepidaciones, etc; suponemos que cada uno de los tres cuchillos sufra la mitad de estas cargas, es decir, valores máximos de:  $\frac{582}{2} = 291$  tn. a compresión y  $\frac{465}{2} = 232$  tn. a tensión.

Los largueros del ferrocarril y central llevan seis angulares de  $\frac{120 \times 120}{13} = 276 \text{ cm}^2$  y el larguero de carretera

$6 \frac{100 \times 100}{12} = 136 \text{ cm}^2$ ; por consiguiente el más cargado, con gran diferencia sobre todos los demás, es el elemento 34 del cuchillo de carretera que quedaría trabajando a  $17 \text{ Kg/mm}^2$  y que puede reforzarse con dos pletinas unidas a los angulares.-

La compresión se resiste con más holgura porque al actuar las cargas del forjado que son las importantes, están ya hormigonados los largueros y este hormigón trabaja a compresión en unión de los angulares.-

En cuanto al tramo colgado, la máxima compresión en los elementos metálicos del piso, se produce al hormigonar los tramos 7; pero estos se hormigonarán por mitades empezando por el centro.- De este modo el momento flector máximo que se produce por el peso de la estructura metálica y de los 10 m. centrales de hormigonado es :

$$3,0 \times \frac{36^2}{8} + 190 \times \frac{36}{4} = 2.285 \text{ mtn.}$$

Al hormigonar por cada lado los 5,00 m. contiguos a estos 10,0 m., el momento vale respecto al montante 8 ;

$$(3,0 \times 18 + 190) 13 - 3,0 \times \frac{13^2}{2} - \frac{190 \times 5,00}{2} = 2.670 \text{ mtn.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Tomando como antes la mitad para cada cuchillo y dividiendo por el cinco resulta una compresión de 380 tn. que, lo mismo que antes, se resiste por la viga de hormigón armado que forma el larguero, pues en cuanto el hormigonado llega a la altura inferior del forjado su sección es de 0,70 m. y sin tener en cuenta los angulares puede soportar la carga de 380 tn. a razón de 54 Kg/mm<sup>2</sup>

Se ve pues que los tramos con las armaduras proyectadas pueden montarse sin inconveniente sobre las pilas sin necesidad de cimbras.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

APARATOS DE APOYO DE LOS TRAMOS FIJOS

Aparato de apoyo del tramo colgado.-

Las cargas son :

Rótula ferrocarril = 10.400 x 18 = 186.500 Kg.

" central = 15.800 x 18 = 285.000 "

" carreteras = 5.520 x 18 = 99.500 "

Rótula central: El ancho del apoyo es 0,60 m., y la carga por centímetro lineal = 4,750 Kg/cm.

Como el radio de curvatura de la rótula es de 1,00 m., la fórmula de Hertz para la carga unitaria de compresión un valor de:

$$\sigma = 0,42 \sqrt{\frac{P}{R}} \quad E = 0,42 \sqrt{\frac{4,75}{100}} \quad 2.100 = 4,2 \text{ tn/cm}^2$$

La tensión en las bridas laterales se reparte a razón de 142,5 tn. en cada una, y como están formadas por tres palastros de 300 x 100 mm., y 2  $\Gamma \frac{150 \times 150}{16}$  presentan una sección resistente de 180 cm<sup>2</sup>, es decir, que trabajan solamente a 7,9 Kg/mm<sup>2</sup>.

Las ménsulas de los cuchillos reciben la presión ya suficientemente repartida por la placa de asiento de acero moldeado y con 7 cm. de espesor, pero quedan trabajando a flexión.- El apoyo cae sensiblemente en la vertical del encuentro de los ejes de las cabezas, y la pequeña flexión que se pueda producir no tiene importancia en relación con la rigidez de la pieza.-

Como el tipo de apoyo no es corriente vamos a probar que con las dimensiones adoptadas los corrimientos tanto horizontales como verticales de los puntos de apoyo no tienen importancia.

Con arreglo a la Instrucción el desplazamiento para el cual hay que calcular este apoyo es de  $\pm 0,0003 \times 122 = 0,0366$  m. siendo 122.m. la longitud total de estructura entre apoyos fijos.

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Como el ancho o distancia vertical entre los puntos de apoyo es 1,15 m. el desplazamiento angular de la biela es

$$\text{ang.} \text{ sen } \frac{0,0366}{1,15} = 2^\circ$$

La distancia entre centros de curvatura de las dos superficies de apoyo es 3,15 m., por consiguiente al girar  $2^\circ$  la pieza el desplazamiento horizontal de cada punto de apoyo respecto al centro de la biela es:

$$\frac{3,15}{2} \text{ sen } 2^\circ = 0,0505 \text{ m.}$$

Del mismo modo el desplazamiento vertical de un punto de apoyo respecto al otro sería :

$$3,15 (1 - \cos 2^\circ) = 0,0011 \text{ m.}$$

que no influye ni produce el efecto perjudicial ninguno en el asiento de la vía.-

Como los apoyos de los otros dos cuchillos tienen las mismas características y sufren sobrecargas mucho menores no repetimos su comprobación.-

#### Aparatos de apoyo sobre las pilas.-

Cuchillo central:

Sufre una carga total de

$$18.830 \times \frac{72 + 50}{2} = 1.148.600 \text{ Kg.}$$

El aparato tiene un metro de ancho y apoya sobre seis cuchillos de 0,50 m. de diámetro; la carga por centímetro lineal de rodillo será

$$\frac{1.148.600}{100 \times 6} = 1,92 \text{ tn.}$$

y con arreglo a la fórmula de Hertz la carga unitaria sobre la línea de apoyo será :

$$\sigma = 0,42 \sqrt{\frac{P E}{R}} = 0,42 \sqrt{\frac{1,92}{25} \cdot 2.150} = 5,4 \text{ tns/cm}^2$$

Para asegurar el buen funcionamiento del gorrón central lo proyectamos con un diámetro de 19 cm., dejando las abrazaderas con 20 cm, de modo que con arreglo a la misma fórmula de Hertz la carga resultante es :

$$\sigma = 0,42 \sqrt{11,48 \times 2.150 \left( \frac{1}{10} - \frac{1}{9,5} \right)} = 4,65 \text{ tn/cm}^2$$

Las placas de apoyo tienen 1,10 x 1,50 m. de superficie sobre el hormigón produciendo una carga de 66 Kg/cm<sup>2</sup>.- Para resistirla con seguridad se rodea el macizo comprimido en una profundidad de 1,00 m., con un zuncho de 1,50 m. de diámetro formado por espirales de 20 mm. de diámetro espaciadas a 15 cm.-

Las piezas que apoyan sobre el pasador central y sobre los rodillos son de acero moldeado y trabajan a flexión a una carga pequeña por lo que no creemos necesario entrar en su comprobación.-

#### Cuchillo del ferrocarril.-

Carga total del apoyo:

$$11.950 \times \frac{72 + 50}{2} = 730.000 \text{ Kg.}$$

Ancho del aparato = 80

Número de rodillos = 5

Diámetro de los mismos = 50

Carga por centímetro lineal =  $\frac{730}{80 \times 6} = 1,52 \text{ tn.}$

Carga según la fórmula de Hertz:

$$0,42 \sqrt{\frac{1,52}{25} \cdot 2.150} = 4,8 \text{ tn/cm}^2$$

Diámetro del gorrón central = 9,5

Diámetro de las abrazaderas = 10

Carga unitaria :

$$0,42 \sqrt{7,3 \times 2.150 \left( \frac{1}{10} - \frac{1}{9,5} \right)} = 3,84 \text{ tn/cm}^2$$

Dimensiones de la base = 0,90 x 1,37

Carga unitaria sobre la pila = 60 Kg/cm<sup>2</sup>

Cuchillo de carretera.-

$$\text{Carga total} = 6.900 \times \frac{72 + 50}{2} = 422.000 \text{ Kg.}$$

Ancho del aparato = 70.

Número de rodillos = 5.

Diámetro = 40.

$$\text{Carga por centímetro lineal} = \frac{422}{70 \times 5} = 1,21 \text{ tn.}$$

Carga unitaria de Hertz:

$$0,42 \sqrt{\frac{1,21}{20} \times 2.150} = 4,80 \text{ tn/cm}^2$$

Diámetro del gorrón = 15.

Diámetro de las abrazaderas = 0,16

Carga unitaria de Hertz:

$$0,42 \sqrt{4,2 \times 2.150 \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{7,5} \right)} = 3,56 \text{ tn/cm}^2$$

Dimensiones de la base = 0,78 x 1,15

Carga unitaria sobre la pila :

$$\frac{422.000}{0,78 \times 1,15} = 47 \text{ Kg/cm}^2$$

Cada pila transmite a los dos cilindros de cimentación la carga de los aparatos de apoyo.- Únicamente el apoyo central cae en la parte que queda en vano entre ambos, pero como la altura de la viga es bastante mayor que el vano poca o ninguna armadura necesita para resistir.- Sin embargo podemos hacer para mayor seguridad los siguientes cálculos; considerando una

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

luz de cálculo de 9,00 m., la flexión debida al apoyo central y al peso de esta parte de pila como simplemente apoyada vale:

$$\frac{1.150 \times 9}{4} + \frac{53 \times 9^2}{8} = 3.100 \text{ mtn.}$$

Con un brazo de 5,00 m. resulta una tensión inferiormente de 620 tn.- En realidad es mucho menos tensión, pero aún esta queda resistida con los diez carriles del emparrillado inferior a razón de 12 Kg/mm<sup>2</sup>.- Creemos por tanto innecesario continuar la comprobación pues no es tampoco de temer rotura a esfuerzo cortante, ya que dentro de la pila puede considerarse una bóveda peraltada que transmita la carga a los cimientos.-

C I M E N T A C I O N

El peso de una pila es el siguiente :

Cuerpo superior:	$2.200 \times \frac{3,00+3,50}{2} \times 5,5 \times 14,70$	=	290.000
Zócalo :	$2.200 \times 4,00 \times 1,00 \times 13,00$	=	110.000
id. :	$2.200 \times 3,14 \times \overline{2,00^2} \times 1,00$	=	30.000
Cimiento:	$2.200 \times 2 \times 7,5 \times \overline{3,00^2}$	=	930.000
id.	$2.200 \times 2 \times 8,00 \times \overline{(4^2+3^2+4 \times 3)}$	=	<u>1.340.000</u>
			2.700.000

Los tres apoyos del tramo obran sobre la pila con las siguientes cargas y excentricidades respecto al centro de la pila:

Cuchillo del ferrocarril :	$730 \times 5,25$	=	3.820 mtn.
id central :	$1150 \times 0,25$	=	290 "
id carretera :	$\underline{420} \times (-6,25) = \underline{(-2.630)}$		"
	2300 tn.		1.480 mtn.

Carga total sobre el terreno = 5.000 tn.

Excentricidad = 0,30 m.

Además de estos esfuerzos normales obran sobre la pila la acción del viento en sentido transversal y la del frenado en sentido longitudinal.-

Tomemos momentos de los esfuerzos del viento respecto al plano de cimiento a 15 m. por bajo de bajamar.-

La hipótesis más desfavorable es la de tramo cargado con un tren en toda su extensión :

	<u>Cargas</u>	<u>Brazos</u>	<u>Momentos</u>
Empuje sobre la cabeza superior: $170 \times 0,40 \times 61 =$	4,1	24,00	98,00
id diagonales y montantes : $170 \times 22 \times 0,30 \times 4,00 =$	4,4	22,00	97,00
tren - - - - - : $170 \times 3,00 \times 61 =$	31,0	22,50	700,00
piso y largueros - - - : $170 \times 2,00 \times 61 =$	21,0	19,40	400,00
pila - - - - - : $170 \times 3,50 \times 6,50 =$	3,9	18,25	71,00
oleaje - - - - - : $2.000 \times 6,00 =$	<u>12,0</u>	15,00	<u>180,00</u>
	76,4		1.546,00

$$\text{Excentricidad} = \frac{1.546,00}{5.000} = 0,31 \text{ m.}$$

El empuje longitudinal de frenado es el correspondiente a 122 m. puesto que de cada dos pilas una no puede transmitir empuje horizontal por tener rodillos de dilatación.- En 122 m. entran dos locomotoras, dos tenders y ocho vagones, y el empuje es :

$$\frac{13}{7} 2 \times 100 + \frac{1}{12} (2 \times 72 + 8 \times 64) = 83 \text{ tn.}$$

y la excentricidad en el plano de cimiento es :

$$\frac{83 \times 22,50}{5.000} = 0,37 \text{ m.}$$

Vemos pues que en sentido transversal del puente que es el longitudinal de la pila, la excentricidad máxima es de 0,61 m.- Como la distancia entre ejes de los dos cimientos es de 11,00 m., esta excentricidad representa una sobrecarga sobre uno de ellos de

$$\frac{P \frac{6,11}{11,00}}{\frac{P}{2}} = 0,11$$

En sentido transversal la excentricidad es de 0,37 m. y el aumento de reacción en el borde más cargado es:

$$\frac{0,37 \times 5.000}{2 \times \frac{\pi}{32} \times 8,00} ; \frac{5.000}{2 \times 4,00^2} = 0,37$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Sumando ambos efectos resulta un aumento total de 0,47 sobre la presión media; aproximadamente un 50 % de exceso.-

La presión media vale :

$$\frac{5.000}{2 \pi \times 4,002} = 50 \text{ tn/m}^2 = 5 \text{ Kg/cm}^2$$

y la máxima 7,5 Kg/cm<sup>2</sup>

Como decimos en la primera parte de la Memoria, es de esperar que se encuentren a buena profundidad capas de terreno que resistan de sobra los 7,5 Kg/cm<sup>2</sup> de reacción máxima del terreno con coeficientes de seguridad muy favorables : pero hay que tener además en cuenta que la resistencia del cimiento no depende solamente de la carga resistente del terreno de cimentación en su superficie, sino de la profundidad del cimiento, de los coeficientes de rozamiento y cohesión de las tierras y también del rozamiento lateral entre las tierras y el macizo.- Los cimientos tienen que atravesar necesariamente capas que sin ser de terreno firme tengan mucha más resistencia y mayor coeficiente de rozamiento que los fangos pero cuyas características exactas sólo entonces podremos conocer; sin embargo podemos admitir de antemano que en conjunto el terreno no tendrá menos de 250 gr/cm<sup>2</sup> de resistencia transversal ni menos de 30° de talud natural.- (Estas son las cifras que da Bell para un fango arcilloso muy blando).-

Con arreglo a estas características el aumento de resistencia del terreno sobre su resistencia a la compresión a la superficie ser'á según la fórmula comprobada de Oscar Faber (Application in Building and Foundations of Modern Engineering Construction 1925)

$$R = d \times h + d' \times h' \times \text{tg}^4 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + 2 k \text{tg}^3 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + 2 k \text{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

siendo :

 $d =$  densidad del agua (1.026) $h =$  altura de la lámina de agua. $d' =$  densidad de las tierras. $h' =$  altura del terreno sobre el plano de cimentación. $k =$  resistencia transversal del terreno.

Sustituyendo estos valores tenemos a 15 m. de profundidad en bajamar;

$$R = 1.026 \times 8,00 + 1.800 \times 7,00 \times \text{tg}^4 60^\circ + 2 \times 2.500 \times \text{tg}^3 60^\circ + 2 \times 2.500 \text{ tg } 60^\circ =$$

$$= 15,7 \text{ Kg/cm}^2$$

y a los 20 m.

$$R = 1.026 \times 8,00 + 1.800 \times 12,00 \times \text{tg}^4 60^\circ + 2 \times 2.500 \text{tg}^3 60^\circ + 2 \times 2.500 \text{ tg } 60^\circ =$$

$$= 23,5 \text{ Kg/cm}^2$$

sin tener en cuenta el rozamiento del terreno sobre las paredes.

