

EDUARDO TORROJA
OFICINA TECNICA DE INGENIERIA
MADRID

Metlotia.

Fecha *1-11-33*.....

Núm. *96.504*.....

VIADUCTO PARA EL CRUCE DEL TRANVIA DE PUERTA DE HIERRO, SOBRE
EL ARROYO DE CANTARRANAS.

M E M O R I A

OBJETO DEL PROYECTO.- Al proyectar el trazado de la línea de tranvías de Puerta de Hierro, a través los terrenos de la Universitaria, nos encontramos con la gran vaguada de Cantarranas, que nos obliga a estudiar un Viaducto con el cual podamos salvar tal obstáculo.

La cota a que la rasante proyectada cruza el barranco, es de 22,60 m. y la forma del mismo, nos induce a aceptar la solución de un arco parabólico, de hormigón armado con 36,80 m. de luz y 17,87 m. de flecha, y unas pa~~l~~izadas de 18,9 m. de longitud a ambos lados del arco, hasta alcanzar la cota de los terraplenes.

DESCRIPCIÓN.- El arco está formado de dos bóvedas gemelas de ancho constante de 0,80 m., y un canto variable entre 1,10 y 0,50 mts. La separación entre ejes de arco es de 3,10 m.

Sobre estos arcos ~~existen~~ existen unos montantes que sirven de apoyo a los nervios longitudinales sobre los cuales descansa el tablero.

El tablero de hormigón armado apoya sobre dos

nervios longitudinales arriestrados con otros transversales que coinciden con cada uno de los montantes verticales.

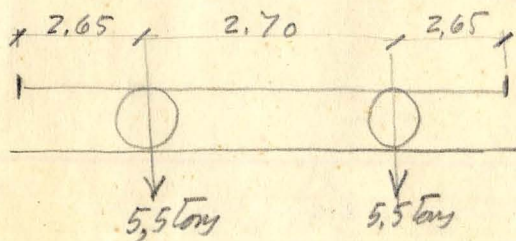
Este tablero sobresale por fuera de los nervios longitudinales, formando voladizo. El ancho total del puente es de 7,00 m. distribuidos en la siguiente forma:

2 vías de 1,435 de ancho	=	2,870
separación entre vías	=	1,665
2 andenes de 1,2325	=	<u>2,465</u>
		7,000 mts.

La cimentación del arco se hace sobre unas amplias zapatas de base normal a la dirección de la resultante y relativamente a poca profundidad, pues el terreno en esa parte es suficientemente firme.

Las paralizadas laterales se cimentan sobre zapatas independientes de forma troncopiramidal.

SOBRECARGAS CONSIDERADAS. - La sobrecarga, con arreglo a los datos recibidos de la Sociedad Madrileña de tranvías, está constituida por una serie de coches tranvías colocados unos a continuación de otros, y cuyas características son las siguientes:



carga de cada eje = 5,5 tons
separación entre ejes = 2,70
distancia de tope a eje = 2,65 m.
separación transversal entre
ruedas de un mismo eje = 1,435
separación transversal entre
centros de coches = 3,10

una sobrecarga uniforme accidental

Además consideramos ~~densidad~~ de 300 kg./m². para los elementos del piso. Para el arco se considera la máxima sobrecarga por montante, es decir, cuando un eje está sobre el montante y el otro a 2,70 m. de él, lo que para separaciones de montantes de 4,00 da una carga de 7,800 Kg; y esta carga se admite simultáneamente en todos los montantes aun cuando en realidad solo puede actuar en uno si y otro no, reduciéndose en estos intermedios a 3,200 Kgs. es decir, con una media de 5,500 Kg. De este modo se asegura mas la obra y se compensa el efecto de impacto que en esta obra con tracción eléctrica es muy pequeña.

Para la contracción de fraguado y variación térmica se considera una variación de $\bar{+}$ 15° teniendo en cuenta que la clave no se hormigonará hasta pasado un mes de hormigonado el resto del arco. El esfuerzo de frenado se toma igual al septimo de la sobrecarga y se considera aplicado en la clave por el tablero.

El empuje del viento transversalmente al puente se considera resistido por el tablero y las dos paliçadas dobles de los arranques.

COMPROBACIÓN DEL VOLADIZO.-

Luz del voladizo 1,55 m

Peso propio = $0,13 \times 2,400 = 310$ kg/m².

Sobrecarga uniforme de cálculo = 300

610 kg/m².

