

GRAM MERCADO DE ALGECIRAS

M E M O R I A

Diciembre de 1933
158.302.

~~GRAN~~ MERCADO DE ALGECIRAS

MEMORIA

Emplazamiento:
Algeciras (Cádiz)

Año: 1933

Arquitecto: M. Sánchez Arual

Constructor:
R. Barredo

Siguiendo las líneas generales del Anteproyecto aprobado por el Excm^o Ayuntamiento *de Algeciras*, se proyectó el nuevo Mercado con una planta octogonal inscrita en el polígono que forman las cuatro calles de contorno. De este modo, se obtiene una sala de gran utilización para los puestos de venta sin rincones difíciles de acceso; y la entrada desde los cuatro lados se obtiene fácilmente descongestionando así la circulación en los alrededores del Mercado. Esta circulación se facilita también, con los chafalnes que en las esquinas de las calles presentan cuatro lados del octógono,

y que sin perjudicar a los servicios interiores permite dar mayor amplitud a las aceras, punto importante dadas las aglomeraciones que suelen producirse en los alrededores de estos Mercados en las horas de compra.

Nada se dice en el Pliego de Condiciones de la cota a que debe enrasarse la planta del Mercado, porque ello depende de las variaciones que introduzca el Excm^o Ayuntamiento en las rasantes de la pavimentación de las calles contiguas, pero desde luego puede asegurarse que el movimiento de tierras será muy pequeño, ya que la cota debe establecerse en forma que los accesos se verifiquen sin escalones o con el menor número posible de ellos, por cualquiera de las cuatro puertas de acceso.

La distribución interior de puestos se hace por anillos concéntricos situados, uno pegado al muro de fachada, y otros tres en el centro de la planta, obteniéndose el acceso a todos ellos por medio de unas calles circulares y cuatro calles radiales correspondiendo con las puertas, y cuyo cruce en el centro se amplía con una plazoleta rematada con un pequeño estanque en el centro. De este modo se pueden desarrollar treinta y seis puestos en

la periferia y sesenta y cuatro en el interior con facilísimo acceso a todos ellos desde cualquier punto.

Los puestos del interior serán portátiles, y por consiguiente, ahora solamente se proyecta la plataforma o andén correspondiente. Los puestos periféricos por el contrario deben ser algo mas importantes, y se proyectan ya por consiguiente con sus separaciones y sus mostradores respectivos. De ellos, no se proyecta construir ahora mas que diez y ocho, pero la planta está preparada para poder construir en su día la totalidad.

Cada uno de estos puestos, va proyectado con un revestimiento de azulejo o loseta de cemento impermeable en el muro, unas separaciones de tela metálica entre unos puestos y otros, y un mostrador de piedra artificial pulimentada, con su correspondiente tabla abatible para el paso; sobre la pared posterior se colocarán los ganchos de sujeción, y de este modo se obtiene un tipo de puesto muy simple y perfectamente vigilable, punto este muy importante.

Se ha prescindido de cerramientos, por considerar que ^{en} este tipo de mercado local no deben quedar las materias de venta de un día para otro, sino que por el contrario debe vaciar-

se totalmente los puestos y hacerse un baldeo completo y diario de toda la superficie del Mercado, siendo una gran ventaja el tipo de planta adoptado porque permite hacer la vigilancia de entrada y salida de todo género de mercancías desde la parte central con una sola persona, pudiendo inclusive sustituirse si se considera oportuno el estanquillo por una pequeña plataforma para la inspección.

La solera de todo el Mercado se proyecta de cemento corrido haciendo las calzadas con un pequeño bombeo hacia las partes laterales, y las plataformas o andenes de puestos con su pendiente también hacia el borde de la calle. De este modo pueden recogerse todas las aguas en las rigolas que se proyectan en el borde de unión de las calles con el andén y que lleva de trecho en trecho los sumideros correspondientes, con sus rejillas de defensa. Así, y disponiéndose a la vez cuatro bocas de riego en sitios estratégicos, se puede hacer la limpieza del Mercado con mangas de riego rápidamente, sin peligro de entorpecimiento hasta los mismos sumideros.

Como el saneamiento se proyecta por medio de tres ramales perfectamente alineados y con arquetas de limpia en los extre-

mos, no hay tampoco en las tuberías peligro ninguno de atascos, ya que la limpieza se hace con absoluta comodidad.

Las tuberías de conducción de agua se proyectan en pequeñas rigolas de defensa, con objeto de que cualquier fuga que se produzca se acuse rápidamente y no pueda perjudicar a la solera ni cimentaciones por entumecimiento o asientos del terreno.

Aun cuando el Mercado ha de funcionar solamente en las horas de luz solar, hemos proyectado un sistema de iluminación a base de reflectores centrales colocados en lo alto de la cúpula con lo cual se obtiene una regularidad de iluminación sumamente grande, con objeto de que la limpieza pueda hacerse aun de noche con absoluta perfección.

En el proyecto de las fachadas, se ha prescindido de todo elemento ornamental constituyéndose ésta solamente con los pilares necesarios para la resistencia del conjunto, la viga tirante hormigonada, las bóvedas de la cúpula que sobresalen de la fachada, y el sistema de atirantar las mismas, constituido por radios metálicos con una masa de hormigón central, cuyo perfil se proyecta modelado para servir de motivo orna-

mental sobre las puertas de acceso. A parte de estos elementos, la fachada no consta mas que de un pequeño muro de ladrillo sobre zócalo de hormigón acusando al exterior las líneas horizontales de sus hiladas como única decoración. De este modo, toda la estructura queda a la vista y la parte estética no es otra cosa sino la traducción o expresión misma de las funciones estructurales de cada elemento esencial.

La iluminación se obtiene, por los ventanales y puertas de fachada cuya superficie de doscientos sesenta y tres metros cuadrados o sea la cuarta parte de la planta y se compensa además en la parte central con una claraboya zenital de losetas de cristales de unos doce metros cuadrados; de este modo y dada la altura de esta claraboya ha de obtenerse una iluminación suficientemente uniforme en todo el conjunto de la planta.

La ventilación se obtiene con ventanas de fachada que quedan suficientemente altas para no molestar al público y por pequeños agujeros que se dejarán en el arranque de la claraboya central, con objeto de provocar un pequeño tiro de renovación del aire.

Para evitar la entrada de agua en

días de lluvia por las ventanas de fachada, se han volado las bóvedas por fuera de fachada de tal modo, que constituyen verdaderos tejadillos de defensa de los huecos, con lo cual se evita la entrada del agua sin perjudicar para nada la ventilación del conjunto.

De intento hemos dejado para el final el hablar del tipo de estructura adoptada para cubrir a toda luz la gran planta de este moderno Mercado o sala de venta.

No hemos de entrar ahora en la justificación del tipo, por haber sido motivo de justificación y aprobación por el Excm^o Ayuntamiento a la presentación del Anteproyecto correspondiente.

Evidentemente la Ingeniería moderna presenta hoy como solución mas apropiada para la cubrición de grandes vanos de este tipo, la de las cúpulas de simple o doble curvatura, y en el caso de superficies circulares o inscritas en ella, indudablemente la mejor es la de las superficies de revolución de doble curvatura. Asi está resuelta la gran sala de Gema con una luz muy parecida a la de este proyecto y las salas de Leipzig y Basel. Las luces de estas dos son mucho mayores ~~que la nuestra~~, alcanzando en Leipzig a 76 metros, pero allí la cúpula tiene mayor altura y está formada por

bóvedas en cañón de simple curvatura con las aristas reforzadas por sus correspondientes nervios. En nuestro caso hemos preferido la solución de bóvedas de doble curvatura resistentes ellas mismas, por considerar que es una solución mas simple y a la que siempre pueden añadirse si se considera oportuno en algún momento las nervaduras de refuerzo, siendo ello por consiguiente un nuevo margen de seguridad que se reserva sobre los del cálculo. Por otra parte la bóveda en forma de casquete de revolución es indudablemente la forma simple mas resistente para este caso y los peligros de pandeo que pudieran aparecer en los bordes de la cúpula al llegar a las fachadas están alejadas en nuestro proyecto con el enlace de la bóveda cilíndrica de fachada.