Pero aunque se tratara en toda la profundidad de un fango de iguales características que el de la superficie, es decir, con un talud natural de  $20^\circ$  una resistencia a la compresión de  $200 \text{ gr/cm}^2$ , y prescindiésemos de su cohesión, no bien determinada aún, pero indudable, obtendríamos a los 24 m. de profundidad una resistencia de :

$$0,20 + 1.800 \times 16,00 \times 1,43^4 = 13,1 \text{ Kg/cm}^2$$

y añadiendo a esto la resistencia lateral deducida por la fórmula de Benabeng :

$$R = d' h^2 \times \frac{\pi d}{2} \text{tg } \varphi \times \text{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) =$$

$$= 1.800 \times 16,00 \times \frac{\pi \times 6,00}{2} \times 0,36 \times 1,43^2 = 200.000 \text{ Kg.}$$

y dividiendo esta resistencia por el área del cimiento, resulta equivalente a una presión

$$\frac{200.000}{\pi \times 400^2} = 4 \text{ Kg/cm}^2$$

resultand

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

resultando en total una resistencia de  $17,1 \text{ Kg/cm}^2$ .-

A esta profundidad la presión media sobre el plano de cimiento viene aumentada a  $6 \text{ Kg/cm}^2$  por ser algo mayor el peso de los macizos de cimiento, pero como en cambio la excentricidad disminuye por ser mayor el peso, y por el empuje pasivo de las tierras en toda esa altura la carga máxima no aumenta sensiblemente; vemos pues que la resistencia de la cimentación está asegurada siempre ya que en la práctica no pueden presentarse hipótesis tan desfavorables como las empleadas en estos cálculos.-

Tampoco es de temer en estos cimientos el que queden colgados por efecto del rozamiento lateral porque tienen una gran parte de su altura en contacto con el agua sin rozamiento ninguno, y porque con la forma acampanada que presentan los cajones exteriormente se reducen estos rozamientos durante la hinca; pero si a pesar de todo llegara este caso a (20 m. de profundidad por ejemplo), como el peso de los cimientos es una parte muy importante de la carga total, resultaría actuando sobre el plano de cimiento solamente 2.700 tn. a razón de  $27 \text{ tn/m}^2$  y como la presión del terreno circundante a esa profundidad es de

$$1,026 \times 8 + 1.800 \times 12 = 30 \text{ tn/m}^2$$

resultaría que aun con un fango completamente líquido de esa densidad el cimiento sería estable.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

CAPITULO III

CALCULO DEL PUNTE GIRATORIO

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

CALCULO DEL PISO DEL PUEBTE GIRATORIO

En el tramo móvil el piso tiene la misma disposición que en los tramos fijos, pero como las células de los cuchillos se estrechan desde el apoyo central hacia los extremos, las dimensiones de cada losa varían - La longitud entre viguetas varía entre 7,15 m. y 3,30; así pues, las luces intermedias son análogas a las de los tramos fijos, y para no alargar excesivamente esta Memoria presentaremos solamente la comprobación de las losas extremas, es decir, la mayor y la menor.- Como las sobrecargas son las mismas de los tramos fijos, tomaremos directamente estos valores sin repetir su deducción.-

Losa pequeña de carretera.-

Dimensiones : 3,30 x 6,50.

Espesor = 18 cm.

Peso propio - - = 410 Kg/cm<sup>2</sup>

Piso - - - - - = 90 Kg/m<sup>2</sup>.

Sobrecarga - -- = 1.630 "

Suma 2.130 Kg/m<sup>2</sup>

Como la losa es muy alargada prescindiremos en este caso de los coeficientes de reducción por reparto de flexiones en ambos sentidos y tomaremos para momento flector en el centro el valor:

$$M_f = \frac{2.130 \times 3,5^2}{16} = 1.450 \text{ mKg/m.l.}$$

Comprobación de la sección :

Canto útil = c = 15 cm.

Armadura = a = 8 cm.<sup>2</sup>

Profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{100}{2} f^2 = 15 \times 8 (15 - f) \quad f = 5,0 \text{ cm.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Momento de inercia :

$$I = \frac{100}{3} \overline{5,3^3} + 15 \times 10 \times \overline{9,7^2} = 19.000 \text{ cm}^4$$

Cargas unitarias máximas :

$$H = \frac{145.000 \times 5,3}{19.000} = 40 \text{ Kg/cm}^2 \quad * \quad A = 15 \frac{1.450 \times 9,7}{19.000} = 11,1 \text{ Kg/mm}^2$$

Losa grande de carretera.-

Dimensiones = 6,50 x 7,15 m.

Espesor = 30 cm.

Peso propio - - = 720 Kg/m<sup>2</sup>

Piso - - - - - = 90 "

Sobrecarga - -- = 1.630 "

Suma 2.440 Kg/m<sup>2</sup>

Coefficientes de reducción :

$$\frac{a^4}{a^4 + b^4} = \frac{6,50^4}{6,50^4 + 7,15^4} = 0,40$$

$$\frac{b^4}{a^4 + b^4} = \frac{7,15^4}{6,50^4 + 7,15^4} = 0,60$$

Momento flector según el ancho :

$$M = \frac{2.440 \times \overline{6,50^2}}{16} \quad 0,60 = 3.820 \text{ mKg.}$$

Momento según el largo :

$$M = \frac{2.440 \times \overline{7,15^2}}{16} \quad 0,40 = 3.100 \text{ mKg.}$$

Comprobación de la sección :

Canto útil : c = 25 cm.

Armadura : a = 15 cm<sup>2</sup>

Profundidad de la fibra neutra :

$$\frac{100}{2} f^2 = 15 \times 15 (25 - f) \quad * \quad f = 8,5 \text{ cm.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Momento de inercia :

$$I = \frac{100}{3} \overline{8,5^3} + 15 \times 15 \times \overline{16,5^2} = 81.300 \text{ cm}^4$$

Cargas unitarias máximas :

$$H = \frac{382.000 \times 8,5}{81.300} = 40 \text{ Kg/cm}^2 \quad " \quad A = 15 \frac{3.820 \times 16,5}{81.300} = 10,6 \text{ Kg/mm}^2$$

Habiendo comprobado ya en los tramos fijos que la carga de estas losas a esfuerzos cortante es pequeña, no creemos necesario repetir aquí la comprobación.-

Losa pequeña de ferrocarril.†

Dimensiones = 3,30 x 5,00 m.

Espesor = 20 cm.

Peso propio = 480 Kg/m<sup>2</sup>

Balasto = 750 "

Sobrecarga = 3.745

Suma 4.975 Kg/m<sup>2</sup>

Coefficientes de reducción :

$$\frac{5,00^4}{3,30^4 + 5,00^4} = 0,84 \quad " \quad \frac{3,30^4}{3,30^4 + 5,00^4} = 0,16$$

Momento flector en el sentido del ancho :

$$M = \frac{4.975 \times \overline{3,50^2}}{16} \times 0,84 = 2.350 \text{ mKg/m.l.}$$

Momento en el sentido de la longitud :

$$M = \frac{4.975 \times 5,00^2}{16} \times 0,16 = 1.240 \text{ mKg/m.l.}$$

Comprobación de la sección :

Canto útil = 22 cm.

Armadura = 16 cm<sup>2</sup>

Profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{100}{2} f^2 = 15 \times 16 (22 - f) \quad " \quad f = 8 \text{ cm.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Momento de inercia :

$$I = \frac{100}{3} 8^3 + 15 \times 16 \times 14 = 59.000 \text{ cm}^4$$

Cargas unitarias máximas :

$$H = \frac{285.000 \times 8}{59.000} = 38 \text{ Kg/cm}^2 \quad A = 15 \frac{2.850 \times 14}{59.000} = 10,0 \text{ Kg/mm}^2$$

Losa grande de ferrocarril.-

Dimensiones = 5,00 x 7,15 m.

Espesor = 35 cm.

Peso propio = 840 Kg/m<sup>2</sup>

Balasto - - = 750 "

Sobrecarga = 3.745 "

Suma 5.335 Kg/m<sup>2</sup>

Coefficientes de reducción:

$$\frac{5,00^4}{5,00^4 + 7,15^4} = 0,20 \quad \frac{7,15^4}{5,00^4 + 7,15^4} = 0,80$$

Momento flector en el sentido del ancho :

$$\frac{5.335 \times 5,00^2}{16} \times 0,80 = 6.670 \text{ mKg/m.l.}$$

Momento en el sentido de la longitud :

$$\frac{5.335 \times 7,15^2}{16} \times 0,20 = 3.400 \text{ mKg/m.l.}$$

Comprobación de la sección :

Canto útil = 32 cm.

Armadura = 30 cm<sup>2</sup>

Profundidad de la fibra neutra ;

$$\frac{100}{2} f^2 = 15 \times 30 \times (32 - f) \quad f = 12 \text{ cm.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Momento de inercia :

$$I = \frac{100}{3} 12^3 + 15 \times 30 \times 20^3 = 238.000 \text{ cm}^4$$

Cargas unitarias máximas:

$$H = \frac{667.000 \times 12}{238.000} = 34 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{A } 15 \frac{6.670 \times 20}{238.000} = 8,6 \text{ Kg/mm}^2$$

Como esta es la losa de mayores dimensiones y cargas conviene comprobarla al esfuerzo cortante.- Como ya vimos en el cálculo del piso de los tramos fijos la sobrecarga de cálculo para esta comprobación es  $4.370 \text{ Kg/m}^2$ , que sumada al peso propio da:  $5.960 \text{ Kg/m}^2$ .

El máximo esfuerzo cortante que se produce en el sentido del ancho vale :

$$5.960 \times \frac{5,00}{2} \times 0,80 = 11.920 \text{ Kg/m.l.}$$

en el eje de las vigas de apoyo; pero en realidad, ni sobre estas ni sobre los cartabones es donde hemos de hacer la comprobación, sino en el extremo de los cartabones donde el peso se reduce a los 35 cm. de la losa; es decir, a 1,75 m. del eje de la losa donde el esfuerzo cortante es

$$5.960 \times 1,75 \times 0,80 = 8.400 \text{ Kg/m.l.}$$

Prescindamos de la resistencia del hormigón y carguemos este esfuerzo sobre uno de los órdenes de barras que se levantan cuya sección e inclinación son respectivamente  $15 \text{ cm}^2$  y  $30^\circ$ .- La carga unitaria resultante es :

$$\frac{E}{2 \left( c - \frac{f}{3} \right) a \cos} = \frac{8.400}{2 \left( 32 - \frac{12}{3} \right) 15 \times 0,866} = 11,5 \frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2}$$

Vigueta correspondiente a la célula de mayor tamaño.-

Las luces y puntos de cargas de las viguetas son siempre las mismas pero los valores de estas cargas varían.- Basta repasar el cálculo hecho para las viguetas de los tramos fijos para comprender que las flexiones halladas por desigual asiento de los apoyos, dependen exclusivamente de la mayor o menor separación entre cada dos viguetas consecutivas, porque las cargas y por tanto las flexiones son proporcionales a estas separaciones.- Pero no sucede lo mismo con las flexiones debidas directamente a las cargas que transmiten las losas, porque como estas varían de forma cargan desigualmente sobre sus lados.- Así pues, en esta vigueta sobre la que insisten losas de 7,15 x 5,00 m. por el lado del ferrocarril, y 6,50 x 7,15 m. por el lado de la carretera, las cargas que estas losas transmiten a la vigueta cuando están descargadas son las siguientes :

Losa de carretera:	$810 \times 6,50 + 7,15 \times 0,40$	=	15.000 Kg.
Peso propio de la vigueta	- - - - -	=	<u>7.500 "</u>
			22.500 Kg.
Losa de ferrocarril:	$1.590 \times 5,00 \times 7,15 \times 0,20$	=	10.600 Kg.
Peso propio de la vigueta	- - - - -	=	<u>5.800 "</u>
			16.400 Kg.

y con sobrecargas:

Losa de carretera:	$2.440 \times 6,50 \times 7,15 \times 0,40$	=	45.500 Kg.
Peso de la vigueta	- - - - -	=	<u>7.500 "</u>
			53.000 Kg.
Losa de ferrocarril:	$5.335 \times 5,00 \times 7,15 \times 0,20$	=	38.000 Kg.
Peso de la vigueta	- - - - -	=	<u>5.800 "</u>
			43.800 Kg.

Momento máximo en el centro de la vigueta de carretera considerada como independiente

$$\frac{53.000 \times 6,50}{8} = 43.000 \text{ mKg.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Momento análogo en el lado del ferrocarril

$$\frac{43.800 \times 5,00}{8} = 27.300 \text{ mKg.}$$

Momentos negativos sobre el apoyo central considerando los apoyos fijos :

Con carga de carretera :

$$M (5,00 + 6,50) = \frac{53.000 \times 6,5^2}{4} + \frac{16.400 \times 5,0^2}{4} \text{ " } M = 57.500 \text{ mKg.}$$

Con carga de ferrocarril:

$$M (5,00 + 6,50) = \frac{43.800 \times 5,0^2}{4} + \frac{22.500 \times 6,5^2}{4} \text{ " } M = 44.600 \text{ mKg.}$$

Con ambas cargas :

$$M (5,00 + 6,50) = \frac{53.000 \times 6,5^2}{4} + \frac{43.800 \times 5,0^2}{4} \text{ " } M = 72.400 \text{ mKg.}$$

Los momentos sobre el apoyo central debidos a la deformación de apoyos son los mismos hallados para los tramos fijos multiplicados por la relación de separaciones entre viguetas; esto es:

$$\text{Con sobrecarga de ferrocarril: } - 37.800 \times \frac{7,15}{5,00} = - 55.000 \text{ mKg.}$$

$$\text{Con sobrecarga de carretera: } 12.000 \times \frac{7,15}{5,00} = 17.500 \text{ "}$$

$$\text{Con ambas cargas : } 20.300 \times \frac{7,15}{5,00} ; - 29.000 \text{ mKg.}$$

Combinando estos esfuerzos vemos que en particular los momentos negativos en las proximidades del apoyo que son los interesantes son menores que los hallados para la vigueta de los tramos fijos; así por ejemplo el máximo que valía allí 95.000 mKg. vale ahora; 72.400 mKg.- No es necesario, por tanto, que repitamos la comprobación.-

#### Largueros.-

Los largueros permanecen de sección constante en toda la

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

longitud del tramo móvil excepto en las células inmediatas al apoyo central.- Nos bastará pues con estudiar las luces mayores correspondientes a estos dos tipos de largueros.-En las luces próximas a los apoyos laterales, además de la flexión en estos largueros, se producen tensiones importantes por formar al mismo tiempo la cabeza inferior del tramo.- Las mayores tensiones se producen con gran diferencia en la barra 10 cuya longitud es de 8,40 m. dividida en dos luces de 4,20 m.-

Evidentemente las flexiones en este larguero son menores que las deducidas para los largueros de los tramos fijos con las mismas cargas y luces de 5,00 m.; pero podemos comprobar que aun sumando estas a las máximas tensiones las cargas resultantes entran dentro de límites admitidos, asegurando así las buenas condiciones de resistencia de estos largueros en toda la longitud del puente excepto en las células centrales sobre las que insistiremos más adelante.-

Puede comprobarse que las máximas tensiones (pág.152) y las secciones de armadura y cargas resultantes unitarias son las siguientes :

Cuchillo del ferrocarril :

Máxima tensión = 312.000 Kg.

Sección metálica = 351 cm.<sup>2</sup>

Carga unitaria por tensión :  $\frac{312.000}{37600} = 8,2 \text{ Kg/mm}^2$

Del mismo modo en el cuchillo central :

Carga unitaria por tensión :  $\frac{351.000}{37600} = 9,3 \text{ Kg/mm}^2$

y en el cuchillo de carretera:  $\frac{88.000}{9100} = 9,7 \text{ Kg/mm}^2$

I así añadimos a estas cargas las máximas reacciones unitarias a tensión que hemos deducido por flexión de los largueros Pág. ) obtenemos los máximos siguientes : 14,2,15,4-y 14,7 Kg/mm<sup>2</sup>

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

que entran todos dentro de los límites adoptados a pesar de no haber tenido en cuenta la tensión del hormigón que en este caso ha de aliviar necesariamente a la armadura.- En realidad, estos largueros deberían comprobarse a tensión compuesta, pero las hipótesis que hemos hecho son tan desfavorables y la sección de hormigón tan grande que los creemos de todo punto innecesario.-

El otro tipo de larguero tiene mayor luz y soporta mayores cargas por lo que haremos su comprobación siguiendo la marcha adoptada para los largueros de los tramos fijos :

Para asegurar la comprobación sin complicar el cálculo consideraremos un momento de inercia constante equivalente a uno algo menor que el medio de la pieza en toda su longitud.- Empezaremos por determinar este momento para cada uno de los tres largueros en cuestión.-

Larguero de ferrocarril :

Canto útil = 120 cm.

$$\text{Armadura simétrica} = 2 \frac{120 \times 120}{13} = 59 \text{ cm}^2$$

Ancho = 50 cm.

Profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{50}{2} f^2 + 150 \times 59 (f - 5) = 15 \times 59 (120 - f) \quad \therefore f = 40$$

Momento de inercia:

$$I = \frac{50}{3} 40^3 + 15 \times 59 \times 35^2 + 15 \times 59 \times 80^2 = 7.850.000 \text{ cm}^4$$

Cuchillo central :

Canto útil = 140 cm.

$$\text{Armadura simétrica} = 2 \frac{140 \times 120}{13} = 59 \text{ cm}^2$$

Ancho = 50 cm.

Profundidad de la fibra neutra :

$$\frac{50}{2} f^2 + 15 \times 59 (f - 5) = 15 \times 59 (140 - f) \quad \therefore f = 45 \text{ cm.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Momento de inercia :

$$I = \frac{50}{3} 45^3 + 15 \times 59 \times 40^2 + 15 \times 59 \times 95^2 = 11.770.000 \text{ cm}^4$$

Cuchillo de la carretera:

Canto útil = 100 cm.

Armadura simétrica: 2  $\frac{100 \times 100}{12} = 45,5 \text{ cm}^2$

Ancho = 40 cm.

Profundidad de la fibra neutra :

$$\frac{40}{2} f^2 + 15 \times 45,5 (f-5) = 15 \times 45,5 (100 - f) \Rightarrow f = 34 \text{ cm.}$$

Momento de inercia:

$$I = \frac{40}{3} 34^3 + 15 \times 45,5 \times 29^2 + 15 \times 45,5 \times 66^2 = 4.060.000 \text{ cm}^4$$

La suma de estos tres momentos es : 23.680 cm<sup>4</sup> os

Vamos ahora a determinar las cargas que actúan sobre estos largueros :

Larguero de ferrocarril :

Carga de la losa :  $5.335 \times \frac{5,00}{2} \times 0,60 = 10.600 \text{ Kg/m.l.}$

Peso propio y del andén - - - - - = 3.000 "

13.600 Kg/m.l.

Larguero central :

Carga de las losas = 15.400 Kg/m.l.

Peso propio - - - = 2.000 "

17.400 Kg/m.l.

Larguero de carretera :

Carga de la losa :  $2.440 \times \frac{6,50}{2} \times 0,60 = 4.800 \text{ Kg/m.l.}$

Peso propio y del andén - - - - - = 3.000 "

7.800 Kg/m.l.

EDUARDO TORROJA  
INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS  
MADRID

Con apoyos fijos y siendo la viga continua, los máximos momentos flectores son, respectivamente :

$$13.600 \times \frac{7,15^2}{12} = 58.000 \text{ mKg.}$$

$$7.800 \times \frac{7,15^2}{12} = 33.000 \text{ "}$$

$$17.400 \times \frac{7,15^2}{12} = 74.000 \text{ "}$$

Siguiendo la misma marcha que con los largueros de los tramos fijos vamos a determinar las sobreflexiones que se producen por desnivelación de los apoyos tomando como tipo de estudio el alargamiento elástico de un momento bajo la acción de toda la carga.- como es una repetición de lo hecho anteriormente, haremos el cálculo escuetamente sin explicaciones innecesarias.-

La carga que actúa sobre los tres montantes homólogos es

$$\text{Losa de carretera : } 2.440 \times 6,50 \times 7,15 = 113.000 \text{ Kg.}$$

$$\text{Losa de ferrocarril: } 5,335 \times 5,00 \times 7,15 = 190.000 \text{ "}$$

$$303.000 \text{ Kg.}$$

Considerando el sistema elástico de los tres largueros y los tres montantes estas carga se reparte entre unos y otros con arreglo a la ecuación (pág. 61) :

$$\frac{P h}{E a} = 0,0052 \frac{Q l^3}{E' I}$$

o sea sustituyendo :

$$P \frac{1.100}{2.100000 \times 696} = 0,0052 \frac{1.430^3}{150.000 \times 23.680.000} Q$$

de donde :  $P = 6,00 Q$

y como:  $P + Q = 303.000 \text{ Kg.}$

resulta:  $q = 43.000 \text{ Kg.-}$

Esta carga se reparte entre los tres cuchillos, como vimos,

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

en la siguiente proporción :

$$\text{Larguero de ferrocarril} = 14.000 \text{ Kg.}$$

$$\text{Larguero central} = 21.500 "$$

$$\text{Larguero de carretera} = 9.600 "$$

y los momentos que se producen son respectivamente :

$$14.000 \times \frac{14,30}{8} = 25.000 \text{ mKg.}$$

$$21.500 \times \frac{14,30}{8} = 38.500 "$$

$$9.600 \times \frac{14,30}{8} = 17.300 "$$

que sumados a los deducidos anteriormente, dan respectivamente:

$$83.000 \text{ mKg. } 112.500 \text{ mKg. y } 50.300 \text{ mKg.}$$

Las cargas unitarias máximas del hormigón y el acero en cada larguero son por consiguiente :

Larguero de ferrocarril :

$$H = \frac{8.300.000 \times 40}{7.850.000} = 42,0 \text{ Kg/cm}^2 \quad A = 15 \frac{83.000 \times 80}{7.850.000} = 12,6 \text{ Kg/mm}^2$$

Larguero central:

$$H = \frac{11250.000 \times 45}{11.770.000} = 43 \text{ Kg/cm}^2 \quad A = 15 \frac{112.500 \times 95}{11.770.000} = 13,5 \text{ Kg/mm}^2$$

Larguero de carretera:

$$H = \frac{5.030.000 \times 34}{4.060.000} = 42 \text{ Kg/cm}^2 \quad A = 15 \frac{50.300 \times 66}{4.060.000} = 12,2 \text{ Kg/mm}^2$$

Los esfuerzos cortantes en los apoyos teniendo en cuenta la elasticidad de estos valen :

$$13.600 \times \frac{7,15}{2} + \frac{14.0000}{2} = 55.500 \text{ Kg.}$$

$$17.400 \times \frac{7,15}{2} + \frac{21.500}{2} = 72.750 \text{ Kg.}$$

$$7.800 \times \frac{7,15}{2} + \frac{9.600}{2} = 32.600 \text{ Kg.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

y como la sección de las diagonales de  $83 \text{ cm}^2$  en los dos primeros y  $42 \text{ cm}^2$  en el tercero, quedan resistidos con holgura.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

CÁLCULO DE LOS CUCHILLOS DEL PUENTE GIRATORIO

Aunque sea repetir algo de lo apuntado anteriormente diremos en dos palabras que el puente giratorio está formado por una viga de dos tramos iguales de 57 m. de luz de cálculo; con tres cuchillos análogamente a los tramos fijos.-

Los cuchillos forman vigas Warren de altura variable y ancho de células también variable.-

Empezaremos por determinar la ley de repartición del peso muerto.-

Peso propio.- Como el espesor de los forjados varía de un punto a otro hemos de empezar por determinar la variación del peso por metro lineal.- En la parte central de cada tramo donde la separación entre nudos es aproximadamente de 5,00 m. el espesor de los forjados ha de ser el mismo previsto para los tramos fijos, cuya cubicación se detalla a continuación (véase pág.88).- Al mismo tiempo se determina la posición del centro de gravedad de este peso, o su excentricidad respecto al eje de la viga central.-

	<u>A r e a s a</u>	<u>M2.</u>	<u>Brazo</u>	<u>Momento</u>
Andén:	$0,75 \times 0,30 =$ $(1,50 \times 0,40 = 0,60)$	0,22	$\times 6,00$	$= 1,32$
Viga:	$(1,00 \times 0,40 = 0,40)$ $(0,50 \times 0,35 = 0,18)$	1,18	$\times 5,00$	$= 5,90$
Forjado:	$4,25 \times 0,30 =$ $(0,50 \times 0,50 = 0,25)$	1,27	$\times 2,12$	$= 2,70$
Viga:	$(1,30 \times 0,50 = 0,65)$ $(0,15 \times 1,00 = 0,15)$	1,05	$\times 0,00$	$= 0,00$
Forjado:	$6,00 \times 0,25 =$ $(0,75 \times 0,25 = 0,18)$	1,50	$\times -3,00$	$= -4,50$
Viga:	$(0,40 \times 0,25 = 0,10)$ $(1,00 \times 0,35 = 0,35)$	0,65	$\times -6,50$	$= -4,10$
Andén:	$1,00 \times 0,15 =$	0,15	$\times -7,50$	$= -1,10$
Vigueta:	$\frac{4,64}{5,0} =$	0,93	$\times -0,57$	$= -0,53$
		6,98		-0,31

Excentricidad : -0,04 m.

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

La cubicación de esta vigueta y la determinación de su centro de gravedad es la siguiente :

Lado ferrocarril :  $4,75 \times 0,40 \times 0,60 = 1,14 \times 2,37 = 2,70$

Lado carretera :  $6,30 \times 0,40 \times 0,45 = 1,14 \times 3,15 = -3,58$

Cartabón superior:  $10,00 \times 0,95 \times 0,25 = \underline{2,36} - 0,75 = \underline{-1,76}$   
4,64                      -2,64

Excentricidad = 0,57.

Como las viguetas en la parte estudiada están a 5,00 m. corresponde por metro lineal el área de 0,93 m<sup>2</sup>

Repetiendo el mismo cálculo para la losa inmediata a un apoyo lateral tenemos :

Junto a un apoyo lateral

A r e a s.	M2.	Brazo.	Momento.
Andén : $0,75 \times 0,30 =$	0,22	$\times 6,00 =$	1,32
( $1,50 \times 0,40 = 0,60$ )			
Viga : ( $1,00 \times 0,40 = 0,40$ )	1,18	$\times 5,00 =$	5,90
( $0,50 \times 0,35 = 0,18$ )			
Forjado: $4,25 \times 0,20 =$	0,84	$\times 2,12 =$	1,78
( $0,50 \times 0,50 = 0,25$ )			
Viga : ( $1,30 \times 0,50 = 0,65$ )	1,05	$\times 0,00 =$	0,00
( $0,15 \times 1,00 = 0,15$ )			
Forjado: $6,00 \times 0,18 =$	1,08	$\times (- 3,00 ) =$	- 3,24
( $0,75 \times 0,25 = 0,18$ )			
Viga : ( $0,40 \times 0,25 = 0,10$ )	0,63	$\times (- 6,50 ) =$	- 4,10
( $1,00 \times 0,35 = 0,35$ )			
Andén : $1,00 \times 0,15 =$	0,15	$\times (- 7,30 ) =$	- 1,10
Vigueta: $4,64 \times \frac{1}{3,30} =$	<u>1,40</u>	$\times (- 0,57 ) =$	<u>- 0,80</u>
	<u>6,55</u>		<u>- 0,24</u>

Excentricidad = - 0,037.

Para la losa inmediata al apoyo central se tiene:

<u>A r e a s</u>	<u>M2.</u>	<u>Brazo.</u>	<u>Momento.</u>
Andén : $0,75 \times 0,30 = 0,60$	0,22	$\times 6,00$	$= 1,32$
( $1,50 \times 0,40 = 0,40$ )			
Viga : ( $1,00 \times 0,40 = 0,50$ )	1,50	$\times 5,00$	$= 7,50$
( $0,50 \times 1,00 = 0,50$ )			
Forjado : $4,25 \times 0,35 =$	1,48	$\times 2,12$	$= 3,13$
( $0,50 \times 0,50 = 0,25$ )			
Viga : ( $1,90 \times 0,50 = 0,95$ )	1,35	$\times 0,00$	$= 0,00$
( $0,15 \times 1,00 = 0,15$ )			
Forjado : $6,00 \times 0,30 =$	1,80	$\times -3,00$	$= - 5,40$
( $0,75 \times 0,25 = 0,18$ )			
Viga : ( $0,40 \times 0,75 = 0,30$ )	0,83	$\times -6,50$	$= -5,40$
( $1,00 \times 0,35 = 0,35$ )			
Andén : $1,00 \times 0,15 =$	0,15	$\times -7,30$	$= -1,10$
Vigueta : $\frac{4,64}{7,30} =$	<u>0,64</u>	$\times -0,57$	<u><math>= -0,36</math></u>
	7,69		<u><math>- 0,31</math></u>

Excentricidad = - 0,04.

Vemos pues que excepto las losas inmediatas al apoyo central, que son algo más pesadas, todas las demás tienen un peso sensiblemente constante por metro lineal.-

También hemos comprobado que la excentricidad de todas estas secciones varían entre límites sumamente próximos, y que por consiguiente los efectos de torsión en la estructura cuando esta apoye solamente en la rótula central son despreciables, cosa en la que hemos puesto particular empeño.-

Podemos admitir por consiguiente los siguientes pesos por metro lineal :

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

En las losas laterales :

Piso :	2.200 × 6,60	=	14.500 Kg.
Cuchillos - - - - -		=	4.000 "
Balasto:750 × 3,50		=	2.600 "
Piso de carretera; 90 × 6,00		=	<u>.540 "</u>
			21.640 Kg.

que redondearemos a 22.000 por metro lineal.-

Del mismo modo en las losas centrales :

Piso :	2.200 × 8,60	=	19.000 Kg.
Cuchillos - - - - -		=	6.000 "
Balasto: - - - - -		=	2.600 "
Piso carretera: - - -		=	<u>540 "</u>
			28.140 Kg.

que redondearemos a 29.000 Kg/m.l.

Partiendo de estos valores determinamos a continuación la carga correspondiente a cada nudo :

<u>Nudo</u>	<u>Longitud</u>	<u>Peso por m.l.</u>	<u>Peso total</u>
0	1,60	22.000	35.250
1	3,20	22.000	70.600
2	3,50	22.000	77.000
3	3,80	22.000	84.000
4	4,05	22.000	89.000
5	4,30	22.000	94.500
6	4,55	22.000	100.000
7	4,80	22.000 $\phi$	105.800
8	5,15	22.000	113.500
9	5,50	22.000	121.000
10	6,35	25.500	162.000
11	7,20	29.000	209.900
12	3,60	29.000	<u>104.950</u>
			1.367.500

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Una vez conocidas estas cargas faltan por determinar las reacciones en los apoyos, pero si bien se trata de una estructura hiperestática en realidad estas reacciones vienen impuestas de antemano, como vamos a ver.-

En condiciones normales de funcionamiento las sobrecargas de ferrocarril y carretera unidas producen, como más adelante veremos, una reacción negativa en un apoyo lateral cuando actúan sobre el tramo opuesto cuyo valor máximo alcanza a 42 tn.- Para evitar que el tramo se levante sería necesario anclar el tramo al apoyo, pero la práctica ha enseñado que es mucho más conveniente levantar los extremos de la viga lo necesario para que la reacción positiva que se produzca sobrepase a la negativa que puede producir la sobrecarga. Generalmente, se recomienda que la reacción positiva sea vez y media la negativa, pero para mayor seguridad nosotros haremos que sea como mínimo el doble de ésta, es decir, que aún en el caso más desfavorable el coeficiente de seguridad no baje de dos.- Este caso más desfavorable se produce en determinadas condiciones térmicas que es preciso analizar.-

#### Esfuerzos debidos a los cambios de temperatura.-

Los cambios de temperatura influyen de dos modos en esta estructura.- Los cambios a largo plazo tales como las variaciones debidas a los cambios de estación no producen efectos sensibles porque se transmiten a toda la estructura por igual, y únicamente producen un cambio de longitud en la misma, para el cual las cuñas oponen escasa resistencia; y como además el puente ha de abrirse con alguna frecuencia, únicamente influyen los cambios de temperatura que se produzcan entre una maniobra y la siguiente.-

pero los cambios rápidos como son los diarios no tienen tiempo de transmitirse a toda la masa del hormigón que forma la cabeza inferior, y en cambio se transmiten rápidamente a los elementos metálicos de la parte superior.- Claro es que la cabeza superior

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

puede defenderse fácil y económicamente de la acción directa de los rayos del Sol que son los que producen los cambios más sensibles, pero aún así estas diferencias de temperatura de una a otra cabeza han de producirse, y su efecto consiste en una deformación de la viga análoga a la de una flexión pura que tiende a bajar los apoyos extremos cuando la temperatura de la cabeza superior es más alta que la de la cabeza inferior, y a levantarlos en caso contrario.-

Estas diferencias de temperatura de una a otra cabeza pueden alcanzar como máximo 40°, o mejor dicho, vamos a suponerlo así aunque en la práctica no ha de llegar a producirse esta diferencia en una obra que está sobre el mar y en un clima templado.-

Determinemos pues el descenso que bajo este efecto sufrirían los apoyos extremos, y el esfuerzo o reacción de apoyo necesario para contrarrestarlo.-