La carga aislada a 30 cm del arranque: 2750 kg se reparte en ancho doble de la separación más 20 cms.; la flexión vale:

$$\frac{2750}{0,80} \times 0,30 + 610 \times \frac{1,55^2}{2} = 1040 + 740 = 1780 \text{ Kg/ml.}$$

que se resiste con un canto de 17 cms. y una armadura de 10 ϕ 12 pal. a razón de 45 y 1200 kg/cm².

No se cuenta con aumento de sobrecarga por impacto porque la sobrecarga uniforme de 300 kg/m² no puede prácticamente producirse con el coche en marcha, y representa ya un 35% de la flexión debida al eje.

La carga a esfuerzo cortante es =

$$610 \times 1,55 + \frac{2,750}{0,80} = 4360 \text{ Kg/ml.}$$

o sea sin tener en cuenta los estribos :

$$\frac{4360}{1800} = 2,41 \text{ Kg/m}^2.$$

COMPROBACIÓN DEL FORJADO.- Dada la importancia del voladizo y la posición de la vía centrada sobre el apoyo debe considerarse rígidamente empotrado.

Luz de cálculo entre nervios longitudinales = 2,60 ms.

Espesor en el centro = 12 cms.

Peso propio = 0,12 × 2,400 = 290 Kg/m².

Sobrecarga uniforme de cálculo = 300 Kg/m² (sin tranvía)

$$\text{Momento flector} = \frac{590 \times 250^2}{12} = 300 \text{ m kg/ml.}$$

Las cargas de las ruedas de 2750 Kg situada a 30 cm de los arranques, y repartidas en un ancho doble dan la flexión siguiente considerando

→ la pieza rígidamente empotrada

$$M_f = 1 P K^2 (1-K)^2 \text{ siendo } K \text{ la abscisa algebraica} = \frac{0,30}{2,50} = 0,12$$

$$M_f = 2750 \times 2,50 (0,12^2 \times 0,88 + 0,12 \times 0,88^2) = 730 \text{ kg/ml.}$$

Momento total = 1030

Con el canto en el arranque de 13 cm y la armadura de 10 ∅ 12 = 10 cm², trabaja a 40 y 800 Kg/cm².

La flexión en el centro es

$$\frac{590 \times 2,50^2}{24} + 2750 \times 0,30 - 730 = 245 \text{ mkg/ml.}$$
 que se resiste con 10 cms. de canto útil y $5\phi 12$ pml a razón de 25 y 600 kg/cm².

COMPROBACION DEL NERVIÓ LONGITUDINAL.-

Luz de cálculo 4,00 m.

Peso propio = $0,47 \times 0,80 \times 2400 = \underline{\quad\quad\quad}$ 900 Kg.ml.

Peso muerto = $0,15 \times 2,70 \times 2400 = \underline{\quad\quad\quad}$ 1,000 "

Sobrecarga uniforme = $300 \times 3,50 = \underline{\quad\quad\quad}$ 1,250 "

3,250 Kg/ml.

sobrecargas aisladas = 5,500 Kg a 2,70 m

momento flexión (suponiendo la viga rígidamente empotrada para la carga uniforme y elásticamente empotrada para la sobrecarga)

$$\frac{3230 \times 4,00^2}{12} + \frac{5500 \times 4,00}{5} = 4,300 + 4,400 = \underline{8700} \text{ mkg}$$

La sección tiene 80 cms. de anchura, 45 cm. de canto y $8\phi 15 + 2\phi 25 = 25$ cm². de armadura de tensión con lo que trabaja a 27 kg/cm² en el hormigón y 300 Kg/cm² en el acero.

El esfuerzo cortante (cuando hay dos ejes en la luz) es =

$$3230 \times \frac{4,00}{2} + 5500 + 5500 \frac{(4,00 - 2,70)}{4,00} = 13,800 \text{ Kg.}$$

que se resistiría con la sola sección del hormigón (45x80) a razón de 3,8 Kg/cm².

En el centro de la viga la flexión es =

$$\frac{3230 \times 4,00^2}{24} + \frac{5,500 \times 4,00}{5} = 6,550 \text{ mKg}$$

que se resiste con el mismo canto y la armadura de $4\phi 25 = 19$ cm². a razón de 30 y 800 Kg/cm².

COMPROBACION DE LOS MONTANTES.-

Altura máxima libre = 13,00 m.