Aun cuando la tendencia en todas estas estructuras es a disminuir de cada día mas el espesor para poder prescindir de los esfuerzos de flexión y obtener una cubierta lo mas aproximada posible a una membrana rígida, quedan sin embargo flexiones que conviene controlar. El cálculo completo de la cúpula esférica aun con la simplificación que representa el radio de curvatura constante es tan grande que hace el cálculo casi imposible prácticamente

de utilización, pero sobre todo aun mas si se tiene en cuenta que no es posible en él estudiar los esfuerzos anormales debidos a sobrecargas disimétricas; ni mucho menos las deformaciones y esfuerzos que se producen en este tipo de cúpula al pasar de la forma circular a la octogonal, es decir, en los triángulos esféricos que quedan entre el paralelo de las claves de las bóvedas cilíndricas y laterales y las líneas de intersección del casquete con estas mismas bóvedas.

~~Buscaremos la marcha a seguir en un cálculo riguroso para formarnos idea de su complejidad y extensión y lo difícil que resulta aplicarlo con garantía de no haber cometido errores que no es fácil de comprobar a posteriori.~~

~~Siguiendo aproximadamente la marcha de Reimer, estableceremos el equilibrio de un trozo infinitesimal de cúpula desprendido por el corte según dos secciones meridianas que forman un ángulo ψ y según dos superficies cónicas de vértice en el centro de la esfera y cuyas generatrices forman entre si un ángulo α . El ángulo α es el formado por el eje vertical por un radio cualquiera.~~

~~Sean los desplazamientos de un punto~~

al cargar la bóveda estos que siguen:

u desplazamiento de un punto según su meridiano y w según su radio; θ la variación angular de un radio.

De la figura se deduce fácilmente la relación $\theta = \frac{u+w'}{R}$ siendo w' la derivada de w con relación a α .

Tomemos un elemento de paralelo $d\ell$ (en la fig. ab situado en la superficie media, es decir, distante la misma cantidad h tanto del trasdos como del intrados.

Al trasladarse ab según un meridiano vendrá a nb' ; (imaginemos el plano oam paralelo al meridiano bb' .)

$$\frac{mn}{om} = \operatorname{tg} \varphi = d\varphi$$

$$mn = u d\varphi \cos \alpha$$

Por la deformación de traslación radial la variación es $rs = w d\varphi \operatorname{sen} \alpha$

$$d\ell_1 = d\ell + u d\varphi \cos \alpha - d\varphi w \operatorname{sen} \alpha =$$

$$R d\varphi \operatorname{sen} \alpha + u d\varphi \cos \alpha - w d\varphi \operatorname{sen} \alpha$$

Un elemento que diste radialmente de $d\ell$ la cantidad z antes de la deformación es: $(R-z) d\varphi \operatorname{sen} \alpha$ y después de la deformación.

$$(R d\varphi \operatorname{sen} \alpha + u d\varphi \cos \alpha - w d\varphi \operatorname{sen} \alpha) - z \operatorname{sen} \alpha d\ell - z \theta \cos \alpha d\varphi.$$

y la deformación relativa

$$\epsilon_{tz} = \frac{u \cot w - z \theta \cot \alpha}{R - z} = \left(\epsilon_r - \frac{z}{r} \theta' \right) \frac{R}{R - z}$$

de modo parecido se llegaría a determinar la deformación de un elemento de membrano y sería:

$$\epsilon_{rz} = \left(\epsilon_r - \frac{z}{r} \theta' \right) \frac{R}{R - z}$$

De la deformación relativa se pasa a los esfuerzos mediante las fórmulas fundamentales en elasticidad.

$$\sigma_{rz} = \frac{E m}{m^2 - 1} (m \epsilon_{rz} + \epsilon_{tz})$$

$$\sigma_{tz} = \frac{E m}{m^2 - 1} (m \epsilon_{tz} + \epsilon_{rz})$$

(m = inversa relación de Poisson)

Los valores medios de esas tensiones en una suma unidad se deducen fácilmente por integración (puede despreciarse h espesor de la bóveda ante R en la relación $\frac{R-h}{R}$ ó $\frac{R-z}{R}$ quedando la unidad en lugar de esta fracción.

Los valores medios resultan precisamente los correspondientes a $Z = 0$ es decir

$$\sigma_r = \frac{E m}{m^2 - 1} (m \epsilon_r + \epsilon_t)$$

$$\sigma_t = \frac{E m}{m^2 - 1} (m \epsilon_t + \epsilon_r)$$

Los momentos medios que producen con fuerzas m son de la forma

$$G_r = \frac{Em}{m^2-1} \int_0^h [(m \epsilon_r + \epsilon_t)z - (m \frac{\theta'}{R} + \cot \alpha \frac{\theta}{R}) z^2] dz$$

$$G_r = \frac{Emh^2}{3(m^2-1)R} (m \theta' + \cot \alpha \theta) \text{ e igualmente}$$

$$G_t = \frac{Emh^2}{3(m^2-1)R} (m \cot \alpha + \theta)$$

Expresaremos el equilibrio de las diferentes fuerzas mediante estas ecuaciones muy fáciles de establecer.

$$(1) \frac{d}{d\alpha} (\tau \operatorname{sen} \alpha) + \bar{v}_r \operatorname{sen} \alpha + \bar{v}_t \operatorname{sen} \alpha + \frac{z}{2h} R \operatorname{sen} \alpha$$

$$(2) \frac{d}{d\alpha} (\bar{v}_r \operatorname{sen} \alpha) - \bar{v}_t \cos \alpha - \tau \operatorname{sen} \alpha + \frac{x}{2h} R \operatorname{sen} \alpha$$

$$(3) \frac{d}{d\alpha} (G_r \operatorname{sen} \alpha) - G_t \cos \alpha - \tau R \operatorname{sen} \alpha = 0.$$

En ellas τ es el esfuerzo cortante en las caras que forman las superficies cónicas que limitan el elemento infinitesimal, pues en las que limitan los planos meridianos no hay esfuerzo cortante; el momento dentro de un paralelo en las diferentes caras de meridiano es constante.

Tenemos ya tres ecuaciones con tres incógnitas n , m , y τ el problema es en prin-

cipio está resuelto pero la dificultad consiste en la integración de dichas ecuaciones.

Esta solo se logra por cambios de variables y para nuestro objeto hemos de señalar cuales son estos; sigamos recorriendo agrandes pasos el método de Reissner.

De las ecuaciones anteriores (1) y (2) vamos a deducir otra que exprese el equilibrio de una zona esférica limitado por dos superficies cónicas de vértice en el centro de la esfera.

Multiplicando la ecuación (1) por $\cos \alpha$ y la segunda por $\sin \alpha$ sumando y teniendo presente que

$$\int \left[\frac{dT}{d\alpha} \sin^2 \alpha + T(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \right] d\alpha = T \sin \alpha \cos \alpha.$$

$$\int \left[\frac{d\sigma_r}{d\alpha} \sin^2 \alpha + 2\sigma_r \sin \alpha \cos \alpha \right] d\alpha = \sigma_r \sin^2 \alpha \text{ queda:}$$

$$(E) \left[\sigma_r \sin^2 \alpha + T \sin \alpha \cos \alpha \right]_{\alpha_0}^{\alpha'} + \int_{\alpha_0}^{\alpha'} (z \cos \alpha + x \sin \alpha) \sin \alpha d\alpha + c = 0$$

Esta es una de las ecuaciones que se utiliza definitivamente en el cálculo.