El descenso del apoyo viene dado por la ecuación

$$Y = \int_0^l a y \, dy$$

en la que (a) es el ángulo elemental de deformación de la viga, e (y) la ordenada de la luz a partir del apoyo extremo cuyo descenso estudiaremos.-

La dilatación de la cabeza superior es de 0,00044, mientras la inferior suponemos que permanece de longitud constante; como el canto del cuchillo varía de 5,00 a 15,00 m. la deformación angular varía de

$$\frac{0,00044}{5,00} = 0,00009 \text{ a } \frac{0,00044}{15,00} = 0,00003$$

y varía entre estos límites según una ley que podemos suponer lineal y cuya expresión analítica será :

$$a = 0,00009 - 0,000001 x y$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

en la que puede comprobarse que para  $y = 0$  e  $y = 57$  m. se obtienen los límites señalados.-

Sustituyendo en la expresión del descenso del apoyo :

$$Y = \int_0^{57} (0,00009 \times y - 0,000001 \times y^2) dy =$$

$$= 0,00009 \times \frac{57^2}{2} - 0,000001 \times \frac{57^3}{3} = 0,07 \text{ m.}$$

La reacción R necesaria para impedir este descenso que se deduce de la expresión

$$Y = \int_0^l \frac{M}{E I} y dy$$

en la que  $M = R y$

e  $I$  se puede igualar con bastante aproximación a una expresión parabólica de la forma  $I = C y^2$  que arrancado de  $I = 0$  para  $y = 0$  llegue a  $I = 2.500.000.000 \text{ cm}^4$  para  $y = 57 \text{ cm}$ ; es decir;  $I = 78 y^2$

Por tanto tenemos :

$$Y = \int_0^{5700} \frac{R y^2}{E \times 78 y^2} dy = \frac{E}{78 E} 5.700$$

y como  $E = 2.100.000 \text{ Kg/cm}^2$  resulta

$$R = \frac{2.100.000 \times 78 \times 7}{5.700} = 200.000 \text{ Kg.}$$

Hemos tomado el valor máximo de  $I$  de  $2.500.000.000 \text{ cm}^4$  un poco por exceso para mayor seguridad, pues contando con una cabeza superior de  $1.700 \text{ cm}^2$  de acero, y otra inferior de  $8,50 \text{ m}^2$  de hormigón equivalente a  $\frac{25.000}{15} = 5.700 \text{ cm}^2$  de acero, distanciadas entre ejes a  $13,80 \text{ m.}$ , se obtiene para altura del eje neutro:

$$1.700 \times f = 5.700 (13,80 - f) \quad " \quad f = 10,5 \text{ m.}$$

y para momento de inercia

$$I = 1.700 \times 1.050^2 + 5.700 \times 330^2 = 2.305.000.000 \text{ cm}^4$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Vemos pues que para estas diferencias de temperatura entre una y otra cabeza la reacción del apoyo puede sufrir una variación máxima de 200 tn, y así hemos de tenerlo en cuenta en el cálculo.-

Ya hemos visto que el valor mínimo que conviene dar a esta reacción es de 84 tn. por consiguiente el máximo es de 284 tn.-

En los anejos <sup>se</sup> representa el cálculo gráfico de la estructura para los tres casos: primero, cuando el puente apoya solamente sobre la rótula central, es decir, en posición de giro; segundo, cuando sufre en los apoyos laterales una reacción de 84 tn; y tercero, cuando esta reacción vale 284 tn.-

Los valores que se obtienen con estos cálculos gráficos, son los siguientes, indicando con letra (c) las compresiones y con letra (t) las tensiones :

Barras	Reacción 0	Reacción 84 tn.	Reacción 284 tn.
1	45 t	55 c	290 c
2	20 c	25 t	150 t
3	110 c	25 t	180 t
4	80 t	10 t	245 c
5	200 t	120 t	85 c
6	180 c	50 c	290 t
7	275 c	200 c	10 t
8	325 t	150 t	282 c
9	375 t	300 t	120 t
10	512 c	305 c	220 t
11	440 c	375 c	205 c
12	745 t	500 t	115c
13	550 t	490 t	325 t
14	1.020 c	745 c	512 c
15	610 c	550 c	400 c
16	1.350 t	1.030 t	260 t
17	740 t	675 t	540 t
18	1.710 c	1.365 c	530 c
19	490 c	495 c	490 c
20	2.020 t	1.675 t	805 t
21	675 t	675 t	675 t
22	2.295 c	1.955 c	1.130 c
23	370 c	420cc	520 c
24	2.665 t	2.320 t	1.495 t

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

En el estudio de los tramos fijos vimos como estos esfuerzos debidos al peso propio se repartían entre los cuchillos (pág. 51 a razón del 0,28 para el cuchillo del ferrocarril, el 0,51 para el cuchillo central, y el 0,21 para el de carretera.- Con arreglo a estas cifras agrupamos a continuación los esfuerzos en cada barra de cada cuchillo cuando apoya el puente solo en el centro, y cuando apoya también en los extremos tomando entonces el mayor de los valores que corresponden a la reacción máxima de 284 tn. o a la mínima de 84 tn.-

Con solo el apoyo central

Barras	Cuchillo ferrocarril		Cuchillo central		Cuchillo carretera	
	Compresión	Tracción	Compresión	Tracción	Compresión	Tracción
1	"	13,	"	23,	"	9,
2	6,	"	10	"	4	"
3	31,	"	56,	"	23,	"
4	"	22	"	41	"	17
5	"	56	"	102	"	42
<hr/>						
6	50	"	92	"	38	"
7	77	"	140	"	58	"
8	"	91	"	165	"	68
9	"	105	"	191	"	79
10	144	"	261	"	108	"
<hr/>						
11	123	"	224	"	92	"
12	"	210	"	380	"	157
13	"	154	"	280	"	116
14	286	"	520	"	215	"
15	171	"	310	"	128	"
<hr/>						
16	"	379	"	690	"	285
17	"	207	"	378	"	156
18	480	"	370	"	360	"
19	137	"	250	"	104	"
20	"	567	"	1030	"	425
<hr/>						
21	"	188	"	342	"	142
22	640	"	1178	"	483	"
23	104	"	188	"	78	"
24	"	746	"	1360	"	560

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Con apoyos laterales

<u>Barras</u>	<u>Cuchillo ferrocarril</u>		<u>Cuchillo central</u>		<u>Cuchillo carretera</u>	
	<u>Compresión</u>	<u>Tracci'on</u>	<u>Compresión</u>	<u>Tracci'on</u>	<u>Compresión</u>	<u>Tracci'on</u>
1	81	"	158	"	61	"
2	"	42	"	76	"	32
3	"	50	"	92	"	38
4	68	3	125	5	52	2
5	24	34	43	61	18	25
6	14	81	26	148	11	61
7	56	3 c	102	5	42	2
8	79	42	144	76	59	32
9	"	84	"	153	"	63
10	85	62	156	112	"	46
11	105	"	191	"	64	"
12	32	140	59	255	24	105
13	"	137	"	250	"	103
14	208	"	380	"	157	"
15	154	"	280	"	116	"
16	"	290	"	528	"	218
17	"	188	"	343	"	141
18	380	"	698	"	287	"
19	139	"	252	"	104	"
20	"	469	"	850	"	350
21	"	189	"	343	"	141
22	548	"	1000	"	411	"
23	145	"	265	"	109	"
24	"	650	"	1180	"	488

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Esfuerzos debidos a la sobrecarga de ferrocarril.-

Al actuar las sobrecargas, el tramo giratorio trabaja como una viga continua apoyada en tres puntos con dos luces iguales de 57 m. cada una .- Emplearemos para sobrecarga de ferrocarril el tren de fuerzas que marca la Instrucción y aplicaremos el método de las líneas de influencia.-

Al actuar una fuerza P en un punto cualquiera de la luz izquierda (l) a la distancia del apoyo izquierdo (k l) el teorema de los tres momentos nos da para momento sobre el apoyo central;

$$M = - \frac{P l}{4} (k - k^3)$$

y como por otra parte, llamando a la reacción del apoyo izquierdo  $R_1$  se tiene :

$$M = R_1 l - P l (1 - k)$$

se deduce:

$$R_1 = \frac{P}{4} (4 - 5 k + k^3)$$

Del mismo modo llamando  $R_3$  la reacción del apoyo de la derecha se tiene

$$M = - R_3 l \quad " \quad R_3 = - \frac{P}{4} (k - k^3)$$

y queda para valor de la reacción en el apoyo central

$$R_2 = \frac{P}{2} (3 k - k^3)$$

Dando a k los valores consecutivos de 1/10 a 9/10 se deducen los valores de las tresreacciones cuando la fuerza P actúa en esos puntos y en el cuadro siguiente indicamos estos valores para P = 1.- Los valores correspondientes al caso en que la fuerza actúe en el tramo de la derecha se deducen por simetría de los valores hallados cuando la fuerza actúa en el tramo de la izquierda, y los valores de k se numeran con la indicación k'.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

<u>10 k</u>	<u>R<sub>1</sub></u>	<u>R<sub>2</sub></u>	<u>R<sub>3</sub></u>
1	+ 0,875	+ 0,149	- 0,024
2	+ 0,752	+ 0,296	- 0,048
3	+ 0,631	+ 0,436	- 0,068
4	+ 0,516	+ 0,568	- 0,084
5	+ 0,406	+ 0,687	- 0,093
6	+ 0,304	+ 0,792	- 0,096
7	+ 0,210	+ 0,878	- 0,089
8	+ 0,128	+ 0,944	- 0,072
9	+ 0,057	+ 0,985	- 0,042
10	o	+ 1,00	o
9'	- 0,042	+ 0,985	+ 0,057
8'	- 0,072	+ 0,944	+ 0,128
7'	- 0,089	+ 0,878	+ 0,210
6'	- 0,096	+ 0,792	+ 0,304
5'	- 0,093	+ 0,687	+ 0,406
4'	- 0,084	+ 0,568	+ 0,516
3'	- 0,068	+ 0,436	+ 0,631
2'	- 0,048	+ 0,296	+ 0,752
1'	- 0,024	+ 0,149	+ 0,875

Con estos valores hemos dibujado en el Anejo nº 2 con las letras  $a_1$   $a_2$  y  $a_3$  las gráficas de estas reacciones o curvas de influencia de las mismas.-

Para determinar las líneas de influencia de los momentos flectores, hemos empezado por determinar los momentos flectores en cada una de las secciones antedichas y en el apoyo central cuando la fuerza unidad actúa sobre la sección correspondiente.-

Así por ejemplo para la sección 1/10 el momento flector en esa sección es

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

$$M F = R_1 \times k l = 0,875 \times 5,70 = 5,00 \text{ mtn.}$$

y sobre el apoyo central :

$$M R_2 = R_1 l - P (l - k l) = 0,875 \times 57 - 1 \times 51,3 = - 1,41 \text{ mtn.}$$

Evidentemente mientras la fuerza actúa en esta sección la ley de variación de los momentos flectores está formada entre los apoyos y estas secciones, por rectas como se dibuja en b (Anejo nº 2).-

Del mismo modo hemos hallado estos valores para las diez secciones en que dividimos la luz; a continuación señalamos los valores de estos momentos, y en el anejo se han trazado las diez curvas b que señalan las leyes de repartición de los momentos flectores cuando la fuerza unidad actúa en cada una de las secciones consideradas.-

<u>Sección</u>	<u>R<sub>1</sub></u>	<u>kl</u>	<u>MF</u>	<u>M R<sub>2</sub></u>
1	0,875	5,70	5,00	1,41
2	0,752	11,40	8,58	2,73
3	0,631	17,10	10,80	3,89
4	0,516	22,80	11,80	4,79
5	0,406	28,50	11,55	5,34
6	0,304	34,20	10,40	5,47
7	0,210	39,90	8,43	5,08
8	0,128	45,60	5,85	4,10
9	0,057	51,30	2,94	2,43

Conociendo ya por las curvas b los momentos en cualquier sección de la viga cuando la fuerza actúa en una de las diez secciones en que hemos dividido la luz, basta tomar de estos valores los correspondientes a una sección cualquiera y llevarlos a la sección en que actúa la fuerza correspondiente para obtener la

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

línea de influencia de los momentos flectores en esa sección.- Así las curvas c de la misma hoja son las líneas de influencia de las secciones correspondientes a los nudos de la viga.-

Para determinar la posición del tren que produce los máximos momentos en cada sección, hemos dibujado en el anejo el tren de fuerzas que marca la Instrucción, midiendo cada fuerza en una escala intensamente proporcional a su magnitud, con objeto de que al llevar el tren sobre las líneas de influencia se pueda leer directamente el momento flector que cada una produce. En todas estas figuras la escala de longitudes es  $\frac{1}{100}$  y la de momentos 1 cm. = 5 mtn.- En el siguiente cuadro indicamos la distancia (a) del tope de la primera locomotora al apoyo de la izquierda; el sentido del tren se gún entre por la izquierda (i) o por la derecha (d); y los elementos de que se compone cuando no conviene que el tren sea indefinido, llamando (L) la locomotora, (T) el tender y (W) el vagón.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Momentos positivos

<u>Nudo</u>	<u>Tren</u>	<u>Posición</u>	<u>Momento</u>
1	2 L + 2 T + 2 W	- 2,90 d	793
2	2 L + 2 T + 2 W	0,40 d	1.428
3	2 L + 2 T + 2 W	4,20 d	2.035
4	2 L + 2 T + 2 W	0,20 d	2.432
5	Indefinido	42,70 i	2.699
<hr/>			
6	Indefinido	46,90 i	2.878
7	Indefinido	51,70 i	2.944
8	2 L + 2 T + 1 W	7,70 d	2.712
9	2 L + 2 T + 2 W	13,70 d	2.116
10	Indefinido	56,80 i	1.500
11	1 L + 1 T	56,00 i	444
12			0

Momentos negativos

1	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 129
2	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 198
3	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 333
4	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 458
5	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 577
<hr/>			
6	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 704
7	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 833
8	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 990
9	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 1.152
10	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 1.327
11	2 L + 2 T + 2 W	115,50 i	- 1.548
12	2 Indefinido	115,50 i	- 3.005

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Con estos valores deducimos más adelante los esfuerzos en las diferentes barras de las cabezas, pero para determinar los esfuerzos de las diagonales hemos de hallar los momentos respecto a los puntos de intersección de las cabezas.- Para las nueve primeras diagonales el centro de momentos es el mismo y está situado a 48,10 m. a la izquierda del apoyo izquierdo; para las dos siguientes el centro de momentos es el mismo apoyo, y para la última diagonal está a 18,40 m. a la derecha del mismo; como la cabeza inferior es horizontal todos estos centros de momentos están en ella.- Conociendo estas distancias y los valores de las reacciones que hemos hallado anteriormente, se deducen directamente los momentos.-

En realidad hay una línea de influencia para cada sección pero estas líneas se confunden.- En efecto, mientras la fuerza actúa a la izquierda de una sección la línea de influencia de los momentos respecto a un centro fijo es la misma cualquiera que sea esta sección; y mientras actúa a la derecha de la sección considerada sucede otro tanto.- A continuación señalamos los valores de los momentos, respecto al primer centro adoptado, de las reacciones que actúan a la izquierda de la sección considerada, y de la fuerza unidad cuando está ésta infinitamente próxima a la sección considerada por la izquierda de ésta; y los valores de estos mismos momentos cuando la fuerza está infinitamente próxima y a la derecha de la sección, es decir, cuando no interviene el momento de la fuerza sino solamente el de las reacciones.- Evidentemente la línea de influencia de estos momentos para una sección cualquiera del tramo izquierdo, está formada por la primera rama desde el apoyo izquierdo hasta la sección considerada, y por la segunda de esta sección en adelante hacia la derecha.-

Sección en que actúa la fuerza	M R <sub>1</sub>	M R <sub>2</sub>	M F	Momento con Momento con	
				la fuerza a la izquierda.	la fuerza a la derecha.
1	- 42,25		+ 53,80	81,65	- 42,25
2	- 36,25		+ 59,30	23,05	- 36,25
3	- 30,50		+ 65,20	34,70	- 30,50
4	- 24,80		+ 70,90	46,10	- 24,80
5	- 19,60		+ 76,60	57,00	- 19,60
6	- 14,65		+ 82,30	67,65	- 14,65
7	- 10,10		+ 88,00	77,90	- 10,10
8	- 6,15		+ 93,70	87,55	- 6,15
9	- 2,76		+ 99,40	96,64	- 2,76
10	- 0,00	- 105,10	+ 105,10	0,00	-105,10
9'	+ 2,06	--104,00			-101,94
8'	+ 3,46	- 99,50	+ 116,50		-96,04
7'	+ 4,31	- 92,50	+ 122,20		- 88,24
6'	+ 4,62	- 83,50	+ 127,90		- 78,92
5''	+ 4,50	- 72,30	+ 133,60		- 67,80
4'	+ 4,05	- 59,80	+ 139,30		- 55,75
3'	+ 3,30	- 46,00	+ 145,00		- 99,00
2'	+ 2,32	- 31,20	+ 150,70		- 28,88
1'	+ 1,90	- 15,70	+ 156,40		- 13,80