Carga de los nervios = cuando los ejes están centrados respecto al montante:

$$2 \times 2230 \times \frac{4,00}{2} + 2 \times 5,500 \times \frac{(4,00 + 2,30)}{4,00} = 17,600 \text{ Kg.}$$

$$\text{Peso propio} = 0,4 \times 0,8 \times 13,0 \times 2400 = 3700 \text{ Kg}$$

$$\text{Carga total} = 21,300 \text{ Kg}$$

$$\text{Carga media de compresión} = \frac{21,300}{40 \times 80} = 6,5 \text{ kg/cm}^2. \text{ sin tener}$$

en cuenta la armadura. Dada la pequeñez de esta carga no es necesario calcular el pandeo.

En los pilares mas cortos podemos considerar para mas seguridad una flexión igual a la mitad de la flexión en un nervio contiguo debida a la sobrecarga móvil, o sea:

$$\frac{1}{2} \times \frac{5,500 \times 4,00}{5} = 22,00 \text{ ckg.}$$

Suponiendo la sección completa de 40x80 sin la armadura la carga máxima de tracción o compresión es :

$$\frac{M_v}{I} = 220000 \times \frac{\frac{20}{3}}{\frac{40 \times 80}{12}} = 10,5 \text{ Kg/cm}^2.$$

que combinado con los esfuerzos anteriores da todavía cargas pequeñas tanto de tracción como de compresión, a pesar de no haber tenido en cuenta la armadura.

COMPROBACION DE LAS PALIZADAS AL VIENTO.- Considerando una faja de 5,00 m de anchura a la altura del piso a razón de 150 kgs./ cm². el empuje total en medio arco es =

$$3,00 \times 18,40 \times 150 = 8300 \text{ Kg.}$$

Suponiendo esta carga repartida entre los dos montantes de una palizada, y sin tener en cuenta su arriostamiento central, resulta una flexión de

$$\frac{8,300}{2} \times \frac{13,00}{2} = 27,000 \text{ mKg.}$$

con una carga axial de 21,000 Kgs.

Con la sección de 40 cms de anchura, 80 cms de canto y la armadura de 10ø25, resultan cargas de y Kg/cm² que unidas a las de compresión quedan dentro de los límites admisibles.

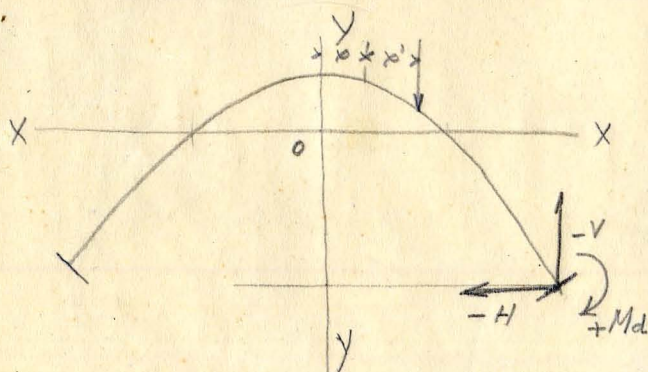
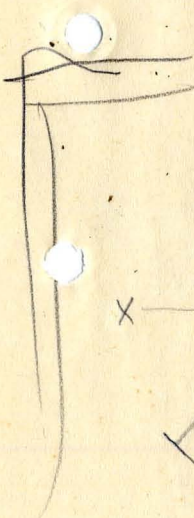
ESTUDIO DEL ARCO .- El arco se comprueba para su peso muerto cuyos valores por montante se indican en cuadro a continuación; para una sobrecarga igual a la máxima carga de los ejes sobre un montante cuando uno pasa sobre él y el otro está a 2,70 es decir:

$5500 + 5500 \frac{(4,00 - 2,70)}{4,00} = 1800$ Kg equivalente al tren de sobrecargas; para un acortamiento o alargamiento correspondiente a una variación técnica de $\pm 15\%$; y para un esfuerzo de frenado aplicado en la clave de:

$$\frac{5,500 \times 2}{7} = 1,560 \text{ Kgs.}$$

Cuadro de pesos muertos por montante:

A



COMPROBACIÓN DEL ARCO A LOS PESOS Y SOBRECARGAS .- Para com-

probar el

arco seguimos el método de la elipse de inercia en la forma expuesta por Jaunni (Journal of the Western Society of Engineeris Mayo 913)