Empleemos ahora como variables θ y $V = R \tau$.
Teniendo en cuenta el valor de V se multiplica la ecuación (1) por $\cos \alpha$ después se obtiene la derivada de la misma (1) y se multiplica por $\sin \alpha$

restando los resultados y multiplicando por $\frac{R}{\text{sen}^2 \alpha}$
y teniendo en cuenta que

$$\frac{d\sqrt{r}}{d\alpha} + \frac{d\sqrt{r}}{d\alpha} = \frac{Em}{m^2-1} (m+1) \left(\frac{d\mathcal{E}_r}{d\alpha} + \frac{d\mathcal{E}_z}{d\alpha} \right)$$

llamando \mathcal{L} a toda función de la forma

$$\mathcal{L}(x) = \frac{d^2 x}{d\alpha^2} + \frac{dx}{d\alpha} \cot \alpha - x \cot^2 \alpha$$

llegamos a

$$(A) \mathcal{L}(v) - v + \frac{REm}{m^2-1} \left(\frac{d\mathcal{E}_r}{d\alpha} + \frac{d\mathcal{E}_t}{d\alpha} \right) + \frac{R^2}{2h} \frac{dz}{d\alpha} = 0$$

Por otra parte la función (2) toma fácilmente la forma (B)

$$(B) \frac{REm}{m^2-1} \left[m \frac{d\mathcal{E}_r}{d\alpha} + \frac{d\mathcal{E}_t}{d\alpha} + (m-1)(\mathcal{E}_r - \mathcal{E}_t) \cot \alpha \right] - \frac{m+1}{m} v + \frac{m+1}{m} \frac{x}{2h} = 0$$

Restando de (A) la (B) y poniendo

$$\frac{R}{2h} \left[\frac{dz}{d\alpha} - \left(+ \frac{1}{m} \right) X \right] = \emptyset$$

(llegamos a

$$\mathcal{L}(v) + \frac{1}{m} v + RE \left[\frac{d\mathcal{E}_t}{d\alpha} - (\mathcal{E}_r - \mathcal{E}_t) \cot \alpha \right] + \emptyset = 0$$

pero

$$\frac{d\mathcal{E}_r}{d\alpha} - (\mathcal{E}_r - \mathcal{E}_t) \cot \alpha = \frac{v' \cot \alpha - (1 + \cot^2 \alpha) v - w'}{R} +$$

$$+ \frac{-v' \cot \alpha + w \cot \alpha + \cot^2 \alpha - w \cot \alpha}{R} = \frac{v+w'}{R} = -\emptyset$$

y por fin podemos poner

$$\mathcal{L}(v) + \frac{1}{m} v + \varphi = RE\theta$$

Con cálculos mas sencillos que ese partiendo de la (3) se llega a

$$\mathcal{L}(\theta) - \frac{1}{m} \theta = -\frac{R}{D} v$$

siendo

$$D = \frac{Eh^2 m}{3(m^2 - 1)}$$

Como resumen quedan las siguientes ecuaciones disponibles

$$\begin{cases} \mathcal{L}(v) + \frac{1}{m} v + \varphi = RE\theta \\ \mathcal{L}(\theta) - \frac{1}{m} \theta = -\frac{R}{D} v \end{cases} \text{ con } \begin{cases} \mathcal{L}(x) = \frac{dx^2}{d\alpha^2} \cot\alpha - x \cot^2\alpha \\ v = RT \\ D = \frac{Eh^2 m^2}{3(m^2 - 1)} \end{cases}$$

$$\frac{d}{d\alpha} (T \operatorname{sen}\alpha) + (T_r + T_t) \operatorname{sen}\alpha + \frac{z}{2h} R \operatorname{sen}\alpha = 0$$

$$\frac{d}{d\alpha} (T_r - \operatorname{sen}\alpha) + T_r \cos\alpha - t \operatorname{sen}\alpha + \frac{x}{2h} R \operatorname{sen}\alpha = 0$$

$$C_{jr} = \frac{-h^2 E m}{3R(m^2 - 1)} (m \theta' + \theta \cot\alpha)$$

$$C_{jr} = \frac{h^2 E m}{3R(m^2 - 1)} (m \theta \cot\alpha + \theta')$$

Con cuanto se lleva dicho se tiene conocimiento del significado de todas las ecuaciones que preceden, ellas son las que han de uti-

lizarse en la resolución de cada caso concreto efectuando las operaciones que siguen:

- 1ª).- Determinación de V y θ mediante el sistema de ecuaciones diferenciales que contiene
- 2ª).- Determinación inmediata de τ
- 3ª).- Mediante la ecuación de equilibrio del segmento esférico ecuación (E) determinación de σ_r
- 4ª).- De las ecuaciones (1) y (2) determinación de los σ_r
- 5ª).- Mediante θ y las últimas fórmulas cálculo de los momentos
- 6ª).- Determinación de las constantes de la integración por las condiciones en los límites.

Todavía podemos ir mas adelante conociendo

$$\sigma_r \text{ y } \sigma_t \begin{cases} \sigma_r = \frac{Em}{m^2-1} (m \epsilon_r + \epsilon_t) \\ \sigma_t = \frac{Em}{m^2-1} (m \epsilon_t + \epsilon_r) \end{cases}$$

llegar al conocimiento de ϵ_r y ϵ_t y mediante una de las ecuaciones

$$\epsilon_r = \frac{v' - w}{R}$$

$$\epsilon_t = \frac{v \cot \alpha - w}{R}$$

y $\theta = \frac{v+w'}{R}$ despejar las deformaciones y dibujar la elástica.

He aquí el bosquejo del desarrollo analítico del cálculo de la bóveda con todo rigor apetecido.

Pero hagamos resaltar las dificultades que se presentan al llevarlo a cabo. La primera y principal estriba en la integración de las ecuaciones en v y θ .

Es preciso primero encontrar soluciones al sistema sin término independiente es decir, con $\phi = 0$ en número igual al orden de la ecuación que resulta de la eliminación de θ ; luego una solución particular cuando ϕ no es cero.

La eliminación de θ en el sistema con $\phi = 0$ o sea,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(v) + \frac{1}{m} v &= R E \theta \\ \mathcal{L}(\theta) - \frac{1}{m} \theta &= \frac{R}{D} v \end{aligned}$$

exige aplicar la función \mathcal{L} a la primera ecuación $\mathcal{L}(\theta) = \frac{1}{ER} [\mathcal{L}^2(v) + \frac{1}{m} \mathcal{L}(v)]$ entendiéndose que $\mathcal{L}^2(v)$ significa la función \mathcal{L} aplicada dos veces a una cantidad; aquí a v

Poniendo $\mathcal{L}(\theta)$ deducidas de la segunda

$$\frac{1}{m} \theta - \frac{R}{D} v = \frac{1}{ER} (\mathcal{L}^2(v) + \frac{1}{m} \mathcal{L}(v))$$

Poniendo θ deducido de la primera y haciendo

$$M = \frac{3(m^2 - 1)R^2 - h^2}{h^2 m^2}$$

y simplificando se llega fácilmente a $\mathcal{L}^2(v) - M^2 v = 0$ la que es preciso integrar.

No es difícil demostrar que las soluciones de esta ecuación son las mismas que las del sistema

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(v) - jMv &= 0 \\ \mathcal{L}(v) + jMv &= 0 \end{aligned}$$

Halladas las soluciones para la primera las de la segunda son conjugadas. basta por lo tanto tener dos soluciones particulares de la primera;

Pero no hay forma posible de integración inmediata. Un nuevo cambio de variables con $\text{sen}^2 \alpha = x$ y $v = x \text{sen} \alpha$ conduce a esta forma

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + \left[\frac{2}{x} + \frac{1}{2(x-1)} \right] \frac{dz}{dx} + \frac{1}{4x(x-1)} + \frac{jM}{4x(x-1)} = 0$$

Soluciones de esta ecuación: ninguna de empleo cómodo; son las únicas dos polinomios, uno en potencias de x y otro logaritmico de las formas

$$A = X_1 + jy_1 \quad \text{y} \quad B = X_2 + jy_2$$

pero sabemos que son también soluciones de la ecuación de 4º grado ($\mathcal{L}^2(v)$ es de 4º grado) las conjugadas $X_1 - jy_1$ y $X_2 - jy_2$.