Como ejemplo de la determinación de estos valores deducimos a continuación los correspondientes a la sección 1/10.-

El momento de la reacción de apoyo es :

$$0,875 \times 48,10 = 42,20 \text{ mtn.}$$

y el de esta reacción y la fuerza :

$$- 0,875 \times 48,10 + 1,0 \times (48,10 + 5,70) = + 11,60$$

Las curvas de influencia están trazadas en el anejo con la letra (d).-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

El segundo centro de momentos a considerar hemos visto que coincide con el apoyo, por consiguiente el momento de la reacción de este apoyo es nulo; mientras la fuerza actúa a la derecha de la sección considerada los momentos son nulos y la línea de influencia el eje, y cuando la fuerza actúe a la izquierda el momento es el producto de la fuerza unidad por su distancia al centro de momentos, es decir, esta misma distancia, y la línea de influencia es una recta que se ha trazado con la letra e .-

El tercer centro de momentos está 18,40 m. a la derecha del apoyo izquierdo y sirve únicamente para la determinación de los esfuerzos en la diagonal central.-

En el siguiente cuadro indicamos los valores que se obtienen en la misma forma que hemos expuesto anteriormente, y en los planos se señalan las curvas correspondientes con la letra f.-

Sección en que actúa la fuerza.	M R <sub>1</sub>	M R <sub>2</sub>	M F	Momento con la fuerza a la derecha.	Momento con la fuerza a la izquierda.
1	+ 16,19		- 12,75	+ 16,19	+ 3,44
2	+ 13,89		- 7,00	+ 13,89	+ 6,89
3	+ 11,70		- 1,30	+ 11,70	+ 10,40
4	+ 9,50		+ 4,40	+ 9,50	+ 3,90
5	+ 7,50		+ 10,10	+ 7,50	+ 17,60
6	+ 5,60		+ 15,80	+ 5,60	+ 21,40
7	+ 3,80		+ 21,50	+ 3,90	+ 25,40
8	+ 2,36		+ 27,20	+ 2,36	+ 29,61
9	+ 1,06		+ 32,90	+ 1,06	+ 33,91
10	+ 0,00		+ 38,50	+ 0,00	+ 38,50
9'	- 0,76	- 38,00	+ 44,30	- 38,76	
8'	- 1,33	- 36,50	+ 50,00	- 37,83	
7'	- 1,65	- 33,80	+ 55,70	- 35,45	
6'	- 1,88	- 30,50	+ 61,40	- 32,38	
5'	- 1,72	- 26,50	+ 67,10	- 28,22	
4'	- 1,55	- 21,90	+ 72,80	- 23,45	
3'	- 1,26	- 16,85	+ 78,50	- 18,11	
2'	- 0,89	- 11,45	+ 84,20	- 12,34	
1'	- 0,44	- 5,75	+ 89,90	- 6,19	

Desplazando el tren de fuerzas sobre estas líneas de influencia hemos determinado las posiciones que producen los mayores momentos flectores y los valores de estos que se indican a continuación.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

LINEA DE INFLUENCIA d

<u>Nudo</u>	<u>Tren</u>	<u>Momentos positivos</u> <u>Posición</u>	<u>Momento</u>
1	Indefinido	7,90 i	4,40
2	id	12,70 i	26,00
3	id	16,70 i	56,80
4	id	18,90 i	124,80
5	id	i	189,20
6	id	i	285,60
7	id	i	386,80
8	id	i	510,00
9	id	i	663,60

		<u>Momentos negativos</u>	
1	Indefinido	d	2.933,60
2	id	"	2.933,60
3	id	"	2.933,60
4	id	"	2.933,60
5	id	"	2.933,60
6	id	"	2.933,60
7	id	"	2.933,60
8	id	"	2.933,60
9	id	"	2.933,60

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

LINEA DE INFLUENCIA e

<u>Nudo</u>	<u>Tren</u>	<u>Posición</u>	<u>Momentos positivos</u> <u>Momento</u>
9	Indefinido	1	333,60
10	id	1	426,00
11	id	1	550,00
Momentos negativos			
9	Indefinido	1	0
10	id	1	0
11	id	1	0

<u>Nudo</u>	<u>Tren</u>	<u>Posición</u>	<u>Mtos. positivos.</u> <u>Momento</u>
11	Indefinido	1	746,60
12	id	1	746,60
Momentos negativos			
11	Indefinido	1	0
12	id	1	0

Conocidos ya todos estos momentos basta dividirlos por el brazo de la barra correspondiente para obtener el valor del esfuerzo en esta barra.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID		Línea de in-fluencia	Momento máximo positivo	Momento máximo negativo	Brazo	Compresión	Tracción
1	1	d	4,40	2.933,60	- 41,40	70,60	0,10
2	1	c	793,00	129,00	- 5,45	23,60	145,50
3	2	d	26,00	2.933,60	47,25	0,55	62,00
4	2	c	1.428,00	198,00	5,80	246,00	34,10
5	3	d	56,80	2.933,60	- 47,25	62,10	1,20
6	3	c	2,035,00	333,00	- 6,20	53,70	327,50
7	4	d	124,80	2.933,60	53,70	2,32	54,50
8	4	c	2,432,00	458,00	6,60	368,00	69,50
9	5	d	189,20	2.933,60	- 53,70	54,50	3,51
10	5	d	2.699,00	577,00	- 7,00	82,10	384,00
11	6	d	285,60	2.933,60	61,00	4,68	48,00
12	6	c	2.878,00	704,00	7,50	384,00	94,00
13	7	d	386,80	2.933,60	- 61,00	48,00	6,35
14	7	c	2.944,00	855,00	- 8,00	104,00	367,00
15	8	d	510,00	2.933,60	68,90	7,45	42,50
16	8	c	2.712,00	990,00	8,50	320,00	116,50
17	9	d	663,60	2.933,60	- 68,90	42,50	9,65
18	9	c	2.116,00	1.152,00	- 9,10	126,50	232,00
19	10	e	426,00	0,00	36,70	11,60	0,00
20	10	e	1.500,00	1.327,00	10,00	150,00	132,70
21	11	e	550,00	0,00	36,70	11,60	15,00
22	11	c	444,00	1.548,00	- 12,00	129,00	37,00
23	12	f	746,60	0,00	33,00	22,60	0,00
24	12	c	0,00	3.005,00	13,80	0,00	221,00
25							

Estos esfuerzos se reparten entre los tres cuchillos con arreglo a lo que vimos en los tramos fijos, en la siguiente proporción:

Cuchillo del ferrocarril = 0,520  
 Cuchillo central - - - = 0,455  
 Cuchillo de la carretera = 0,025

por consiguiente las cargas en cada barra son las siguientes :

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Barra	Cuchillo ferrocarril		Cuchillo central		Cuchillo carretera	
	Compresión	Tracción	Compresión	Tracción	Compresión	Tracción.
1	36,6	0,0	32,0	0,4	1,7	0,0
2	12,2	75,5	10,7	66,0	0,6	3,6
3	0,3	32,2	0,2	28,5	0,0	1,5
4	128,0	17,7	112,0	15,5	6,1	0,8
5	32,3	0,6	28,2	0,5	1,6	0,0
6	27,8	171,0	24,4	149,0	1,3	8,2
7	1,2	28,4	1,0	24,7	0,0	1,3
8	192,0	36,1	167,0	31,7	9,2	1,7
9	28,4	1,8	24,7	1,6	1,3	0,1
10	42,7	200,0	37,4	175,0	2,0	9,6
11	2,4	25,0	2,1	21,8	0,0	1,2
12	198,0	49,0	175,0	42,8	9,6	2,3
13	25,0	33,0	21,8	2,9	1,2	0,1
14	54,0	191,0	47,5	167,0	2,6	9,2
15	3,8	22,1	3,4	19,3	0,2	1,0
16	158,0	60,8	145,5	53,5	8,0	2,9
17	22,1	5,0	19,3	4,4	1,0	0,2
18	66,0	120,0	57,5	105,0	3,1	5,8
19	6,0	0,0	5,3	0,0	0,3	0,0
20	78,0	69,0	68,4	60,5	3,7	3,3
21	0,0	7,8	0,0	6,8	0,0	0,3
22	67,0	19,3	58,7	17,2	3,2	0,9
23	11,7	0,0	10,3	0,0	0,5	0,0
24	0,0	115,0	0,0	105,0	0,0	5,5
25						

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CAÑALES Y PUERTOS

MADRID

Sobrecarga de carretera.-

Tratándose de luces grandes tomaremos para el cálculo la sobrecarga equivalente que indica la Instrucción, esto es :  
3.110 Kg/m.l. para el cálculo de las cabezas y 3.400 Kg/m.l. para el de las diagonales, contando como siempre con dos vías de circulación a todo lo largo de la carretera.-

Admitiremos desde luego como puede suceder en la realidad que la sobrecarga actúa discontinuamente en la carretera.-

Midiendo las áreas comprendidas entre el eje y las líneas de influencia positivas o negativas tendremos los máximos momentos que esta sobrecarga puede producir, lo mismo que lo hemos hecho con la sobrecarga del ferrocarril.-

Midiendo estos valores en las líneas de influencia determinadas anteriormente para el cálculo de las cabezas, esto es, las curvas c del anejo, formamos el siguiente cuadro :

Barra	Nudo	Momentos		Brazo	Compresión	Tracción
		Positivo	Negativo			
2	1	74,6	13,5	5,45	2,48	13,70
4	2	140,3	17,5	5,80	24,30	3,00
6	3	208,3	35,5	6,20	5,70	33,60
8	4	250,0	49,0	6,60	38,00	7,40
10	5	290,0	64,0	7,00	9,10;	41,70
12	6	308,8	81,5	7,50	41,00	10,80
14	7	313,3	96,8	8,00	12,10	39,00
16	8	289,3	116,30	8,50	34,00	3,42
18;	9	239,4	136,20	9,10	15,00	26,40
20	10	158,0	154,00	10,00	15,80	15,40
22	11	32,3	215,70	12,00	18,00	2,70
24	12	0,0	410,00	13,80	0,0	30,00

No indicamos en este cuadro la posición de la sobrecarga porque se deduce inmediatamente a la vista del plano de las líneas de influencia.-

Repitiendo lo mismo para las diagonales :

Barra	Nudo	Momentos		Brazo	Tracción		Línea
		Positivo	Negativo		-	+ Compresión	
1	1	10,50	4.568,00	41,40	0,25	110,00	a
3	2	44,00	4.527,5	47,25	96,00	0,93	a
5	3	108,00	4.375,0	47,25	2,28	92,00	a
7	4	207,00	4.238,5	53,70	79,30	3,88	a
9	5	345,00	4.118,5	53,7	6,43	77,30	a
11	6	532,00	3.998,5	61,0	66,00	8,77	a
13	7	755,00	3.888,5	61,0	12,40	63,90	a
15	8	1.035,00	3.808,0	68,9	55,50	15,00	a
17	9	1.400,00	3.717,0	68,9	20,4	54,00	a
19	10	909,00	0,0	36,70	0,00	24,90	e
21	11	1.250,00	0,0	36,70	34,10	0,00	z
23	12	0,00	2.433,50	33,00	74,00	0,00	f
25							

Estas cargas se distribuyen entre los tres cuchillos en la siguiente proporción (pág. )

Cuchillo del ferrocarril = - 0,035

Cuchillo central - - - - = 0,525

Cuchillo de la carretera = 0,510

Haciendo este reparto se han deducido los valores que se insertan en el siguiente cuadro :

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Barra	Cuchillo ferrocarril		Cuchillo central		Cuchillo carretera	
	Compresión	Tracción	Compresión	Tracción	Compresión	Tracción
1	0,0	3,8	58,0	0,1	56,0	0,1
2	0,4	0,1	1,3	7,2	1,2	7,0
3	3,3	0,0	0,5	50,5	0,5	49,0
4	0,1	0,8	12,8	1,6	12,2	1,5
5	0,0	3m2	48,4	1,2	47,0	1,1
6	1,2	0,2	3,0	18,9	2,9	17,2
7	2,8	1,3	2,0	41,5	2,0	40,4
8	0,2	1,2	20,0	3,9	19,4	3,8
9	0,2	2,7	40,5	3,4	39,5	3,2
10	1,4	0,3	22,0	4,8	4,6	21,3
11	2,3	0,3	4,6	34,7	4,4	33,6
12	0,4	1,4	21,5	5,7	20,9	5,5
13	0,4	2,2	33,5	6,5	32,5	6,3
14	1,4	0,4	6,3	20,5	6,1	19,9
15	1,9	0,5	7,9	29,2	7,6	28,4
16	0,1	1,2	17,9	1,8	17,4	1,7
17	0,7	1,9	28,4	10,7	27,5	10,4
18	0,9	0,5	7,9	13,9	7,6	13,4
19	0,0	0,8	13,0	0,0	12,6	0,0
20	0,5	0,5	8,3	8,1	8,0	7,8
21	1,1	0,0	0,0	18,0	0,0	17,5
22	0,1	0,6	9,5	1,4	9,2	1,3
23	2,6	0,0	0,0	39,0	0,0	37,5
24	1,0	0,0	0,0	15,8	0,0	15,3
25						

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Conocidos los esfuerzos debidos tanto al peso como a las sobrecargas nos queda únicamente el combinar unos con otros, - Por un lado hemos de considerar los esfuerzos debidos únicamente al peso propio cuando el puente apoye solo por el centro para girar, y por otro la suma de los esfuerzos debidos a las sobrecargas y al peso tomando para este último los esfuerzos mayores en cada barra según se produzcan con la máxima o la mínima de las reacciones estudiadas en los apoyos laterales ( pág. 129 ).- En los siguientes cuadros se insertan todos estos valores en esta forma :

- Columna (1).- Número de la barra.
- (2).- Compresión debida al peso sin apoyos laterales.
- (3).- Máxima compresión debida al peso con apoyos laterales.
- (4).- Compresión debida al ferrocarril contando con el coeficiente 1,25 para los esfuerzos dinámicos.
- (5).- Compresión debida a la sobrecarga de carretera.
- (6).- Suma de los valores (3), (4) y (5).
- (7).- Mayor carga de la barra a compresión procedente de las hipótesis (2) o (6).
- (8).- Tracción debida al peso sin apoyos laterales.
- (9).- Máxima tracción debida al peso con apoyos laterales.
- (10).- Tracción debida al ferrocarril con el mismo coeficiente de aumento.
- (11).- Tracción debida a la sobrecarga de carretera.
- (12).- Suma de los valores (9), (10) y (11).
- (13).- Mayor carga de la barra a tensión.







EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Con arreglo a estos datos insertados a continuación la comprobación de cada una de las barras en la misma forma que hicimos para los tramos fijos y en la hoja 14, se detallan las secciones correspondientes; pero antes indicaremos para terminar este estudio que en las curvas (a) del anejo, que son las líneas de influencia de las reacciones de los apoyos se puede comprobar con el máximo valor de la reacción negativa en un apoyo lateral es bajo la acción del ferrocarril = 29,6 tn, y bajo la sobrecarga de carretera 12,4 tn; por consiguiente la máxima reacción negativa posible es de 42 tn. como dijimos en la página 126.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Cuchillo ferrocarril

<u>Barra</u>	<u>Long</u>	<u>Comp</u>	<u>Ten</u>	<u>Fig</u>	<u>Sec. total</u>	<u>Sec. neta</u>	<u>Radio giro</u>	<u>Coef. pandeo</u>	<u>Alter</u>	<u>Unit comp</u>	<u>Unit ten</u>	<u>Unit total</u>
1	6,40	126	13	L	350	325	13	1,10	0,2	3,9	0,4	4,1
2	6,40	15	137									
3	6,40	3	90	S	121	112	10	1,10	"	8,2	0	8,2
4	7,20	228	26	L	350	325	13	1,07	0,2	6,9	0,8	7,1
5	7,30	64	56	S	121	112	10	1,13	2,0	6,0	5,0	8,0
6	7,70	50	296									
7	7,30	77	40	S	121	112	10	1,13	1,3	7,2	3,6	8,5
8	8,10	319	91	L	350	325	13	1,10	0,7	10,0	2,8	10,7
9	8,20	36	105	S	121	112	10	1,17	0,9	3,5	9,4	10,3
10	8,40	144	312									
11	8,20	123	31	T	151	142	10	1,17	0,6	9,5	2,2	10,1
12	8,90	280	210	L	350	325	13	1,12	1,9	8,9	6,4	10,8
13	9,20	31	180	U	215	203	10	1,21	0,4	1,8	8,9	9,3
14	9,40	286	239									
15	9,20	117	28	V	247	239	15	1,09	0,6	5,1	1,2	5,7
16	10,10	208	379	L	350	325	13	1,15	1,4	6,8	11,6	13,0
17	10,50	29	207	T	151	142	10	1,27	0,4	2,4	14,6	15,0
18	10,70	480	151									
19	10,50	147	1	V	247	239	15	1,12	"	6,6	"	6,6
20	12,90	99	567	K	436	415	13	1,25	0,4	2,8	13,6	14,0
21	14,00	1	199	U	215	203	10	1,49	"	"	9,8	9,8
22	14,40	640	25									
23	14,00	163	0	V	247	239	15	1,22	"	8,0	"	8,0
24	7,75	1	794		607	585	13	1,09	"	"	13,6	13,6
25	14,80	530	0	X	431	410	14	1,19	"	14,6	"	14,6

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Cuchillo central

<u>Barra</u>	<u>Long</u>	<u>Comp</u>	<u>Ten</u>	<u>Fig.</u>	<u>Sec. total</u>	<u>Sec. neta</u>	<u>Radio giro</u>	<u>Coef. pandeo</u>	<u>Alter</u>	<u>Unit comp</u>	<u>Unit ten</u>	<u>Unit total</u>
1	6,40	256	23	Q	388	370	13	1,06	0,2	7,0	0,6	7,2
2	6,40	14	166			218					7,6	
3	6,40	56	178	U	215	203	10	1,12	0,8	2,9	8,8	9,4
4	7,20	278	41	Q	388	370	13	1,08	0,4	7,8	1,1	8,2
5	7,30	126	102	T	151	142	10	1,13	2,0	9,4	7,2	9,2
6	7,70	92	353									
7	7,30	140	77	U	215	203	10	1,13	1,4	7,3	3,8	8,7
8	8,10	373	165	Q	388	370	13	1,10	1,1	10,6	4,5	11,7
9	8,20	71	191	U	215	203	10	1,17	0,9	3,9	9,4	10,3
10	8,40	261	336									
11	8,20	224	62	U	215	203	15	1,08	0,7	11,2	3,0	11,9
12	8,90	299	380	R	433	415	13	1,12	2,0	7,7	9,2	11,2
13	9,20	660	280	W	330	315	15	1,10	0,5	2,0	8,9	9,4
14	9,40	520	229			218						
15	9,20	310	53	W	330	315	15	1,09	0,4	10,3	1,7	10,7
16	10,10	201	690	O	520	495	13	1,15	0,7	4,5	14,0	14,7
17	10,50	270	378	W	330	309	15	1,12	1,8	9,1	12,3	14,1
18	10,70	870	145			218						
19	10,50	331	"	W	330	315	15	1,12	"	11,2	"	11,2
20	12,90	94	1030	N	806	760	13	1,25	0,2	1,5	13,5	13,7
21	14,00	"	370	W	330	315	15	"	"	"	11,7	11,7
22	14,40	1170	23									
23	14,00	278	39	W	247	335	15	1,22	0,4	13,7	1,7	14,1
24	7,75	"	1360	F	931	884	13	"	"	"	15,4	15,4
25	14,80	916	"	Z	639	606	14	1,10	"	15,8	"	15,8

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Cuchillo de carretera

<u>Barra</u>	<u>Long</u>	<u>Comp</u>	<u>Ten</u>	<u>Fig</u>	<u>Sec. total</u>	<u>Sec. neta</u>	<u>Radio giro</u>	<u>Coef. pandeo</u>	<u>Alter</u>	<u>Unit comp</u>	<u>Unit ten</u>	<u>Unit total</u>
1	6,40	119	9	P	225	210	13	1,10	0,2	5,8	0,4	6,0
2	6,40	4	44									
3	6,40	23	89	S	121	112	10	1,10	0,7	2,1	8,0	8,7
4	7,20	71	17	P	225	210	13	1,07	0,6	3,0	0,8	3,6
5	7,30	67	42	S	121	112	10	1,13	1,6	6,2	3,8	5,4
6	7,70	38	88									
7	7,30	58	44	S	121	112	10	1,13	1,9	5,4	4,0	7,3
8	8,10	90	68	P	225	210	13	1,10	1,9	4,4	3,3	6,3
9	8,20	41	79	S	121	112	10	1,17	1,3	4,0	7,0	8,3
10	8,40	108	79									
11	8,20	92	36	S	121	112	10	1,17	1,0	8,8	3,2	9,8
12	8,90	57	157	P	225	210	13	1,12	0,4	2,9	7,5	7,9
13	9,20	34	116	S	121	112	10	1,21	0,7	3,4	10,4	11,1
14	9,40	215	32									
15	9,20	128	29	T	151	142	10	1,21	0,6	10,3	2,0	10,9
16	10,10	27	285	P	225	210	13	1,15	0,2	1,4	13,5	13,7
17	10,50	28	156	T	151	142	10	1,27	0,5	2,1	11,0	11,5
18	10,70	360	17									
19	10,50	117	1	T	151	142	15	1,12	"	8,6	"	8,6
20	12,90	13	425	I	312	294	13	1,25	0,1	0,4	14,5	14,6
21	14,00	"	158	T	151	142	10	1,49	"	"	11,1	11,1
22	14,40	483	5									
23	14,00	78	39	U	215	203	10	1,25	1,3	4,5	1,9	5,8
24	7,75	"	560	J	450	422	13	1,09	"	"	13,3	13,3
25	14,80	375	"	W	330	304	14	1,19	"	13,6	"	13,6

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

No se han incluido en estos cuadros los montantes porque ya en el estudio elástico de los largueros vimos que trabajaban todos ellos a cargas sumamente bajas, para que su elasticidad no perjudicara la flexión de los largueros.-

Estudio de la cabeza inferior.-

Sobre el piso o cabeza inferior actúan las siguientes cargas:

Barras	Cuchillos					
	Ferrocarril		Central		Carretera	
	Compresión	Tensión	Compresión	Tensión	Compresión	Tensión
2	15	137	14	166	4	44
6	50	296	92	353	38	88
10	144	312	261	336	108	79
14	286	239	520	229	215	32
18	480	151	870	145	360	17
22	640	25	1170	23	483	5

Estudiemos primeramente las compresiones; nos bastará comprobar las barras (22) y (18) porque en las demás la carga disminuye mucho más deprisa que la sección resistente.-

en la barra (22) la máxima compresión es: 2.293 tn. y la excentricidad de esta resultante respecto al eje del cuchillo central viene dada por relación:

$$\frac{640 \times 5,00 - 483 \times 6,50}{2.293} = 0,027 \text{ m.}$$

Es decir, que coincide sensiblemente con el centro de gravedad de la sección de hormigón y como la carga resultante es de  $\frac{2.293}{7,05} = 325 \text{ tn/m}^2$  o sea  $32 \text{ Kg/cm}^2$  solamente aún sin tener en cuenta la sección de la armadura consideramos innecesario continuar la comprobación.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

La barra (18) sufre una compresión de 1.710 tn. con una excentricidad de :

$$\frac{480 \times 5,00 - 360 \times 6,50}{1.710} = 0,035 \text{ m.}$$

La sección resistente es la misma que estudiamos como cabeza de compresión de los tramos fijos, sin más diferencia que tener algo más de armadura, y como aún adoptando aquella la carga resultante es de

$$\frac{1.710}{6,97} = 245 \text{ tn/m}^2 = 24,5 \text{ Kg/cm}^2$$

queda comprobado que también esta resiste con holgura su carga.-

En cuanto a las tensiones nada hemos de decir pues ya tuvimos en cuenta estos valores en el cálculo de los largueros.-

#### Esfuerzos concentrados en los nudos.-

Siguiendo el mismo criterio que espusimos en los tramos fijos podríamos calcular las máximas reacciones horizontales que las diagonales producirían sobre los nudos trabajando a su máxima carga, pero como de la comparación de unas y otras diagonales se deduce claramente que los esfuerzos son menores, no repetimos la comprobación.-

#### Esfuerzos anormales de construcción.-

En el tramo giratorio no es necesario estudiar estos esfuerzos porque aunque quiera hormigonarse el piso sin cimbra, como puede hacerse paulatinamente desde el centro hacia los apoyos laterales, los esfuerzos de compresión sobre la parte metálica de la cabeza inferior son siempre pequeños.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

APARATOS DE APOYO DEL TRAMO FIJO

El aparato fundamental de apoyo es la rótula central sobre la que ha de hacerse el giro soportando por si solo la totalidad del peso muerto.- Este peso, como sabemos, alcanza a 2.800 toneladas.- La rótula está formada por dos casquetes esféricos, uno cóncavo de acero y otro convexo de bronce de 4,65 m. y 4,50 m. de radio esférico respectivamente, y de 1,40 m. de radio horizontal.- En la hoja número 17 de los planos se detallan los demás elementos de esta rótula consistentes únicamente en un pivote de apoyo sobre los discos y un cojinete o caja de apoyo bajo ellos, ambas piezas de acero moldeado.- Una brida de contorno alrededor de los discos forma la caja de grasa que envuelve la superficie de rozamiento; y el disco de bronce se proyecta con un orificio central de engrase y ranuras radiales para lograr la máxima uniformidad posible de engrase.-

Para la comprobación de esta rótula emplearemos el procedimiento que indica Howey cuya aplicación hasta obtener las fórmulas aplicables a este caso se hace en anejo aparte.- En sus líneas fundamentales el sistema consiste en admitir en cada punto de la superficie de contacto una reacción proporcional a la deformación de ese elemento en toda la altura del aparato, teniendo en cuenta la diferente elasticidad de cada elemento horizontal.-

La fórmula que se obtiene es la siguiente :

Máxima reacción unitaria en el bordel del agujero central:

$$S = \sqrt{\frac{2 W E c}{\pi a^2 h}}$$

en la que :

W = Carga total sobre el apoyo = 2.800 tn.

E = Coeficiente medio de elasticidad del apoyo.

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

$c$  = separación vertical entre los casquetes en el borde.

$a$  = radio horizontal de los mismos.

$h$  = altura total del apoyo.

A priori establecemos los valores de  $(a) = 70$  cm. y  $h = 150$  cm; Establecemos también por comparación con los tipos que fija la American Bridge Company, los radios esféricos de los casquetes; 4,50 y 4,65 m, y deducimos la separación ( $c$ ) en la siguiente forma :

Los senos de los semiángulos en el centro valen :

$$\frac{70}{450} = 0,15555 \quad \text{y} \quad \frac{70}{465} = 0,15053$$

Los cosenos valen por tanto :

$$\sqrt{1 - 0,15555^2} = 0,9878 \quad \text{y} \quad \sqrt{1 - 0,15053^2} = 0,9886$$

Las alturas de los extremos de estos arcos sobre el plano horizontal tangente a los casquetes serán :

$$450 (1 - 0,9878) = 5,49$$

$$465 (1 - 0,9886) = \underline{5,31}$$

y subdiferencia;  $c = 0,18$  cm.

El coeficiente de elasticidad medio del apoyo se deduce sumando los productos de los coeficientes de elasticidad de cada elemento por su altura respectiva y dividiendo por la altura total :

$$\text{Pivote} \quad : \quad 2.100.000 \times 38 = 79.800.000$$

$$\text{Disco de bronce} \quad : \quad 700.000 \times 16 = 11.200.000$$

$$\text{Disco de acero} \quad : \quad 2.100.000 \times 16 = 33.600.000$$

Soporte: Como su sección es distinta hallaremos el coeficiente de elasticidad virtual que permita hacerlo comparable con los

anteriores.- Como área útil del soporte puede tomarse :

$$\text{Anillo : } \pi (75^2 - 53^2) = 4.700 \text{ cm}^2$$

$$\text{Radios : } 8 \times 6 \times 52 = \frac{2.500}{7.200} \text{ cm}^2$$

$$\text{Area de los demás elementos; } \pi \times 70^2 = 15.300 \text{ cm}^2$$

Coefficiente virtual de elasticidad:

$$2.100.000 \times \frac{7.200}{15.300} = 1.000.000 \text{ Kg/cm}^2$$

El producto por su altura es:

$$\text{Soporte : } 1.000.000 \times 80 = 80.000.000$$

$$\text{Suma de productos} = 204.600.000$$

Coefficiente medio de elasticidad:

$$\frac{204.600.000}{150} = 1.360.000 \text{ Kg/cm}^2$$

Sustituyendo todos estos valores en la fórmula se obtiene:

$$S = \sqrt{\frac{2 \times 2.800.000 \times 1.360.000 \times 0,18}{\pi \times 70^2 \times 150}} = 775 \text{ Kg/cm}^2$$

que queda dentro de límites seguros de resistencia.-

Es conviene además conocer el brazo de rozamiento que viene dado por la fórmula :

$$L = \frac{2 \pi \left( \frac{S L^3}{3} - \frac{E c}{a^2 h} \left( \frac{L^5}{5} - \frac{m^2 L^3}{3} \right) \right)}{W} \quad (1)$$

en la que: (m) es el radio del agujero central (1 cm) y (L) es el radio horizontal de la superficie que queda en contacto bajo la acción de esta carga, y cuyo valor viene dado por la fórmula :

$$t = \sqrt{m^2 + \frac{2 W a^2 h}{\pi E c}}$$

es decir, en nuestro caso :

$$t = \sqrt{12 + \frac{2 \times 2.800.000 \times 70^2 \times 150}{\pi \times 1.360.000 \times 0,18}} = 48 \text{ cm.}$$

(1) Véase el Anejo nº 6.

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

y por tanto :

$$L = \frac{2 \pi \left( \frac{775 \times 48^3}{3} - \frac{1.350.000 \times 0,18}{702 \times 150} \left( \frac{48^2}{5} - \frac{1 \times 48}{3} \right) \right)}{2.800.000} = 26 \text{ cm.}$$

El esfuerzo resistente de rozamiento será pues, contando con un coeficiente de fricción de 0,15 :

$$W e L = 2.800 \times 0,15 \times 0,26 = 110 \text{ mtn.}$$

Podemos estudiar también las condiciones de estabilidad del puente sobre esta rótula independientemente de los rodillos de balance.-

El momento volcador producido por la acción del viento sobre los diferentes elementos de un cuchillo son :

Piso y larguero:	$170 \times 114 \times 1,20 \times 2,30 = 53.000$	
Cabeza superior:	$170 \times 114 \times 0,40 \times 11,00 = 84.000$	}
Diagonales y montantes :	$170 \times 31 \times 8 \times 0,25 \times 6,50 = 68.000$	
	$= 68.000$	
		152.000 mkg.