Tomando ordenadas respecto a los ejes de elipse central de inercia, prescindiendo de las deformaciones debidas a los es-

fuerzas axiales y transversales, y haciendo $\frac{S}{EI} = G$, tenemos:

$$M_x = P x' + M_d + Vx + Hy \quad (\text{para } x' > x)$$

$$M_x = M_d + Vx + Hy \quad (\text{para } x' < x)$$

(en general V, H, y, son negativos)

Estando el arco rígidamente empotrado se tiene:

$$\int_0^l M_x G = \int_0^l P x' G + \int_0^l (M_d G + Vx G + Hy G) = 0$$

$$\int_0^l M_x x G = \int_0^l P x x' G + \int_0^l (M_d x G + V x^2 G + H y x G) = 0$$

$$\int_0^l M_x y G = \int_0^l P y x' G + \int_0^l (M_d y G + V x y G + H y^2 G) = 0$$

y como para arco simétrico:

$$\int_0^l G x = \int_0^l G y = \int_0^l G x y = 0$$

nos queda:

$$M_d = P \frac{\int_0^l G x x'}{\int_0^l G} \quad " \quad V = P \frac{\int_0^l G x x'^2}{\int_0^l G x^2} \quad " \quad H = P \frac{\int_0^l G y x'}{\int_0^l G y^2}$$

Para hallar gráficamente estas integrales dividiremos el arco en segmentos de G constante y suficientemente pequeños para disminuir el error de tomar sus momentos de inercia iguales a sus masas por los cuadrados de las distancias a los ejes de sus centros de gravedad (evitando así el trabajo de hallar los centros de inercia para aplicar en ellos las fuerzas)

En la hoja de cálculo gráfico se ha trazado la ley de variación de los momentos inercia, y la construcción gráfica necesaria para dividir el arco en longitudes proporcionales a estos momentos.

Trazados

Calculo grafico

Trazamos el polígono de fuerzas a con las fuerzas G horizontales y con una distancia polar $\sum \frac{G}{2}$. Con él se traza el funicular que determina la altura del centro de gravedad. En la ~~longitud~~ ^{horizontal} de este centro quedan interceptados por los lados del funicular los valores (G_y)

Se traza el polígono b con las fuerzas G en vertical y una distancia polar $\sum G$; y el funicular correspondiente. Como el funicular sería simétrico, el último lado es el simétrico del primero con relación al eje. En el eje vertical quedan interceptados por los lados del funicular los valores de (G_x)

Una vertical cualquiera intercepta entre los lados del funicular los valores $\frac{\sum Gx'}{\sum G}$ (puesto que $\sum G$ es la base polar) o sea M_d debido a una fuerza 1 en una vertical.

Estos mismos valores sirven para el nuevo polígono c tomando una distancia polar c arbitraria. Se traza el funicular arrancando del último lado del (b) para mas claridad, y al llegar al eje del arco se intercepta la distancia $\frac{1}{2} \frac{\sum Gx'^2}{\sum G}$. Tomando a continuación otra igual y trazando la paralela al primer lado se tiene el último. Una vertical cualquiera intercepta en este funicular c los valores $\frac{\sum Gx'x''}{\sum G}$ que divididos por $\frac{\sum Gx'^2}{\sum G}$ dan el valor de V para una fuerza unidad aplicada en esa vertical.

La distancia $\frac{\sum Gx'^2}{\sum G} = d$ se toma como unidad, y con ella por base se construye el polígono d con las fuerzas G_y que como dijimos intercepta en el eje horizontal al polígono a. La abertura de este funicular es $\frac{1}{2} \frac{\sum G_y^2}{ad} = \frac{e}{2}$ y para $d=1$ $\sum G_y^2 = a e$.

Se traza el polígono e con la base e y con las mismas fuerzas (G_y) del polígono a tomadas ahora verticalmente;

El funicular se construye partiendo del mismo lado final del funicular ξ . Una vertical cualquiera intercepta en este funicular e los valores $\frac{\sum Gxy}{ae}$ que divididos por $\frac{\sum Gy^2}{ae}$ dan el valor de H para una fuerza unidad aplicada en esa vertical, y como $\frac{\sum Gy^2}{ae} = 1$, $\frac{\sum Gxy}{ae} = d$ quedan pues estos valores iguales a $\frac{\sum Gxy}{ae} = d$.

En resumen para la fuerza unidad representada por la longitud d las componentes de la reacción del apoyo derecho vienen dadas por las longitudes M_A, V_A y H; y las del apoyo izquierdo $-V_B$ y $-H$.