Para obtener la ecuación general de la ecuación en que $\phi = 0$ hay que sumar estas ecuaciones particulares afectadas de constantes y al hacer esta suma se producen agrupaciones de la forma

$$\frac{A+A'}{2} \quad \text{''} \quad \frac{B+B'}{2} \quad \text{''} \quad \frac{A-A'}{2} \quad \text{y} \quad \frac{B-B'}{2}$$

llamando A' y B' a las conjugadas; con lo que desaparecen los signos de las imaginarias.

Pero cada una de las X_1, Y_1, X_2, Y_2 son desarrollos en serie cuyos coeficientes se deducen los unos de los otros según una ley sencilla de expresar pero muy fácil de provocar errores al ponerla en práctica; la solución toma la forma

$$C_1 X_1 + C_2 Y_1 + C_3 X_2 + C_4 Y_2 = Z = \frac{V}{s \operatorname{sen} \alpha}$$

Recordando que $T = \frac{V}{R}$ calculamos T

Ya se comprende la enorme complejidad de las fórmulas a que se llega al calcular los demás elementos de la bóveda τ, τ_1, τ_2 etc. son todos de muy largo desarrollo.

Pero falta aun determinar la solución particular cuando $\phi \neq 0$ y esta aun en los casos mas sencillos de cargas origina complicaciones del mismo orden que las examinadas.

El conjunto de las fórmulas obtenidas existe las cuatro constantes de la integración del sistema en θ y v y la de la integración de la (E); procede establecer cinco condiciones en el arranque de la bóveda y en la parte alta de la cúpula.

Estas ecuaciones podrán simplificarse pero por mucho que se simplifiquen se comprende

que este proceso de cálculo practicamente es casi inabordable.

Pero en nuestro caso según decíamos antes, un cálculo tan penoso no nos va a servir ni siquiera desde el punto de vista de tranquilización por no poder incluir en él los esfuerzos que se producen al alcanzar con la forma de revolución las intersecciones con las bóvedas de fachada. Como por otra parte la teoría solo puede desarrollarse desde el punto de vista elástico prescindiendo de toda deformación no elástica del hormigón consideremos que es necesario hacer un modo experimental sobre el cual pueden traducirse las formas de trabajo y que nos permita por una sencilla ley de escalas racionalmente escogida asegurar sin discusión posible las buenas condiciones de resistencia del conjunto.

Independientemente de esto, que repetimos consideramos la garantía necesaria y suficiente para justificar desde el punto de vista de la seguridad las condiciones de nuestro proyecto, vamos a desarrollar a continuación algunos cálculos que nos permiten anticipar las perfectas condiciones de trabajo del conjunto sobre todo bajo las acciones de restricción y de dilatación que consideramos mas peligrosas.

CALCULO DE LA CUPULA.-

El cálculo de la cúpula de revolución bajo la acción de fuerzas simétricas con relación a su eje sabemos que se resuelve con mucha sencillez siempre que se prescindiera de las flexiones y que por otra parte desde el punto de vista constructivo la mejor solución es siempre aquella que reduce estas flexiones al mínimo no solamente por la mayor economía sino también por la mayor seguridad. Por estas razones las soluciones mas modernas de superficie de doble curvatura son siempre tanto desde el punto de vista técnico como desde el punto de vista práctico a base de aumentar grandemente la esbeltez de las piezas adoptándose relaciones de la luz al espesor del orden de 500 y 600.

Nosotros adoptamos para la luz de 47,62 metros una esbeltez del tipo de 470; con ello, y con los cálculos que a continuación desarrollamos se obtiene unas cargas de compresión en el hormigón que no pasan de diez ^{Kg} por centímetro cuadrado, carga suficientemente baja para asegurar la resistencia tanto mas cuanto que se producen en los dos sentidos meridiano y paralelo con el mismo sentido, o sea ambas en compresión.

Suele hacerse la comprobación de estas cúpulas por el procedimiento analítico de membranas rígidas de todos conocido, pero ya desde hace algún tiempo se viene empleando el procedimiento gráfico para estos cálculos particularmente por Loser, y nosotros hemos modificado además este método ordenando el polígono de fuerzas en la forma que se ve en el adjunto croquis con lo cual la comprobación se hace muy rápidamente y se puede además corregir con mas facilidad la directriz para repartir los esfuerzos entre el meridiano y el paralelo en la forma que mas nos convenga.

La comprobación de las superficies como membranas rígidas prescinde de la flexión y por consiguiente de los esfuerzos cortantes que puedan desarrollarse en ella como ya hemos dicho.

Las reacciones internas se reducen por consiguiente a dos tensiones o compresiones unas según los paralelos y otras según los meridianos.

Si consideramos un elemento de superficie suficientemente pequeño las fuerzas que sobre él actúan se pueden reducir a la resultante del peso propio P, la compre-

sión del meridiano en el borde inferior C'_m , y las dos fuerzas horizontales según las tangentes a los paralelos en los extremos laterales del elemento, compresiones que son iguales en valor absoluto y que denominaremos C_p . Ahora bien, la resultante de éstas, es una fuerza horizontal según el radio del paralelo y cuyo valor es:

$$P_h = 2 C_p \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = T_p \alpha$$

siempre que el ángulo sea suficientemente pequeño para igualar el seno con el valor mismo del ángulo.

El equilibrio se establece con la suma vectorial

$$P + C_m + C'_m + P_h = 0$$

y como este equilibrio se verifica en todos los planos verticales radiales, podemos suponer todos estos meridianos abatidos sobre uno de ellos, es decir, sumar aritméticamente todos los valores de cada una de estas fuerzas a lo largo de todo el paralelo, o todavía en otra forma, podemos multiplicar la igualdad anterior por $2\pi R$.

$$2\pi R P + 2\pi R C_m + 2\pi R C'_m + 2\pi R P_h = 0$$

Trazando el funicular correspondiente a la figura nº 1 del adjunto croquis, el equilibrio de un paralelo viene representado por la compresión del meridiano anterior sobre el borde superior de este anillo, por el peso propio, por la compresión de un meridiano o sobre el borde inferior del anillo, y por la compresión propia del paralelo que como se ve es igual a la diferencia entre la compresión del paralelo anterior y la compresión del paralelo siguiente, o sea, cuando el ancho de un anillo sea infinitamente pequeño por la diferencia de esta compresión como se suele expresar en el estudio analítico de estas membranas rígidas de doble curvatura. Trazado de ese modo el polígono de fuerzas, puede verse claramente la influencia de la directriz y se puede por consiguiente adoptar mediante sencillo tanteo la que nos convenga mas para la deformación o repartición de esfuerzos que vayamos buscando.

Como la reacción del paralelo no es la compresión longitudinal del mismo, sino la resultante centrípeta, hemos de multiplicar ésta por el radio para tener la compresión longitudinal del paralelo; la compresión del meridiano, es, como hemos dicho,

la suma de las compresiones de todos los meridianos sobre este paralelo; por consiguiente, para tener la compresión propia o correspondiente a un metro de ancho del meridiano, hay que dividir la anchura total por $2\pi R$, en esta forma se obtienen los valores del adjunto cuadro, en el cual, se indican también los esfuerzos q que está sometido el hormigón.