El primer elemento podemos suponer que no se repite en los otros cuchillos, y los dos últimos que se repiten con el mismo valor; el momento total es por tanto :

$$53.000 + 3 \times 152.000 = 509.000 \text{ mkg.}$$

Veamos ahora el momento resistente que puede producir el peso sobre la rótula sin aumentar la carga sobre ningún punto de ella.- El radio horizontal de los casquetes es 0,75 m., el radio

del área de contacto 0,48 m., por tanto el centro de presión puede desplazarse 0,27 m, sin alterar las condiciones resistentes de esta área de contacto; sea (d) este desplazamiento,  $R = 4,65 \text{ m.}$  y  $V = 4,50 \text{ m.}$ , los radios de curvatura de los casquetes y (  $g =$

— EDUARDO TORROJA  
INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS  
MADRID

= 4,00 m.) la altura del centro de gravedad sobre los casquetes tomada por exceso para más seguridad.- El brazo del momento resistente es  $(c = a + b)$  y geoméricamente tenemos :

$$a = (v - g) \operatorname{sen} \gamma$$

$$\operatorname{sen} \gamma = \frac{a}{v} = \frac{R - v}{v} \operatorname{sen} \beta = \frac{R - v}{v} \frac{d}{R}$$

$$\frac{b}{d} = \frac{v}{R} \operatorname{sen} \beta \quad b = d \frac{v}{R}$$

y por consiguiente :

$$C = a + b = (v - g) \frac{R - v}{v} \frac{d}{R} + d \frac{v}{R} = d \left( 1 + g \left( \frac{v}{R} - 1 \right) \right)$$

y sustituyendo valores :

$$c = 0,27 \left( 1 + 4,00 \left( \frac{4,50}{4,65} - 1 \right) \right) = 0,24 \text{ m.}$$

por tanto el momento estabilizante es:

$$2.800 \times 0,24 = 664 \text{ mtn.}$$

Vemos pues que sin necesidad de actuar las ruedas estabilizantes ni de aumentar la reacción en la rótula se produce un momento estabilizante 1,3 veces mayor que el volcador.- Antes de que esto se produjera habrían intervenido además los rodillos de balance que indicamos más adelante, pero hemos querido asegurar con estos cálculos la seguridad de funcionamiento del aparato fundamental de giro.-

Como no se trata ahora de proyectar con detalle cada elemento de los aparatos de giro y maniobra, sino únicamente trazar sus líneas y comprobaciones fundamentales, diremos solamente que el resto del aparato, es decir, el soporte de fundición puede estar formado por un anillo cilíndrico de 1,35 m. de diámetro y 6 cm

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

de espesor y ocho nervios radiales del mismo grueso.- Contando solamente con un radio útil de trabajo de estos nervios de 52 cm., hemos visto que el área resistente es de 7.200 cm<sup>2</sup> y por tanto trabaja a 390 Kg/cm<sup>2</sup>.-

La carga sobre el macizo de cemento es :

$$\frac{2.800.000}{\times 150^2} = 40 \text{ kg/cm}^2$$

La torta inferior trabaja por flexión, y suponiendo que la reacción del cemento es uniforme, sufre en las partes exteriores, donde la luz entre nervios alcanza el máximo de 58 cm, una flexión de :

$$\frac{40 \times 58^2}{12} = 11.200 \text{ cm/kg.}$$

por centímetro de ancho.-

Y como el módulo de flexión con 9 cm. de canto es 13,5 cm<sup>3</sup>, la carga resultante a tracción o compresión es de : 830 Kg/cm<sup>2</sup>+

El tramo giratorio pesa como hemos visto 2.800 tn. incluyendo el balasto y todo el peso muerto, y este peso se reparte entre los tres cuchillos en la siguiente forma :

Cuchillo de ferrocarril : 28 % = 780 tn.

Cuchillo central - - - : 51 % = 1.430 tn.

Cuchillo de carretera : 21 % = 590 tn.

Como los pesos de los cuchillos laterales hay que trasladarlos a la rótula central cuyo eje está distanciado 5 cm. del eje del cuchillo central hacia el lado del ferrocarril, los momentos flectores resultantes sobre la vigueta son a uno y otro lado de la rótula :

$$780 \times 4,95 = 3.860 \text{ mtn.}$$

$$590 \times 6,55 = 3.860 \text{ mtn.}$$

La sección de la vigueta se detalla en la hoja 17.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

La altura entre los centros de gravedad de las cabezas es de 1,80 m. y el área resistente de las mismas sin contar con el hormigón es de :

$$\begin{array}{rcl} 4 \text{ angulares} & \frac{120 \times 120}{13} & = 119 \\ 4 \text{ platabandas de } 54 \times 1,6 & = & 347 \\ 5 \text{ id } & 40 \times 1,6 & = \underline{320} \\ & & 786 \text{ cm}^2 \end{array}$$

El momento de inercia es por defecto :

$$\frac{786 \times 180^2}{2} = 127.500.000 \text{ cm}^4$$

y el módulo de flexión :

$$\frac{127.500.000}{102} = 125.000 \text{ cm}^3$$

y como son dos viguetas, la carga unitaria máxima es :

$$\frac{3.860.000}{2 \times 125.000} = 15,4 \text{ kg/mm}^2$$

el máximo esfuerzo cortante es de 780 tn, y cargado sobre el alma de una carga unitaria de

$$\frac{780.000}{3 \times 180 \times 1,6} = 900 \text{ kg/cm}^2$$

Cuñas de apoyo y rodillos de balance.-

Después de haber visto que los rodillos de balance no deben actuar en régimen normal y que únicamente se disponen como elementos de seguridad, nada podemos decir sobre su cálculo, sino que sus dimensiones se disponen por comparación con otros puentes giratorios en servicio y son capaces de resistir 150 tn., es decir, de resistir por si solos el empuje del viento sin contar con la estabilidad de la rótula central.-

El eje tiene 10 cm. de diámetro, por tanto trabajando a 900 kg/cm. resiste = 157 tn.-

El diámetro del rodillo es de m. y el ancho de la llanta por tanto con arreglo a la fórmula de Hertz resiste las 157 tn. a razón de :

$$c = \frac{0,42}{20} \sqrt{\frac{157}{30} \cdot 2.100} = 2,2 \text{ tn/cm}^2$$

Las cuñas, son ocho, tres para cada apoyo lateral y dos para el central.- La carga total de cada tres laterales es como sabemos de 284 tn. que se ha de distribuir aproximadamente en la relación 1, 2, 3, entre las tres cuñas, es decir: 48,95 y 142 tn.

Al estudiar los esfuerzos debidos a la temperatura vimos que podía producirse una desnivelación de 7 cm. con una reacción de 200 tn; por consiguiente podemos admitir que bajo la acción de las 284 tn. el desplazamiento vertical máximo sea de 10 cm.-

Si la cuña tiene un ángulo de ataque de 1/5 la carrera útil habrá de ser de 50 cm.-

Claro es que antes de la construcción ha de hacerse el proyecto de detalle de todos estos elementos y entonces deberá también estudiarse con todo detenimiento el corrimiento vertical verdadero, y corregirse todas las dimensiones con arreglo a él.-

El coeficiente de rozamiento estando las superficies engrasadas no debe pasar de 0,10, el empuje horizontal será sobre la cara horizontal:  $284 \times 0,10 = 28,4$  tn, y sobre la cara superior:  $284 \times 0,28 = 80$  tn.- Por tanto para las tres cuñas de cada lado = 108 tn, que se distribuyen a razón de 18,35 y 54 tn, entre las tres cuñas.-

Como la central es la más cargada puede convenir, así lo hemos proyectado, formarla de dos cuñas próximas con sus aparatos de empuje dobles también.-

Sobre la pila central otras dos cuñas reciben el empuje

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

de los cuchillos laterales durante el paso de las sobrecargas.- De la línea de influencia de las reacciones sobre el apoyo central trazadas en el anejo se deduce que la máxima reacción debida a la sobrecarga de ferrocarril es de: 577 tn., y la debida a la sobrecarga de carretera = 220 tn., por tanto la reacción en cada cuchillo vale (pág. 51)

$$\text{Ferrocarril : } 0,52 \times 577 - - - - - = 300 \text{ tn.}$$

$$\text{Central : } 0,455 \times 577 + 0,525 \times 220 = 375 \text{ tn.}$$

$$\text{Carretera : } 0,025 \times 577 + 0,51 \times 220 = 256 \text{ tn.}$$

Vemos pues que la máxima carga sobre la cuña es de 300 tn, pero como estas cuñas no han de levantar el tramo, no necesitan vencer más esfuerzos que los propios de rozamiento para entrar en acción.- Tal como se han proyectado su superficie de contacto es de 2.500 cm<sup>2</sup>, la presión resultante es de 120 kg/cm<sup>2</sup>, y sobre el macizo de hormigón :

$$\frac{300.000}{85 \times 85} = 42 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de la potencia necesaria en el motor.-

El centro de gravedad de cada brazo queda a 27 m. aproximadamente del centro; su recorrido es por tanto 42,00 metros.-

El peso es 2.800 tn, el brazo de centro de presión de los rozamientos en la rótula 0,26 m, el coeficiente de rozamiento podemos tomarlo para trabajar con seguridad de 0,15; esto equivale una resistencia a los 27 m. del centro de

$$2.800 \times 0,15 \times \frac{0,26}{27,00} = 4,0 \text{ tn.}$$

Con un par motor que produzca a los 27 m. un esfuerzo de 11.000 kg, la aceleración en ese punto donde suponamos concentrada la masa es :

$$\frac{(11,0 - 4,0)}{2.800} \times 9,81 = 0,0245 \text{ m/s}^2$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Al cabo de 27 segundos la velocidad será de 0,66 m/s y el espacio recorrido:  $27 \frac{0,66}{2} = 9,0$  m. y manteniendo esta misma velocidad con menor potencia durante 36 segundos se avanzan otros 24,00 m. y faltan por recorrer solamente 9,00 m., que frenando con una resistencia igual al empuje empleado en acelerar anula el movimiento otros 27 segundos, esto es, que se ha hecho toda la operación en  $27 + 36 + 27 = 90$  segundos.-

Ahora bien, la máxima potencia empleada se produce al final del periodo de aceleración y vale :

$$\frac{11.000 \times 0,66}{75} \quad 96 \text{ HP}$$

Si el mecanismo de transmisión tiene un rendimiento de 0,75 la potencia necesaria en el motor será de 128 HP.- En realidad la potencia verdaderamente es mucho menor porque los motores eléctricos tienen un par de arranque muy fuerte y una adaptabilidad grande para variar el par motor con la velocidad, y evidentemente con la misma potencia podría dar mayor par al principio del movimiento cuando la velocidad es pequeña, y luego durante el periodo intermedio de velocidad constante que hemos considerado podría también proporcionar un esfuerzo sensiblemente mayor que la resistencia de rozamiento del sistema y prolongar así el periodo de aceleración, disminuyendo por tanto el tiempo de la maniobra, o lo que es lo mismo, podría hacerla en el tiempo prefijado con una potencia sensiblemente mayor, tanto más cuanto que en buenas condiciones de funcionamiento el coeficiente de rozamiento de la rótula no debe sobrepasar los dos tercios del empleado en este cálculo.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

CAPITULO IV

TRAMOS DE HORMIGON SOBRE PILOTES

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

P I L O T E S

=====

Las avenidas obre pilotajes están formadas por tramos de 20 m. apoyados sobre dos apoyos distanciados a 14 m. entre ejes.- Los apoyos de dos tramos consecutivos quedan a 6,00 m. y van arriostrados por encima de la bajamar.-

Empezamos por el estudio de los tramos; Cda uno consta de tres largueros lo mismo que el resto del puente con viguetas formando dos recuadros centrales de 5,00 m. y dos laterales de 4,00 m.- No es preciso por tanto estudiar el piso ni las viguetas que son repetición de las ya estudiadas.-

Como aquí los cuchillos o vigas maestras tienen mucha más rigidez en proporción con la vigueta que en los tramos metálicos, haremos dos cálculos; uno suponiendo que es la vigueta rígida y reparte las cargas entre las tres vigas como hemos estudiado; y otra suponiendo que los cuchillos son rígidos y las viguetas deformables.-

En cualquiera de los dos casos el peso muerto es el siguiente :

Viga y andén del ferrocarril - - - - -	=	3.200 Kg/m.l.
Losa de ferrocarril - - 1.470 x 5,00	=	7.350 "
Viga central - - - - -	=	2.800 "
Losa de carretera : 690 x 6,50 - - - -	=	4.450 "
Viga y andén de carretera - - - - -	=	<u>1.870</u> "
		19.670 Kg/m.l.
Vigueta : $\frac{11.000}{4,50}$ - - - - -	=	<u>2.330</u> "
		22 .000 Kg/m.l.

la carga del ferrocarril para la luz de 14 m.; 11.650 Kg/m.l. y la de carretera 4.960 Kg/m.l.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

En la primera hipótesis estas cargas se reparten entre las tres vigas en la siguiente forma :

$$V. \text{ ferrocarril: } 0,283 P + 0,520 F = 6.200 + 6.060 = 12.260 \text{ Kg/m.l.}$$

$$V. \text{ central: } 0,510 P + 0,455 F + 0,325 C = 11.200 + 5300 + 2600 = 19.100 \text{ "}$$

$$V. \text{ carretera: } 0,207 P + 0,025 F + 0,510 C = 4.600 + 290 + 2.520 = 7.410 \text{ "}$$

El momento negativo en los apoyos debido al peso propio del voladizo es :

$$V. \text{ ferrocarril : } 6.200 \times \frac{3,00^2}{2} = 27.800 \text{ mKg.}$$

$$V. \text{ central : } 11.200 \times \frac{3,00^2}{2} = 50.500 \text{ "}$$

$$V. \text{ carretera : } 4.600 \times \frac{3,00^2}{2} = 20.600 \text{ "}$$

El momento positivo máximo en el centro de la luz:

$$V. \text{ ferrocarril : } 12.260 \times \frac{14,00^2}{8} - 27.800 = 274.200 \text{ mKg.}$$

$$V. \text{ central : } 19.100 \times \frac{14,00^2}{8} - 50.500 = 419.000 \text{ mKg.}$$

$$V. \text{ carretera : } 7.410 \times \frac{14,00^2}{8} - 20.600 = 161.400 \text{ mKg.}$$

En la segunda hipótesis las cargas se reparten en esta otra forma:

Pesos muertos:

Viga ferrocarril	(Viga y andén ferrocarril = 3.200 Kg/m.l.
	{
	(Losa de ferrocarril - - = <u>3.675</u> "
	6.875 Kg/m.l.

	{	Losa de ferrocarril = 3.675 "
Viga central	{	Viga central - - - - = 2.300 "
	{	Losa carretera - - - - = <u>2.225</u> "
		8.700 Kg/m.l.

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Viga carretera (Losa carretera - - - - - = 2.225 Kg/m.l.  
 (Viga y andén - - - - - = 1.870 "  
 4.095 Kg/m.l.

Sobrecargas :

Viga ferrocarril = 5.820 Kg/m.l.  
 Viga central - - = 8.300 "  
 Viga carretera - = 2.480 "

Los momentos mínimos sobre los apoyos son :

V. Ferrocarril :  $6.875 \frac{3,00^2}{2} = 31.000 \text{ mKg.}$   
 V. Central :  $8.700 \frac{3,00^2}{2} = 49.200 \text{ mKg.}$   
 V. Carretera :  $4.095 \frac{3,00^2}{2} = 18.400 \text{ mKg.}$

Los momentos máximos en el centro de la luz son :

V.ferrocarril:  $(6.875 + 5.820) \frac{14,00^2}{8} - 31.000 = 281.000 \text{ mKg.}$   
 V.central :  $(8.700 + 8.300) \frac{14,00^2}{8} - 49.200 = 368.000 \text{ mKg.}$   
 V.carretera :  $(4.095 + 2.480) \frac{14,00^2}{8} - 18.400 = 140.000 \text{ mKg.}$

Vemos pues que los máximos momentos de las dos hipótesis en el centro de la luz son :

V. Ferrocarril = 281.000 mKg.  
 V. Central - - = 419.000 mKg.  
 V. Carretera - = 161.400 mKg.

Pasemos a determinar los máximos momentos negativos en los apoyos.- Como los voladizos son de 3,00 m. no solamente consideraremos para sobrecarga de ferrocarril los ejes de 22 tn. a 1.50 m. de separación y para la carretera un eje de 13 tn. en el extremo del voladizo.-

Como hemos visto que los ejes del tren reparten uniforme su carga a través del balasto en todo el ancho que media entre ellos, tomaremos para máximo momento flector debido a esta sobrecarga :

$$\frac{22.000}{1,50} \times \frac{3,00^2}{2} = 66.000 \text{ mKg.} \quad (1)$$

y para el debido a la sobrecarga de carretera :

$$13.000 \times 3,00 = 39.000 \text{ mKg.}$$

Aquí evidentemente la rigidez de los cuchillos es mucho mayor que la de la vigueta, por consiguiente repartiremos por mitades las sobrecargas del ferrocarril entre los dos cuchillos en que actúa; pero en cuanto a la carretera, como la sobrecarga puede ir por uno u otro lado de la misma tomaremos para cada cuchillo los  $3/4$ .- De este modo y sumando los momentos debidos al peso propio hallados anteriormente se tienen los siguientes totales:

$$\text{V. ferrocarril : } 27.800 + \frac{66.000}{2} = 60.800 \text{ mKg.}$$

$$\text{V. central : } 50.500 + \frac{66.000}{2} + 3/4 \ 39.000 = 113.000 \text{ mKg.}$$

$$\text{V. carretera : } 20.600 + 3/4 \ 39.000 = 50.000 \text{ mKg.}$$

Para la determinación de los esfuerzos cortantes hemos de tomar las sobrecargas de 13.200 Kg/m.l. para el ferrocarril y 4.280 Kg/m.l. para la carretera; con arreglo a estas cifras se obtienen los valores :

$$\text{C. ferrocarril: } 6.875 \times 7,00 + 13.200 \times 0,52 \times 7,00 = 96.000 \text{ Kg.}$$

$$\text{C. Central: } 11.200 \times 7,00 + 13.200 \times 0,455 \times 7,00 + 4.280 \times 0,525 \times 7,00 = 136.800 \text{ Kg}$$

C. carretera:

$$4.600 \times 7,00 + 13.200 \times 0,025 \times 7,00 + 4.280 \times 0,510 \times 7,00 = 49.800 \text{ Kg.}$$

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

En los voladizos los máximos esfuerzos cortantes corresponden a las hipótesis de carga hechas anteriormente y valen:

$$C. \text{ Ferrocarril} : 6.200 \times 3,00 + \frac{3 \times 22.000}{2} = 51.600 \text{ Kg.}$$

$$C. \text{ central} : 11.200 \times 3,00 + \frac{3 \times 22.000}{2} + 3/4 \cdot 13.200 = 76.400 \text{ Kg.}$$

$$C. \text{ carretera} : 4.600 \times 3,00 + 3/4 \cdot 13.000 = 23.600 \text{ kg.}$$

Comprobación de secciones.-

Cuchillo de ferrocarril.