Trasladando los valores de H para combinarlos con los respectivos de V_A y V_B se obtienen las direcciones y magnitudes de las reacciones de apoyo R_A y R_B . Dividiendo $\frac{M_A}{R_A}$ y tomando siempre d como unidad, es decir multiplicando cuando el cociente por esta longitud, se obtiene, en la escala de longitudes del dibujo, el brazo de estas reacciones respecto al centro de gravedad del arco.

Con estos brazos se trazan las reacciones que determinan la envolvente y la línea de intersecciones que nos permiten trazar las reacciones de apoyo de cualquier fuerza vertical y así se trazan las correspondientes a los montantes.

Ahora bien, si suponemos que la sección resiste o no sufre tracciones, la reacción máxima será $m = \frac{R}{S} + \frac{R \lambda_0 v}{I}$ siendo λ_0 el brazo de la fuerza respecto al centro de gravedad de la sección, y v la distancia de ésta a la fibra extrema. Siendo r el radio de giro:

$$M = r^2 \left(\frac{R}{Sr^2} + \frac{R \lambda_0 v}{Sr^2} \right) = R \left(\frac{r^2}{v} + \lambda_0 \right) = \frac{RB}{\frac{I}{v}}$$

$$= \frac{R}{V} \left(\frac{r^2}{V} \right) = \frac{R B}{\frac{I}{V}} \quad (\text{haciendo } B = \frac{r^2}{V})$$

haciendo $B = \left(\frac{r^2}{V} \pm x_0 \right)$

Por tanto tomando la longitud $\frac{r^2}{V}$ a cada lado del centro de gravedad, los valores $\frac{R}{V}$ son iguales a los productos de las reacciones R por las distancias B a estos puntos, divididos por el módulo resistente de la sección $\frac{I}{V}$. En vez de este producto, tomamos para mas comodidad, el producto de la proyección horizontal H de la reacción R, por la distancia vertical J desde el punto hasta la fuerza en la vertical de aquel.

En el gráfico se trazan primero los valores de H para fuerzas unidad aplicadas en los montantes, y en otras curvas los productos de éstas por los valores del peso propio y de la sobrecarga en cada montante.

En las curvas de influencia de las sobrecargas y pesos muertos en las tres secciones de arranque, clave y ríñon se acotan los productos de las fuerzas anteriores por sus brazos verticales, como como se ha dicho, tomando estos brazos respecto a los puntos situados por debajo de la directriz para el trasdos es decir $\left[R \left(\frac{r^2}{V} + x_0 \right) \right] = K$ y los puntos por encima para el intrados $\left[R \left(\frac{r^2}{V} - x_0 \right) \right] = K$

ESFUEROS DEBIDOS AL FRENADO Y A VARIACIONES TÉRMICAS. - Si

para las fuerzas horizontales, desarrollamos fórmulas análogas a las empleadas para fuerzas verticales, tendremos:

Longitud y peso de cada dorela

dorela	longitud	cañón medio	espesor	volumen	peso
1º	6.70	1.02	0.80	5.50	13.60
2º	6.40	0.88	0.90	4.50	10.80
3º	5.45	0.75	0.90	3.25	7.80
4º	4.65	0.64	0.80	2.36	5.70
5º	4.20	0.54	0.80	1.80	4.30
	<u>27.40</u>				<u>42.20 Tons</u>

Pesos materiales totales en cada dorela

1ª dorela { Forjado $2.17 \times 1.7 = 3.70$
 Montante $1.02 \times 18 = 18.50$
 arco = 22.20 Tons

2ª dorela { Forjado $1.7 \times 4.17 = 7.10$
 Montante $1.02 \times 9 = 9.20$
 arco = 13.60 Tons

3ª dorela { Forjado $1.7 \times 4.17 = 7.10$
 Montante $1.02 \times 9 = 9.20$
 arco = 10.80 Tons

4ª dorela { Forjado $1.7 \times 3.82 = 6.50$
 Montante $1.02 \times 4.0 = 4.10$
 arco = 7.80 Tons

5ª dorela { Forjado $1.70 \times 4.12 = 7.10$
 Montante $1.02 \times 2 = 2.04$
 arco = 5.70 Tons
14.84 14.84 Tons

6ª dorela { Forjado $1.70 \times 3.20 = 5.50$
 arco = 4.30 Tons
9.80 Tons

-12-

$$M_d = Q \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G y' dy'}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G dy}$$

$$V = Q \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G x y' dy'}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G x^2 dy}$$

$$H = Q \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G y y' dy'}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G y^2 dy}$$

Para la fuerza horizontal de frenado unidad aplicada en la clave $y' = 0$ " $y' = h - y$

y como $\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G y dy = 0$ se tiene

$$M_d = \frac{h}{2} " V = h \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G x y dy}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G x^2 dy} = H = \frac{1}{2}$$

El valor $\frac{\sum G x}{G}$ es el interceptado en el eje vertical por el funicular \underline{c} ; el $\frac{\sum G x y}{G a e}$ es el interceptado por el funicular \underline{e} y el $\frac{\sum G y^2}{2 G} = 1$ es el interceptado por los dos lados extremos de \underline{c} . por tanto podemos escribir

$$V = H \frac{\sum G x}{G} \frac{G y}{a e} = \frac{V}{H} \frac{h b}{2} \frac{a - a e}{6}$$

$$\frac{V}{a e} = h b \frac{\sum G x}{2} - a e \frac{\sum G x y}{a e} " \quad T y x = \frac{V}{H} = \frac{h b}{2} \frac{\sum G x}{G} - \frac{a e}{2} \frac{\sum G x y}{a e}$$

Con este ángulo y sabiendo que las reacciones han de encontrarse con la fuerza sobre el eje vertical de simetría se traza directamente.

El esfuerzo térmico que solo produce una traslación de los apoyos según el eje xx ha de ser una fuerza horizontal pasando por el centro de gravedad y de valor =

$$\frac{\Delta x}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G y^2 dy} = + \frac{15 \times 0,0001 \times 36,8}{a u \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} G y^2 dy}$$

Los valores de los esfuerzos horizontales en los arranques debidos al frenado y a la variación térmica y los productos por las excentricidades se acotan en R_f y R_p igual que se ha hecho para los pesos propios y sobrecargas en las secciones de arranque riñón y clave.

Ahora bien, las máximas reacciones en cada sección son las sumas de las correspondientes a las hipótesis más desfavorables cuyos valores se detallan en el siguiente cuadro.

REACCIONES TOTALES OBTENIDAS POR SUMA DE LAS PEORES HIPÓTESIS

PARA CADA SECCIÓN

		P.P.	S.	F.	F.	Total m. tons.	P.P.	S	F	F	Total. m. tons.
Arranque	(Frascos	5,45	70,40	12,70	6,20	144,00	54,50	32,5	12,7	6,20	3,10
	(Hitrados	9,00	48,75	12,5	5,45	75,70	9,00	59,7	12,50	5,45	68,65
Rifón	(Frascos	28,10	22,6	0,45	1,25	52,40	28,10	16,91	0,45	1,25	9,45
	(Hitrados	0	24,54	0,18	1,9	26,62	0	16,35	0,18	1,90	18,42
Clave	(Frascos	8,60	13,98	3,20	1,44	27,22	8,60	5,04	3,20	1,44	1,08
	(Hitrados	2,6	7,72	3,5	1,20	15,02	2,6	11,50	3,5	1,20	13,60

La relación $\frac{I}{V}$ tendrá para cada sección los valores siguientes:

Para el arranque $\frac{0,213}{0,55} = 0,39$

Para el rifón $\frac{0,06}{0,375} = 0,16$

Para la clave $\frac{0,02}{0,25} = 0,08$

0,25

y las cargas de trabajo serán las siguientes

Compresión Kg cm²

Traacción Kg cm².

		Compresión Kg cm ²	Traacción Kg cm ² .
Arranque	(Prados	$\frac{1,44}{0,39} = 37$	$\frac{3,1}{0,39} = 0,8$
	(Hitrados	$\frac{75,4}{0,39} = 19,1$	$\frac{68,65}{0,39} = 17,50$
Riñón	(Prados	$\frac{52,4}{0,16} = 32,5$	$\frac{9,45}{0,16} = 6,00$
	(Hitrados	$\frac{26,62}{0,16} = 16,6$	$\frac{18,42}{0,16} = 11,4$
Clave	(Prados	$\frac{27,22}{0,08} = 32,4$	$\frac{1,08}{0,08} = 1,45$
	(Hitrados	$\frac{15,02}{0,08} = 19,0$	$\frac{13,6}{0,08} = 17,0$