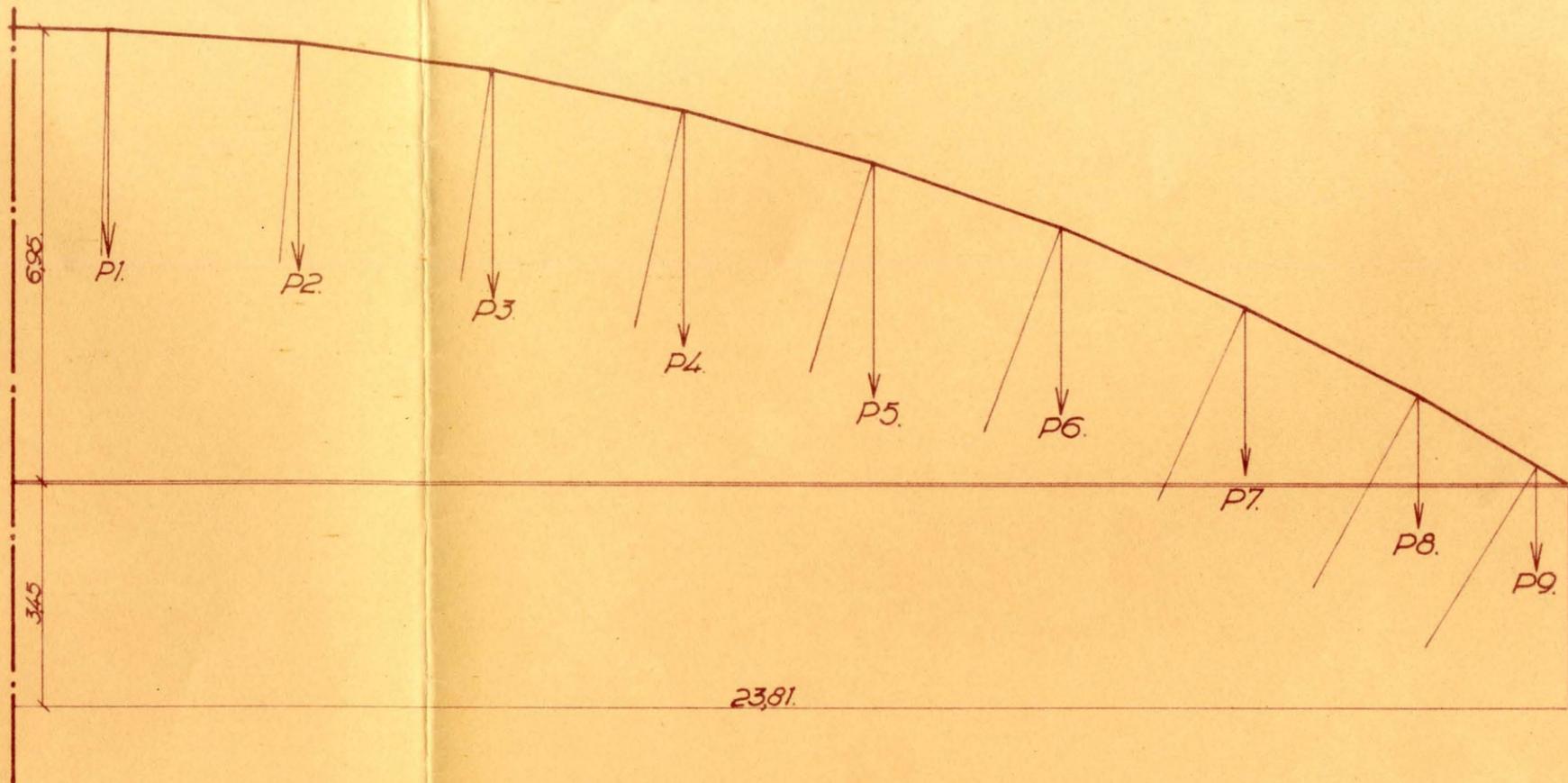


Grafico nº1.

Escala de longitudes. 1:100.
" " fuerzas 1cm <> 50.000 Kgs.

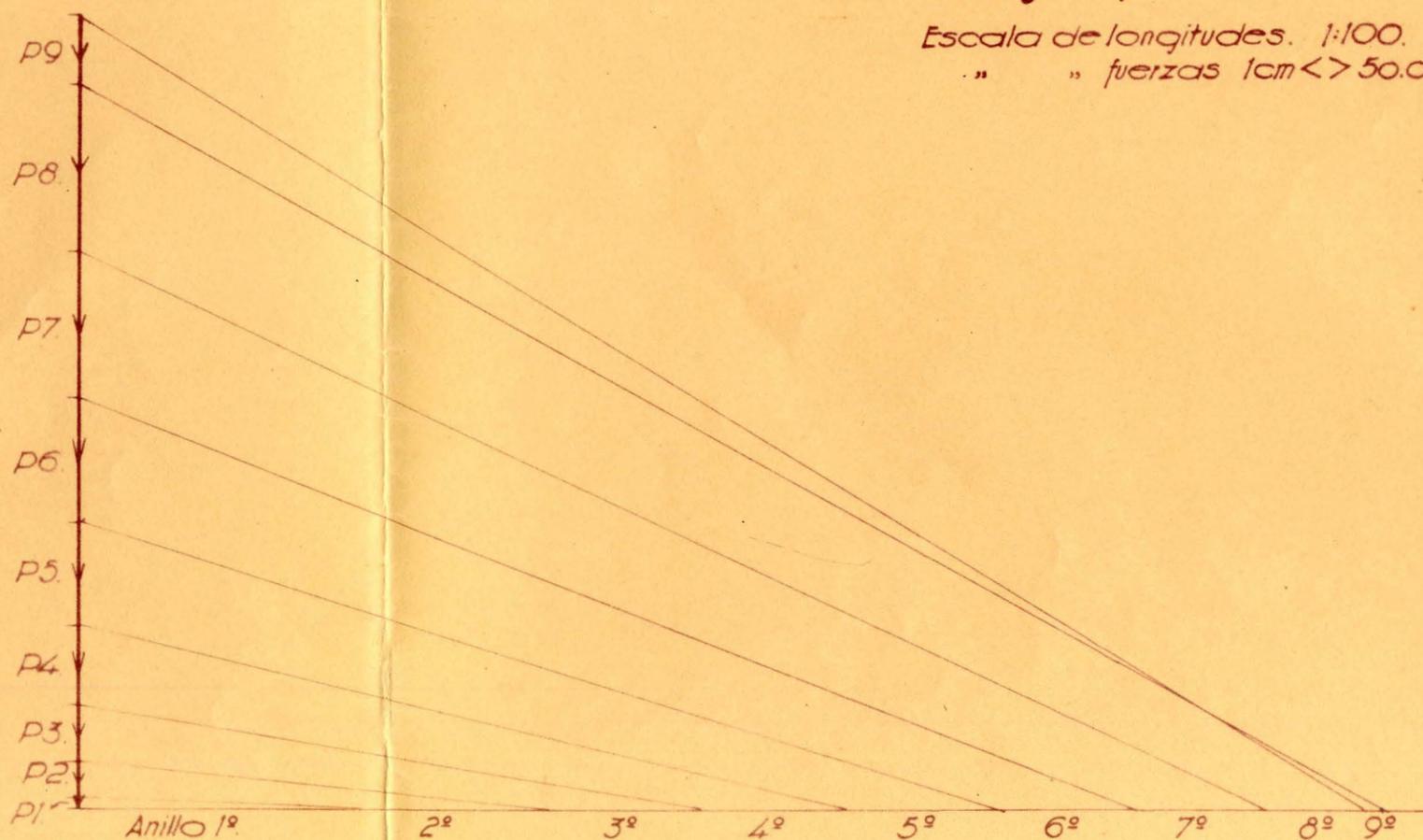
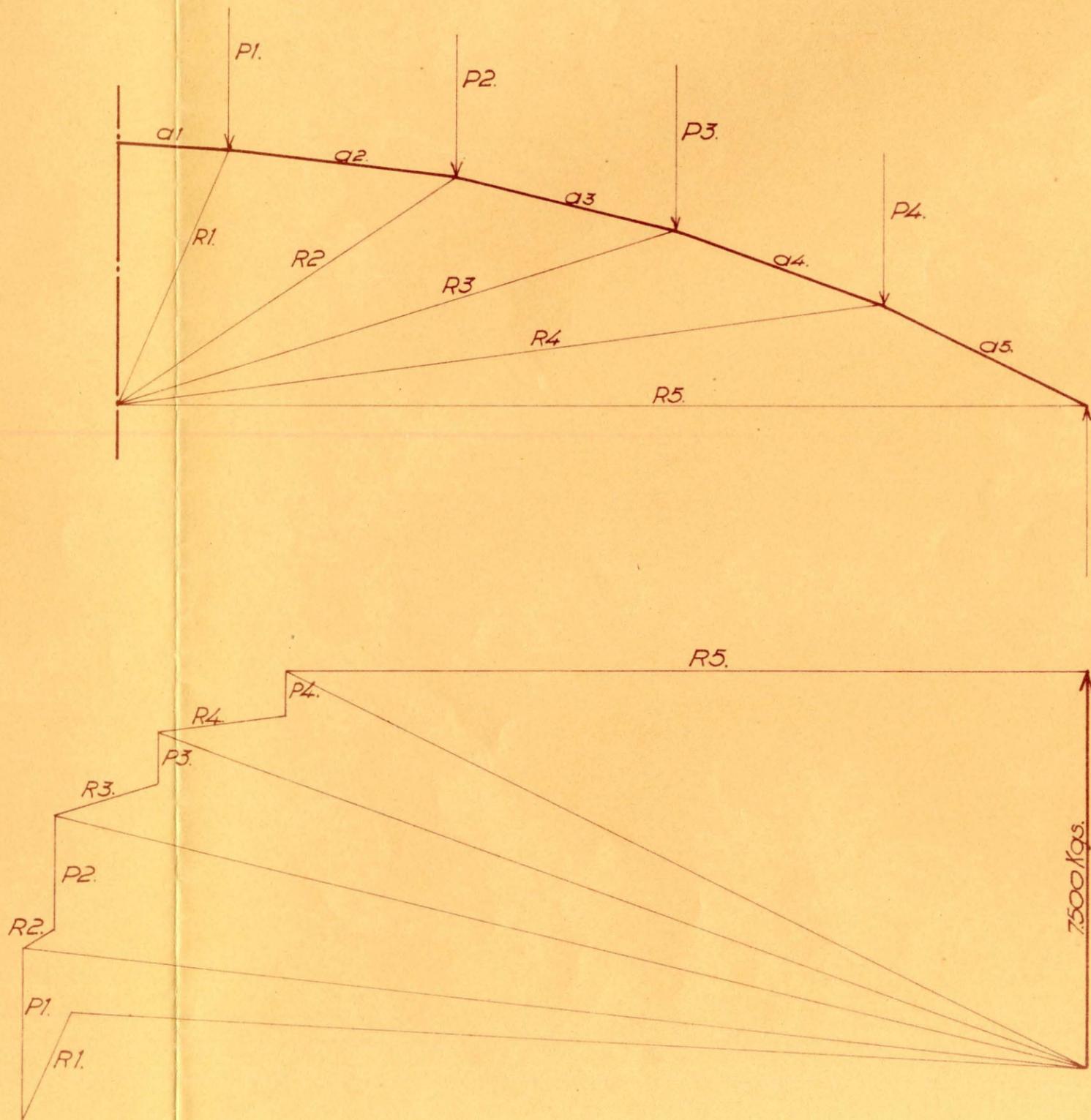