Canto útil = 160 cm.

Armadura inferior = 173 cm<sup>2</sup>

Armadura superior = 45 cm<sup>2</sup>

Flexión positiva:

Profundidad de la fibra neutra:

$$P f = 400 \times 30 (f - 15) = 15 \times 173 (160 - f) \quad \Rightarrow \quad f = 41 \text{ cm.}$$

Momento de inercia :

$$I = \frac{400}{3} (41^3 + 11^3) + 15 \times 173 \times 119^2 = 45.000.000 \text{ cm}^4$$

Cargas unitarias :

$$H = \frac{28.100.000 \times 41}{45.000.000} = 25,5 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{A} = 15 \frac{281.000 \times 119}{45.000.000} = 11,1 \text{ kg/mm}^2$$

Flexión negativa :

$$P f = \frac{50}{2} f^2 + 15 \times 42 \times (f - 10) = 15 \times 45 (160 - f) \quad \Rightarrow \quad f = 46 \text{ cm.}$$

$$I = \frac{50}{3} 46^3 + 15 \times 42 \times 36^2 + 15 \times 45 \times 114^2 = 11.250.000 \text{ cm}^4$$

$$H = \frac{6.080.000 \times 36}{11.250.000} = 19,5 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{A} = 15 \frac{60.800 \times 114}{11.250.000} = 9,4 \text{ Kg/mm}^2$$

La resistencia al esfuerzo cortante de las diagonales de sección (d) trabajando a 10 Kg/mm<sup>2</sup> es :

$$E = \frac{1.000 \times B \times d \times 2 \cos 45^\circ \cos \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - \beta\right)}{S}$$

siendo:

- (B) el brazo mecánico.
- (d) la sección de la diagonal.
- (β) el ángulo con la vertical.
- (S) la separación horizontal entre las diagonales.

Del mismo modo la resistencia de los montantes de sección (m) es :

$$E' = \frac{1.000 \times B \times m}{S}$$

por tanto en este caso la resistencia total es:

$$E = \frac{1.00 \times 1,46}{1,10} (30 \times 2 \times 0,71 \times 0,97 + 30) = 104.000 \text{ Kg.}$$

por tanto quedarán trabajando a

$$A = 10 \times \frac{96.000}{104.000} = 9,2 \text{ Kg/mm}^2$$

Por el lado del voladizo se tiene igualmente :

$$d = 30 \text{ cm}^2 \quad " \quad m = 13 \text{ cm}^2$$

$$E = \frac{1.000 \times 1,45}{1,00} (40 \times 2 \times 0,71 \times 0,98 + 13) = 80.000 \text{ Kg.}$$

$$A = 10 \times \frac{51.600}{80.000} = 6,4 \text{ Kg/mm}^2$$

Cuchillo central.

Canto útil = 180 cm.

Armadura inferior = 226 cm<sup>2</sup>

Armadura superior = 60 cm<sup>2</sup>

No

HAY

174

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Flexión positiva :

$$P f = 400 \times 25 (f - 12) = 15 \times 110 (140 - f) \quad f = 30 \text{ cm.}$$

$$I = \frac{400}{3} \times 30^3 + 15 \times 110 \times 110^2 = 23.600.000 \text{ cm}^4$$

$$H = \frac{16.140.000 \times 30}{23.600.000} = 20,5 \text{ Kg/cm}^2 \quad A = 15 \frac{161.400 \times 110}{23.600.000} = 11,3 \text{ kg/mm}^2$$

Flexión negativa :

$$P f = \frac{40}{2} f^2 + 15 \times 42 (f - 10) = 15 \times 45 (140 - f) \quad f = 45 \text{ cm}^4$$

$$I = \frac{40}{3} 37^3 + 15 \times 42 \times 45^2 + 15 \times 45 \times 95^2 = 9.060.000 \text{ cm}^4$$

$$H = \frac{5.000.000 \times 45}{8.060.000} = 28,0 \text{ Kg/cm}^2 \quad A = 15 \frac{50.000 \times 95}{8.060.000} = 9,0 \text{ kg/mm}^2$$

Resistencia al esfuerzo cortante.

por el lado de la luz central =  $d = 30 \text{ cm}^2$   $m = 13 \text{ cm}^2$

$$E = \frac{1.000 \times 1,30}{1,10} (30 \times 2 \times 0,71 \times 0,98 + 13) = 70.000 \text{ kg.}$$

$$A = 10 \frac{49.800}{70.000} = 7,2 \text{ Kg/mm}^2$$

Por el lado del voladizo =  $d = 13 \text{ cm}^2$   $m = 13 \text{ cm}^2$

$$E = \frac{1.000 \times 1,25}{1,00} (13 \times 2 \times 0,71 \times 0,98 + 13) = 39.000 \text{ Kg.}$$

$$A = 10 \frac{49.800}{39.000} = 6,1 \text{ Kg/mm}^2$$

Hecha la comprobación de las vigas pasemos a la de los pilonos; Estos sufren en su arranque la carga de los tramos y el peso propio :

Pilono del ferrocarril	:	126.950 + 7.750	=	134.700 Kg.
id          central	:	191.000 + 9.900	=	200.900 "
id          carretera	:	74.100 + 6.450	=	80.550 "

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Además sufren flexiones en sentido transversal por empuje del viento y en sentido longitudinal por esfuerzo de frenado.-

El empuje del viento vale :

$$\text{Sobre el tren : } 170 \times 3,00 \times \frac{20,00}{2} = 5.100 \text{ Kg.}$$

$$\text{Sobre el tramo: } 170 \times 2,50 \times \frac{20,00}{2} = \underline{4.250} \text{ Kg.}$$

9.350 Kg.

El momento flector sobre cada grupo de tres pilonos es por tanto :

$$9.350 \times 4,50 = 42.000 \text{ mKg.}$$

En sentido longitudinal hemos de considerar el esfuerzo de frenado correspondiente a una locomotora y un tender, cuyo valor es, según la Instrucción :

$$100.000 \times \frac{1}{7} + 72.000 \times \frac{1}{12} = 20.000 \text{ kg.}$$

que se reparte entre los dos apoyos, correspondiendo también a un grupo de tres pilonos un momento de :

$$\frac{20.000}{2} \times 4,50 = 45.000 \text{ mKg.}$$

Además como este empuje de frenado se produce descentrado respecto al centro de gravedad del sistema con una excentricidad de 2,50 m. aproximadamente, se produce una torsión que equivale a una nueva flexión transversal sobre los pilonos cuyo valor es:

$$\frac{20.000 \times 2,50}{14,00} = 3.600 \text{ mKg.}$$

por consiguiente la flexión transversal total es 45.600 mKg.-

Vemos pues que las flexiones en los dos sentidos son sensiblemente iguales y se repartirán en proporción inversa de la rigidez de cada uno, que como siempre dispondremos aproximadamente en la relación 1: 2: 3.-

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Así tendremos los siguientes esfuerzos :

Pilono de ferrocarril: P = 134.700 kg. = 15.100 mKg.

id central : P = 200.900 kg. = 22.700 "

id carretera : P = 80.550 kg. = 7.600 "

Como no se producen tracciones podemos estudiar independientemente los dos esfuerzos :

Pilono de ferrocarril: s = 90 x 90 " = 4 ϕ 40 = 48 cm<sup>2</sup>

$$I = \frac{1}{12} 90 \times 90^3 + 15 \times 28 \times 37^2 = 6.070.000 \text{ cm}^4$$

$$H = \frac{134.700}{90^3 + 15 \times 28} + \frac{15.100 \times 45}{6.070.000} = 16,8 + 11,2 = 28,0 \text{ Kg/cm}^2$$

Esta es la máxima carga que se produce por la flexión longitudinal; la flexión transversal puede producir tensiones si se produce simultáneamente con la longitudinal, pero aún en este caso serían siempre tracciones que podría resistir la fábrica.-Por esto yb por la carga del caso no creemos oportuno entrar en la comprobación de la pieza a flexi'on compuesta sin tracciones y bajo la acción de ambas flexiones normales, ya que a primera vista se comprende que la resistencia de la pieza es desahogada.-

Pilono central = s = 100 x 100 " = 4 ϕ 40 = 48 cm<sup>2</sup>

$$I = \frac{1}{12} 100 \times 100^3 + 15 \times 28 \times 12^2 = 8.410.000 \text{ cm}^4$$

$$H = \frac{200.900}{75^3 + 15 \times 28} + \frac{2.270.000 \times 50}{8.410.000} = 14,0 + 13,5 = 27,5 \text{ Kg/cm}^2$$

Pilono de carretera = s = 75 x 75 = 4 ϕ 30 = 28 cm<sup>2</sup>

$$I = \frac{1}{12} 75 \times 75^3 + 15 \times 28 \times 30^2 = 2.970.000 \text{ cm}^4$$

$$\frac{80.550}{75^2 + 15 \times 28} + \frac{751.000 \times 37,5}{2.970.000} = 9,8 + 9,4 = 19,6 \text{ Kg/cm}^2$$

14770000

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

Las riostras sufren flexiones difíciles de determinar por no conocerse bien la rigidez que a la flexión presenta el grupo de pilotes sobre el que insisten, pero aún suponiendo que los pilones transmitiesen por entero sus flexiones a las riostras se comprende con sólo observar su escuadría y sin necesidad de comprobación que estas las resistirían perfectamente.-

Pilotes.- Cada grupo de seis pilones que soporta dos medios tramos insisten sobre 24 pilotes de 35 x 35 cm. de escuadría.- La carga que actúa sobre estos pilotes es de :

	(	127.000	x 2	- - - - -	= 254.000
Tramos	(	191.000	x 2	8 8 - - - - -	= 382.000
	(	74.000	x 2	- - - - -	= 148.000
	(	2 x 5,50 x 0,80	x 0,80 x 2.200	- -	= 15.332
Pilones	(	2 x 5,50 x 0,90	x 0,90 x 2.200	- -	= 19.800
	(	2 x 5,50 x 0,65	x 0,65 x 2.200	- -	= 12.900
	(	3 x 5,20 x 0,60	x 0,80 x 2.200	- -	= 16.500
Riostras	(	2 x 5,70 x 0,60	x 0,80 x 2.200	- -	= 12.000
	(	2 x 4,20 x 0,60	x 0,80 x 2.200	- -	= 8.900
Basas		6 x 2,80 x 2,00	x 1,00 x 2.200	- -	= <u>53.000</u>
					922.682

Como esta estructura tiene aproximadamente la misma distribución de pesos y sobrecargas que los tramos metálicos, conviene distribuir la carga aquí lo mismo que allí sobre tres apoyos o grupos cuya sección esté en la relación 1: 2: 3, para que de este modo queden igualmente cargados y sufran análogos asientos.- Por esta razón distribuimos los pilotes colocando dos bajo el pilón de carretera, cuatro bajo el de ferrocarril y seis bajo el central.-

Los empujes transversales de viento y de frenado producen un descentramiento accidental de la carga, pero tan pequeño con

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

en proporción con el área ocupada por los pilotes que no lo tendremos en cuenta.- Podemos pues repartir la carga por igual entre todos los pilotes a razón de 38.500 Kg. por pilote.-

Los empujes horizontales producen necesariamente unas flexiones sobre estos pilotes.- El máximo empuje horizontal es el de frenado: 20.000 Kg. Menor sería evidentemente el del oleaje que en la Bahía es relativamente pequeño, pero podemos contar para el cálculo con un empuje de 1.000 Kg. por pilote que equivale a un empuje total de 24 toneladas en cualquier sentido.- Como los pilotes están empotrados en sus cabezas y prácticamente empotrados también a pocos metros por bajo del suelo, tomaremos para altura entre empotramientos 8,00 m.; entonces el máximo momento flector es :

$$1.000 \times \frac{10,00}{2} = 4.000 \text{ mKg.}$$

Como vamos a ver no se producen tracciones en el hormigón y podemos calcular independientemente las reacciones por compresión y por flexión:

$$\text{Sección del pilote: } 35 \times 35 = 1.230 \text{ cm}^2$$

$$\text{Armadura: } 4 \phi 20 = 12,5 \text{ cm}^2$$

Momento de inercia :

$$\frac{1}{12} \left( 35 \times 35^3 + 15 \times 12,5 \times 12,5^2 \right) = 397.000 \text{ cm}^4$$

*153,75*

Carga máxima por compresión y flexión:

$$\frac{38.500}{1.230 + 15 \times 12,5} + \frac{500.000 \times 17,5}{397.000} = 27 + 21,0 = 48,0 \text{ Kg/cm}^2$$

Nos falta todavía determinar la longitud de la hinca.

Ya hemos dicho en la primera parte de esta Memoria que estos pilotes habrán de hincarse a profundidades variables con el buzamiento de la capa firme de terreno arc-margoso, así pues, no haremos aquí más que determinar la profundidad de hinca necesaria

EDUARDO TORROJA

INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

MADRID

para que el pilote resista por rozamiento lateral, con objeto de comprobar que aún en el caso en que el terreno firme esté demasiado profundo la longitud de hinca necesaria no ha de ser exagerada.-

Emplearemos para ello la fórmula estática de Benaveng, no sólo por ser la más comúnmente admitida, sino por haber tenido ocasión de comprobar en diferentes hincas efectuadas en la Bahía que sus resultados están de acuerdo con la realidad cuando se toman para aquellos fangos los siguientes valores:

Talud natural de las tierras = 20°

Peso específico = 1.800 Kg/m<sup>3</sup>

Con estos datos y dando a las cargas del azuche un ángulo de 30° con la vertical, comprobaremos que a los 16 m. de hinca el coeficiente de seguridad es de cuatro.-

Fórmula de Benaveng :

$$R = D (M L + N L^2)$$

siendo :

R = resistencia del pilote a la penetración.

D = 1.800 Kg/m<sup>3</sup> el peso específico del terreno.

$$M = \frac{m d^2}{8 \operatorname{sen} \alpha} \times \frac{1}{2} \operatorname{tg}^4 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$N = \frac{m d}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \times \operatorname{tg} \varphi$$

L = 15,00 m. longitud de hinca.

m = 8 coeficiente para pilotes cuadrados.

d = 0,35 m. lado del pilote.

$\varphi$  = 20° talud natural del terreno.

$\alpha$  = 30° semiángulo del azuche.

EDUARDO TORROJA  
INGENIERO DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS  
MADRID

por tanto en este caso :

$$M = \frac{8 \times 0,35^2}{8 \times \text{sen } (30^\circ)} \text{tg}^4 (55^\circ) = 0,46 \text{ } 102$$

$$N = \frac{8 \times 0,35}{4} \text{tg}^2 (55^\circ) \times \text{tg} (20^\circ) = 0,30 \text{ } 0,51$$

$$R = 1.800 (0,46 \times 15,00 + 0,30 \times 15,00^2) = 152.000 \text{ kg.}$$

1,2                      0,51                      274,09

y como la carga del pilote es de 38.500 kg. el coeficiente de seguridad es de cuatro.-

Madrid, 1º de Diciembre de 1927.

El Ingeniero de Caminos,