Grafico nº 2.

Escala de longitudes 1:50.

" " fuerzas 1cm <> 1.000kgs.



PESOS DE LA CUPULA INCLUSO REVESTIMIENTO

1º	Anillo	$3,14 \times \frac{2}{3,00} \times 300$ Kg.	=	8.450	Kilogramos
2º	"	$3,14 \times 2 \times 4,5 \times 3 \times 300$	=	25.800	"
3º	"	$3,14 \times 2 \times 7,45 \times 3 \times 300$	=	42.500	"
4º	"	$3,14 \times 2 \times 10,40 \times 3 \times 300$	=	59.500	"
5º	"	$3,14 \times 2 \times 13,25 \times 3 \times 300$	=	76.000	"
6º	"	$3,14 \times 2 \times 16,10 \times 3 \times 300$	=	92.000	"
7º	"	$3,14 \times 2 \times 18,90 \times 3 \times 300$	=	108.000	"
8º	"	$3,14 \times 2 \times 21,50 \times 3 \times 300$	=	124.000	"
9º	"	$3,14 \times 2 \times 23,30 \times 1,10 \times 300$	=	48.200	"
				<u>584.450</u>	Kilogramos

ESFUERZOS EN CADA ANILLO SEGUN EL PARALELO

Anillos (en todo su ancho)

1º	$\frac{1}{2\pi} \times 198,000$	=	30,500	Kgs.	=	$\frac{30,500}{300 \times 10}$	=	10	Kg/cm ²
2º	"	144,000	=	23,000	"	=	$\frac{1}{3000} \times 23.600$	=	7,7
3º	"	113,000	=	18,000	"	=	=	6,0	"
4º	"	112,000	=	17,900	"	=	=	5,9	"
5º	"	110,000	=	17,500	"	=	=	5,8	"
6º	"	102,000	=	16,200	"	=	=	5,4	"
7º	"	96,000	=	15,400	"	=	=	5,1	"
8º	"	88,000	=	14,000	"	=	=	4,7	"
9º	"x-	14,000	=	2,240	"	=	$\frac{1}{1100} \times 2400$	=	2,2

Anillos Según el Meridiano

1º	2	$\frac{1}{\pi} R$	x	198,000	=	10,600	Kg/m.l.	=	$\frac{10.600}{100 \times 10}$	=	10,6	Kg/cm ²
2º	"	x	285,000	=	12.000	"	=	=	=	=	10,0	"
3º	"	x	460,000	=	9.900	"	=	=	=	=	9,9	"
4º	"	x	582,000	=	8.900	"	=	=	=	=	8,9	"
5º	"	x	708,000	=	8.600	"	=	=	=	=	8,6	"
6º	"	x	835,000	=	8.300	"	=	=	=	=	8,3	"
7º	"	x	965,000	=	8.200	"	=	=	=	=	8,2	"
8º	"	x	1.100,000	=	8.100	"	=	=	=	=	8,1	"
9º	"	x	1.112,000	=	5.700	"	=	=	=	=	5,7	"

Se ve por consiguiente que las cargas de trabajo aun sin tener en cuenta las armaduras no sobrepasan de diez kilogramos por centímetro cuadrado y que la carga en el tirante principal es de 120 toneladas que repartidas entre seis cables, dan una carga de trabajo de veinte toneladas en cada uno de ellos, suficientemente bajo para ser soportadas por este elemento constructivo.

Con el cálculo anterior, puede darse por terminado el estudio si no existieran contracciones en el hormigón debidas no solamente a las reacciones elásticas, sino también a las contracciones propias del cemento, las cuales, podrian llegar a establecer diferencias de formas perjudiciales si no se tomaran las oportunas medidas.

Para ello, se proyecta construir la cúpula sobre cimbras, y tensar el tirante cuando ya la cúpula haya sufrido la mayor parte posible de contracciones de fraguado. El tensado de este tirante se puede hacer cargando cargas relativamente pequeñas en la parte central del vano que salva cada tirante, con lo cual, como la flecha inicial es nula se puede ya tener tensiones grandes en los cables con flechas todavía

pequeñas. Cuando la tensión del cable alcanza a la estática que hemos hallado anteriormente la cúpula debe quedar en condiciones de descimbramiento sin esfuerzos secundarios.

De todos modos, las diferencias térmicas las pequeñas contracciones de fraguado que pudieran quedar, producen algunos esfuerzos sobre todo en la unión del casquete esférico central con el anillo que corona las intersecciones con las bóvedas de fachada. Los esfuerzos de temperatura son mínimos en este caso, porque quedando la estructura de la cúpula cubierta con una capa de mortero pobre poroso, queda totalmente anulada la acción directa del sol y de la radiación rápida de la noche, y por consiguiente, tanto la placa de la cúpula por esta defensa térmica como el tirante por la mayor masa de hormigón que lleva, han de sufrir solamente las variaciones de temperatura anuales y las diarias con lentitud sin sentir los golpes de calor rápido que pueden presentar en determinados momentos.

En estas condiciones consideramos que es plenamente satisfactorio para el cálculo de los efectos de contracción o de dilatación afectar al paralelo que es tangente a las bóvedas de fachada de una variación unitaria de

longitud de 0,00013 y ver como se comporta el resto de la bóveda al producirse en el anillo dicho la referida alteración. Como quiera que este paralelo se haya en determinado estado de carga inicial, al tomarse la variación de 0,00013 en mas o en menos abarcamos una alteración del orden correspondiente a la de 25° de temperatura.

Para llevar a cabo este cálculo imaginemos separada de la bóveda por dos meridianos una rebanada cuya anchura en la zona próxima al arranque, sea de la unidad de longitud.

Cuando se contraiga el paralelo de la base, todos los paralelos restantes experimentan contracciones o dilataciones que dan reacciones elásticas sobre las caras laterales de esta rebanada. Estas reacciones elásticas y mejor aun sus componentes en el sentido radial determinan en la rebanada deformaciones que son proporcionales a las reacciones que las provocan. Estamos pues en el caso de una viga directamente flotante con una carga en un extremo: En nuestro caso esta carga o causa es la componente radial de la contracción del anillo o paralelo de la base.

Asi enfocado el asunto, podremos estudiar los momentos de flexión en el sentido de los meridianos a nuestro juicio de suma importancia y los efectos de compresión o de extensión

que se producen en los diferentes paralelos.

Antes de continuar hemos de hacer la siguiente observación: Los efectos de reacción de la viga flótante, alcanzan hasta distancia relativamente pequeña del punto de arranque, de aquí que el considerar su anchura y su momento de inercia como constantes, no arrastra errores de consideración, no quedando el cálculo privado de la exactitud necesaria para llegar a conocer el orden de los efectos que se producen.

En el cálculo de una viga flotante, el primer elemento que hay que conocer es el coeficiente de balasto o sea la relación entre la reacción por unidad de superficie de viga y el asiento absoluto. En nuestro caso la reacción si F es el esfuerzo en el sentido de la circunferencia de un paralelo la componente en el sentido del radio del paralelo es

$$f = 2 F \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} = F \frac{1}{R}$$

y afectada del coseno correspondiente dará la componente radial que interesa para el cálculo de la viga flotante.

La deformación unitaria de un paralelo es $\mathcal{J} = \frac{F}{1 \times h E}$ y en el sentido del radio tiene el mismo valor; por lo tanto la variación resulta del asiento es $\frac{FR}{1 \times h E}$ afectada del

coseno correspondiente.

Queda ahora cabular la unidad elástica
o sea; $U = \sqrt[4]{\frac{EI}{\alpha \beta}}$

Los gráficos adjuntos dan los valores
de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned}\eta &= +e^{-\xi} \cos \xi \\ \mu &= -e^{-\xi} \operatorname{sen} \xi \\ \tau &= +e^{-\xi} (\operatorname{sen} \xi - \cos \xi)\end{aligned}$$

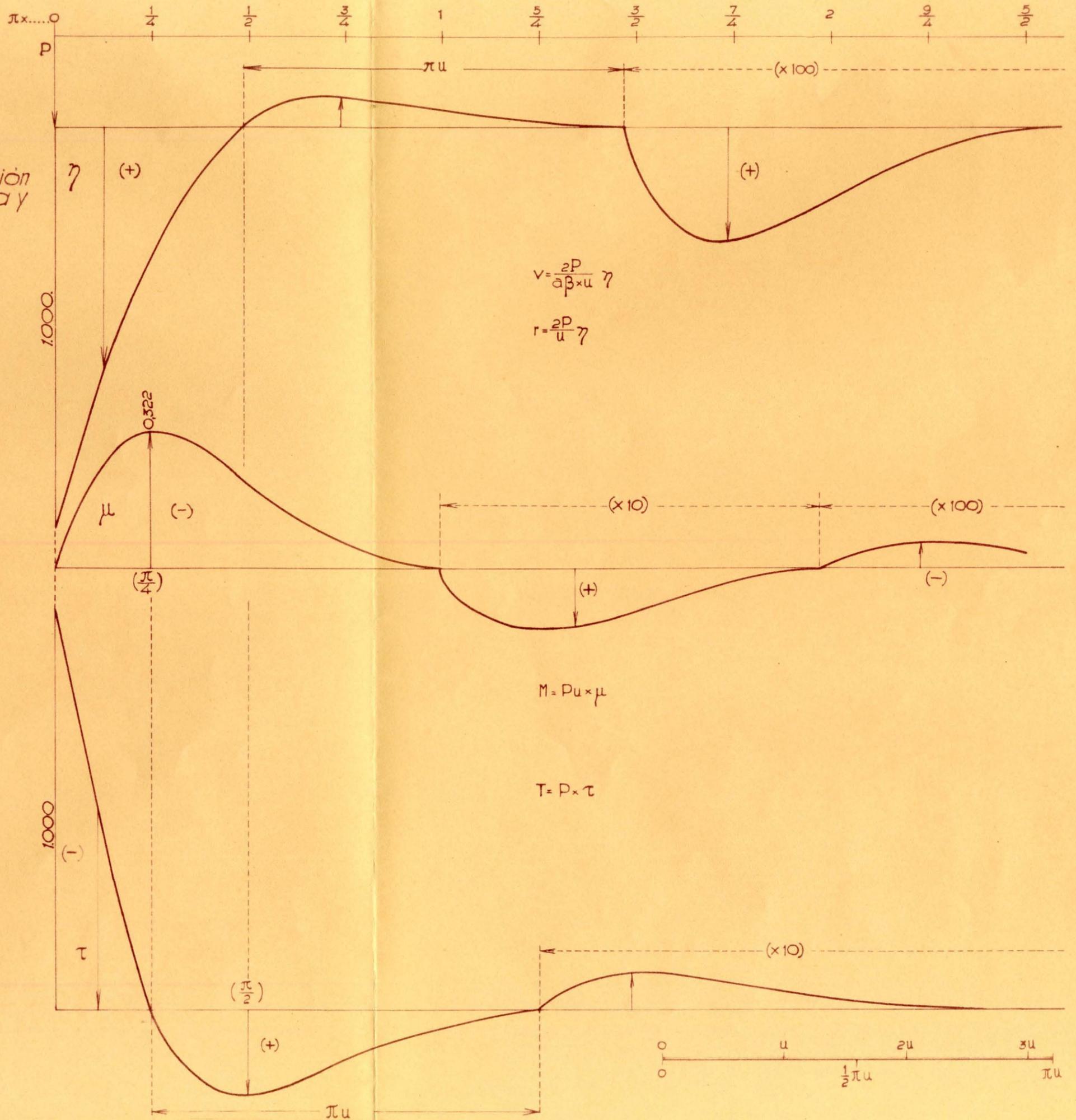
mediante las cuales se calculan inmediatamente
las reacciones, los momentos y todos los ele-
mentos que puedan interesar en el estudio.

En nuestro caso con la alteración an-
tes dicha para el paralelo de arranque con la
sección máxima de hierro que pueda tener el
mismo y contando con el coseno α_0 en el arranque = 0.434
se llega a tener para la fuerza que actúa la
vigafiotante de un centímetro de anchura, ^{en} un
valor de 5,20. Kg.

Vemos como hemos calculado dicho es-
fuerzo.

Las causas que tienden a deformar el
paralelo interior son contrarrestadas por la
reacción de la bóveda de no existir esta reac-
ción dicho anillo sufriría una alteración uni-
taria de 0,00013, pero la reacción de la bóveda

Gráficos correspondientes al cálculo de la cúpula bajo la acción de las variaciones de temperatura y contracciones de fraguado.



no la permite llegar a ese valor conteniendole en otro $\frac{\delta}{R}$ siendo δ la deformación absoluta alcanzada en el sentido radial. Mediante una ecuación que establezca la igualdad de los valores de P obtenidos por la fórmula que se expresa en el gráfico adjunto y teniendo en cuenta directamente la contracción del anillo multiplicado por la sección útil y por el coeficiente de elasticidad el cálculo es sencillísimo y nos da el resultado antes dicho.

El coeficiente de balasto es 0,69; el valor de la unidad elástica 72,8 y el valor del momento máximo 122 cm/Kg. con lo que resulta un trabajo del hormigon de 15,6 Kg/cm² a la flexión.

La reacción máxima se produce en el arranque de la bóveda y vale en la rebanada que constituía la viga flotante 0,144 Kgs. valor que multiplicado por el radio de la esfera, da 272 Kilogramos y un trabajo de compresión del hormigón de 27,2 kilogramos por centímetro cuadrado.

La deformación absoluta máxima que corresponde también al arranque es de 0,208 cms. y da una utilaria de 0,00011, valor que multiplicado por el coeficiente de elasticidad 250,000 conduce a un trabajo en el hormigón de 27,5 Kg/cm² La analogía de este valor con el antesdicho de 27,2 kilogramos por centímetro cuadrado es una comprobación de la exactitud del cálculo.

Vemos pues, que superponiendo las diferentes causas estamos dentro de condiciones de trabajo holgadas para el hormigón y para el hierro. Nos tranquilizará por completo el estudio hecho sobre el modelo.

Haciendo el modelo reducido con arreglo a una determinada escala geométrica, es fácil de demostrar que las cargas que han de aplicarse por unidad absoluta del modelo son las mismas que corresponden por unidad en la obra en su tamaño natural.

Las bóvedas de fachada se pueden estudiar como arcos prescindiendo de las flexiones, ya que su momento de inercia es muy pequeño y en cambio tienen los refuerzos de los radios que actúan como un enorme arco de rigidez de toda la bóveda. En el gráfico nº 2, se indica la deducción de los esfuerzos de tensión o compresión en estos radios de rigidez, y se puede observar la pequeñez de estos esfuerzos que arrojan cargas de trabajo menores de treinta y cinco kilogramos por centímetro cuadrado en el hormigón.

Queda pues únicamente el problema de la unión de estas bóvedas con la cúpula central y las condiciones de estabilidad de

los triángulos esféricos de la cúpula comprendidos entre estos enlaces y el anillo de refuerzos. Como dijimos anteriormente, el problema de estos triángulos no puede atacarse suficientemente por el cálculo, y por consiguiente, lo que se ha hecho ha sido reforzar y aumentar la rigidez de esta parte de la cúpula para alejar todo peligro no solamente de cargas normales y tangenciales sino también de posibles pandeos.

El espesor de la cúpula aumenta desde el anillo de refuerzo, hasta los vértices de apoyo sobre los pilares, desde diez centímetros hasta cincuenta; el asiento de la cúpula sobre el pilar es por consiguiente de 5.500 centímetros cuadrados, y como la carga que hemos deducido estáticamente, es solamente de ciento cuarenta y siete toneladas, se obtiene una carga unitaria de veintisiete kilogramos por centímetro cuadrado. Como por otra parte, los espesores representan la parte de luz entre el apoyo del pilar y el anillo superior de refuerzo, y la cúpula en esta parte se arma con doble armadura en cada una de las caras, consideramos que está alejado como decimos todo peligro, pues además ha de quedar comprobada con el nuevo mo-

delo reducido cuya construcción proponemos.

La estabilidad del conjunto aun para un viento de 90 kilogramos por metro cuadrado actuando horizontalmente sobre toda la proyección del edificio fachada y cubierta, está asegurada porque el momento de vuelco total es de

$$M = 32.000 \times 2,6 = 83.000 \text{ m/Kg.}$$

que repartidos sobre cuatro pilares son $20.800^{\text{m}}/\text{Kilogramos.}$

No contamos mas que cuatro pilares ya que con los otros cuatro dada su oblicuidad es aventurado contar puesto que es muy pequeño el momento de inercia que puede oponer.

El canto total del pilar puede considerarse de 1,30 metros y el ancho de cada una de las cabezas de tracción o compresión de 25 cms. La armadura que suponemos de dos redondos de 25 m/m en cada cara, por lo tanto la profundidad de la fibra neutra será:

$$12,5 \text{ g}^2 \cdot 4.296 \text{ g} - 19,340 = 0 \quad \text{" g} = 30$$

y el momento de inercia

$$i = 25 \frac{50^3}{2} \cdot 4 \cdot 148 (30 - r)^2 + 4 \cdot 148 (c - 30)^2 = \\ = 1678,000 \text{ cms.}^4$$

la carga en el hormigón será:

$$H = \frac{2080000 \times 30}{1678000} = 37,5 \text{ Kg/cm}^2$$

en cuanto a la carga por compresión será la siguiente:

Carga total que sufre un pilar: 86.000 Kg

Sección vertical: 4.366 cm²

por lo tanto, la carga por compresión valdría

$$\frac{86.000}{4.366} = 19,6 \text{ Kg/cm}^2$$

y la carga total sumando las de flexión y compresión será de 57,1 Kg/cm²

La cimentación se proyecta con zapatas de hormigón armado de las dimensiones necesarias para producir una reacción en el terreno de 1 Kg/cm² y su carga total será la siguiente:

Peso de la cubierta: 81.000 Kg

Tirante: 5.000 "

Muro: 3.900 "

Pilar: 3.350 "

93,250 Kg.

o sea que con unas zapatas de 2,50 x 4 tendremos la reacción de 1 Kg.

El pequeño pilar lateral de la puerta de entrada sufre una carga realmente insignificante dada la base que proyectamos para el mismo de 1,5 x 0,80 la cual no conviene reducir mas ya que ofrecería grandes dificultades para su excavación.

El zócalo que soporta el muro de fachada

le armamos como viga salvando el vano entre pilares presentandosenos la mayor de las luces en la fachada del lado que no tiene puerta en el cual llegan las luces a nueve metros. La carga que sufren estas vigas vienen a ser de unos 700 Kilogramos por metro lineal. El momento flector será por lo tanto $700 \times \frac{9^2}{10} = 5.700$ metros por kilogramo, y como el canto es de 1,15 aun cuando el ancho es solamente de diez y ocho centímetros es suficiente con una armadura formada por dos redondos de veinte milímetros, en la cara inferior para obtener cargas menores de veinte y doce kilogramos por centímetro cuadrado. Sobre las puertas de entrada proyectamos un pequeño voladizo hacia la parte interior de la nave con un vuelo de un metro y calculamos para soportar una carga en el extremo de 100 kilogramos y su peso propio de unos 240.

El momento flector vale:

$$M f = 240 \times 0,5 + 100 = 220 \text{ mtg/Kg.}$$

Bastándonos por tanto con un canto util de 5 centímetros y una armadura de 9 redondos de ocho por metro lineal.

Madrid Diciembre de 1933

EL ARQUITECTO:

EL INGENIERO: