EDUARDO TORROJA
OFICINA TECNICA DE INGENIERIA
MADRID

Mercado en Guinea

Calculo de los soportes del casquete.

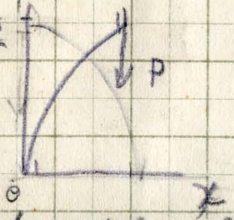
Fecha 7-11-34
Núm. 278.504

Calculo de los pies que soporta el casquete limitado por el paralelo tangente a los cañones

Criterio. Consideramos estos pies formados por el angulo diedro de dos caras del octógono y con una anchura de, contada en cada cara del diedro igual desde la parte inferior hasta la superior.

Estas vigas angulares de momento de inercia constante las suponemos empotradas en el arranque superior y en la unión con la base del casquete.

La carga es la parte alícuota de la cúpula que corresponde a cada pie aplicada en la parte superior del mismo de modo que el calculo queda reducido al del elemento estructural que esquemáticamente se representa en la figura



Marcha del calculo.

Se trata de una estructura hiperestática en cuyo extremo tenemos que determinar un momento un empuje horizontal; no una reaccion vertical porque verticalmente no hay causa que impida el movimiento.

Aplicaremos el teorema de Castigliano y las diferentes integraciones las efectuaremos graficamente considerando que α (α angulo de la tangente a la directriz con la horizontal) cambia de trozo en trozo (por ejemplo en trozos

Primera

cuya proyeccion horizontal sea de 20 cm.)

Expresiones de los momentos, compresion y esfuerzo cortante

momento $M = -Px + Hz + m$

P peso que carga en la estructura

~~V = reaccion vertical hiperestatica~~

H = empuje horizontal

m: momento hiperestatico.

esfuerzo cortante $T = -P$

compresion $C = (T) \operatorname{sen} \alpha + H \cos \alpha$.

Derivadas de M y C

En relacion a m

$$\frac{dM}{dm} = 1 \qquad \frac{dC}{dm} = 0$$

En relacion a H

$$\frac{dM}{dH} = z \qquad \frac{dC}{dH} = \cos\alpha$$

~~En relacion a V~~

~~$\frac{dM}{dV} = x \qquad \frac{dC}{dV} = \operatorname{sen}\alpha$~~

Expresion de las ecuaciones

1ª Nulidad de variacion angular

$$\frac{1}{I}\left(-\int_0^L Px\,dL + \int_0^L Hz\,dL + \int_0^L m\,dL\right) = 0$$

2ª Nulidad del desplazamiento horizontal: (Consideramos solo este desplazamiento con suficiente aproximacion)

$$-\int_0^L Pxz\,dL + \int_0^L Hz^2\,dL + \int_0^L mz\,dL + \frac{I}{S}\int_0^L P \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha\,dL +$$

Gimen

$$\frac{I}{S}\int_0^b H\cos^2\alpha\, dL + I\int_0^b \lambda \cos\alpha\, dL = 0$$

En lo que puede ponerse $dL = \frac{dx}{\cos\alpha}$

Calculo de las diferentes integrales

$$P\int_0^l Px\frac{1}{\cos\alpha}dx = P\ 2{,}944 = 85.500$$

$$H\int_0^l z\frac{1}{\cos\alpha}dx = H\ 15{,}04 =$$

$$m\int_0^l \frac{1}{\cos\alpha}dx = m\ 4'85 =$$

$$P\int_0^l xz\frac{1}{\cos\alpha}dx = P\ 9'53 = 276.400$$

$$H\int_0^l z^2\frac{1}{\cos\alpha}dx = H\ 54{,}05 =$$

$$m\int_0^l z\frac{1}{\cos\alpha}dx = m\ 15{,}04 =$$

$$\frac{I}{S}p\int_0^l \operatorname{sen}\alpha\, dx = \frac{I}{S}p\ 1'23 = 10'8{,}0$$

276.508

$$\frac{I}{S}H\int_0^l \cos\alpha\, dx = \frac{I}{S}H\ 0'31 =$$ no procede tener en cuenta

$$I\lambda\int_0^l dx = I\lambda\ 1'30 =$$ No procede tener en cuenta

Desarrollo gráfico de las integrales

$$\int_0^l x \frac{1}{\cos\alpha} dx = \frac{1}{2}(0+0'20)\,7.80 = \cancel{1,56}\ 0,78$$

$$\frac{1}{2}(0'20+0'40)\,5,50 = 1.65$$

$$\frac{1}{2}(0'40+0'60)\,4.35 = 2.18$$

$$\frac{1}{2}(0'60+0'80)\,3.33 = 2.33$$

$$\frac{1}{2}(0'80+1)\,2.75 = 2.48$$

$$\frac{1}{2}(1+1.20)\,2.36 = 2.60$$

$$\frac{1}{2}(1.20+1'40)\,2.08 = 2.70$$

$$14,72 \times 0'20 = \boxed{2'944}$$

~~14,72 × 0,20 = 2,944~~

$$\int_0^l z \frac{1}{\cos\alpha} dx \quad \frac{1}{2}(0+1,470)\,7.80 = 5,72$$

$$\frac{1}{2}(1.470+2.555)\,5.50 = 11.05$$

$$\frac{1}{2}(2'555+3.350)\,4.35 = 12.80$$

$$\frac{1}{2}(3.350+3.950)\,3.33 = 12.20$$

$$\frac{1}{2}(3.950+4.460)\,2.75 = 11.60$$

$$\frac{1}{2}(4.460+4.885)\,2.36 = 11.03$$

$$\frac{1}{2}(4.885+5.275)\,2.08 = 10.67$$

$$75,07 \times 0'20 = \boxed{15'014}$$

~~75,07 × 0,20 = 15,014~~

$$\int_0^l \frac{1}{\cos\alpha} dx = \frac{1}{2}\,7'80 = 3'90$$

5.50
4.35
3.33
2.75
2.36
2.08

$$24,27 \times 0'2 = \boxed{4'854}$$

eduardo torroja
oficina tecnica

Jimenez

hoja n.º III (6)

$\int_0^l x z \frac{1}{\cos\alpha} dx = \frac{1}{2}(0 + 0'20 \times 1,470)\,7,80 = 1'15$

$\frac{1}{2}(0'20 \times 1'470 + 0'40 \times 2'555)\,5,50 = 3,62$

$\frac{1}{2}(0'40 \times 2'555 + 0'60 \times 3'350)\,4,35 = 6,60$

$\frac{1}{2}(0'60 \times 3'350 + 0'80 \times 3'950)\,3,33 = \cancel{9,70}$ 8,60

$\frac{1}{2}(0'80 \times 3,950 + 1 \times 4'460)\,2,75 = \cancel{10,08}$ 10,50

$\frac{1}{2}(1 \times 4'460 + 1,20 \times 4'485)\,2,36 = 11,60$

$\frac{1}{2}(1,20 \times 4'485 + 0)\,2,08 = 5,60$

$\cancel{48,38}$ 47,67

47,67 × 0,20 = 9,534

~~48,32 × 0'2 = 9'6 66~~

$\int_0^l z^2 \frac{1}{\cos\alpha} dx$

$\frac{1}{2}(0 + 1'470^2)\,7,80 = 8,45$

$\frac{1}{2}(1,470^2 + 2'555^2)\,5,50 = 23,90$

$\frac{1}{2}(2'555^2 + 3'350^2)\,4,35 = 38,50$

$\frac{1}{2}(3'350^2 + 3'950^2)\,3,33 = 44,50$

$\frac{1}{2}(3'950^2 + 4'460^2)\,2,75 = 49$

$\frac{1}{2}(4,460^2 + 4'485^2)\,2,36 = 51,90$

$\frac{1}{2}(4'485^2 + 5'275^2)\,2,08 = 55$

$270'25 \times 0'2 = \boxed{54'05}$

$\int_0^l \operatorname{sen}\alpha\, dx = \frac{1}{2}\ 989 = 0'495$

0.981
0,973
0'952
0'932
0'900
0'875

$6,108 \times 0'2 = \boxed{1,2216}$

$\int_0^l \cos\alpha\, dx = \frac{1}{2}\ 0'128 = 0'064$

0.182
0.230
0,300
0.364
0.425
0.480

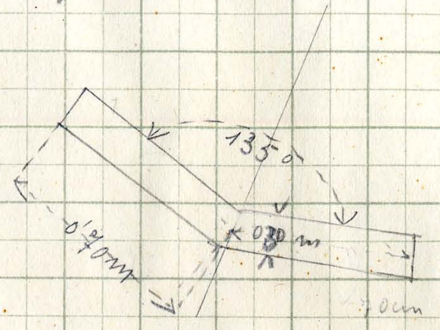
$2,045 \times 0'2 = 0'409$

Calculado por .... comprobado por .... en .... de .... de 193....

Datos numéricos para aplicación de las ecuaciones

$P = 29T = 29000 \, kg$

$S = 0'375 \, m^2 \quad 0'14 \, m^2$



$I = 0'0011 \, m^4$

$\delta = 10^6 \times 0'00008 = 0'0008$

$\frac{I}{S} = \frac{0'0011}{0'375} = 0'00294 \simeq 0'003$

$I\delta = \frac{88}{10^8}$

Ecuaciones expresadas numéricamente:

1ª Ecuación

$$85500 + 15 H + 4'85 m = 0$$

$$276500 + 54 H + 15 m = 0$$

Soluciones

$m = -12879 \simeq -12.300 \, mkg$

$H = -2003 \simeq -2000 \, Kg$

Cálculo de los momentos en diferentes secciones

Expresión general: $+Px + Hz + m = M$

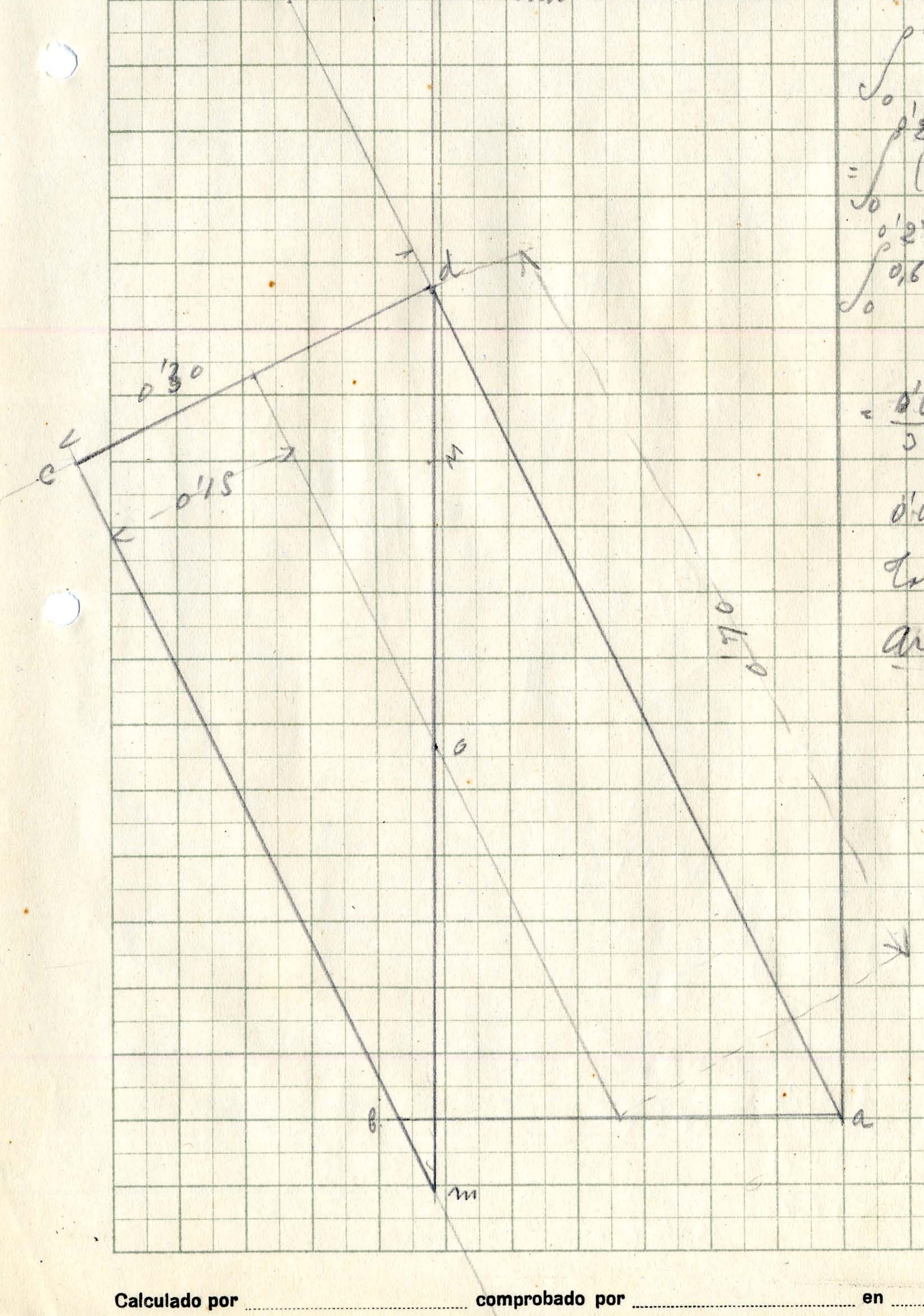
z	Abscisa x =	+Px	+Hz	+m	Total	
0	0	0	0	-12.724	-12.724	m Kg
1.17	0'20	5800	-2.331	-12.724	-9.255	"
2.555	0'40	11600	-4.052	-12.724	-5.176	"
3.35	0'60	17400	-5.313	-12.724	-637	"
3.99	0'80	23200	-6.265	-12.724	+4.211	"
4.46	1	29000	-7.014	-12.724	+9.262	"
4.885	1'20	34800	-7.748	-12.724	+14.328	"
5.275	1'40	40600	-8.366	-12.724	+18.510	"

Calculo del momento de inercia:

abcd es la mitad de la seccion. Con suficiente exactitud el centro de gravedad es o y la linea dom es el eje neutro

El cuadruple del momento de inercia del triangulo mcd con relacion a dm es el momento de inercia que buscamos (con suficiente aproximacion)

El momento de inercia del triangulo es



$$\int_0^h \frac{h-y}{h}\, b\, y^2\, dy =$$

$$= \int_0^{0'27} \left(1-\frac{y}{0'27}\right) 0'67\, y^2\, dy$$

$$\int_0^{0'27} 0'67\, y^2\, dy - \int_0^{0'27} \frac{0'67}{0'27}\, y^3\, dy =$$

$$= \frac{0'67}{3}\, 0'27^3 - \frac{0'67}{0'27} \cdot \frac{0'27^4}{4} =$$

$$0'0044 - 0'0033 = 0'0011\ m^4$$

Total $0'0011 \times 4 = 0'0044\ m^4$

Area $0'625 \times 0'30 \times 2 = 0'375\ m^2$

Guinea

Resolución de las ecuaciones

~~1.312.540 + 212'16 H~~
~~1.359.212 + 250'20 H~~
~~46.672 + 37'04 H~~
~~H = -46.672 / 47,84 = -976 Kg~~

$1.282.500 + 225 H$

$1.341.025 + 261{,}9 H$

$58.525 + 36{,}9 H$

$H = \frac{58.525}{36{,}9} = -1586{,}04$

De la primera $m = \frac{85.500 + (15 \times -1586{,}04)}{4{,}85} = -12.723{,}587$

~~89.900 + (14,6 × 976 − 14.249) / 4,85 = −15.598 Kg~~

Imputación en la segunda ecuación

~~5365 × 976 = 53362~~
~~14'6 × 15598 = 227730~~
~~281092~~
~~280250~~
~~842 0'3%~~

Comprobación

1.586,04 × 54	=	85.646,16
12.723,587 × 15	=	190.853,805
		276.499,965

Estudi comparatiu amb el cas de articulació en la part inferior

Equació única: $276.500 + 54\,H' = 0$

$$H = -\frac{276.500}{54} = -5.120.$$

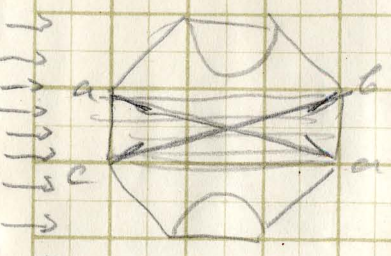
Moments en diferents seccions

abscissa $x =$	$+Px$	$-Hz$	Total
0	0	0	0
0.20	5 800	− 7.526	− 1.726
0.40	11 600	− 13.082	− 1.482
0.60	17 400	− 17.152	+ 248
0.80	23 200	− 20.224	+ 2.976
1	29 000	− 22.835.	+ 6.165
1.20	34 800	− 25.011	+ 9.789
1.40	40 600	− 27.008	+ 13.592

Guinea

Càlcul de la resistència al vent

Consideració. Vamos a calcular la resistència que ofereix al vent les peces a que ens hem referit en el càlcul anterior. Per a ells suposarem que la acció del vent



sobre la zona ratllada és resistida per les peces a-b c y d, la acció del vent sobre les zones no ratllades la considerarem resistida per los arcs de les canyons cuyes generatrices són normals a la direcció del vent.

Sea v la acció del vent per m^2 de superfície vertical, la resultant del vent dins de la zona a b c d valdrà $v \times s$ (superfície presentada al vent =), el punt de aplicació de la resultant està per encima de las cabeza superiores de les peces que estudiamos y per lo tanto a la altura de esta cabeza actua un par que val ~~v~~ $\underline{v \times s \times h}$ (h = distancia entre la horizontal que une las cabeza superiors de les peces y la resultant del vent) Este par se descompone en dos según los planos de los nervios que valdran

$$\ldots \frac{1}{2} v \times s \times h \frac{1}{\cos 22°30'} = 2\pi$$

Cualquier otra hipòtesi de repartició del vent como lo reparten en tres nervios en viento en el plano diametral del nervio central, no es una disposición favorable. Su efecto de torsión puede no tenerse en cuenta por la rigidez con que lateralmente están sujetos los nervios.

El par que actúa en cada plano diametral lo consideraremos repartido en dos; ~~uno apli~~ cada uno de estos dos aplicado en la cabeza de cada pie que en dicho plano se encuentran.

Así el cálculo lo haremos con un par Π aplicado en la cabeza de cada pie, el cálculo se referirá á los pies que están colocados del lado de donde viene el viento y luego se hará aplicación para los del lado opuesto y vale $\Pi' = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\, v\, s\, h' \frac{1}{\cos 22^\circ 30'}$

Expresión del momento y de la compresión y sus derivadas

$$M = \left[F \cos 80^\circ x + F \cos 10^\circ z + \Pi\right] + Hz + m$$

$$C = \left[F \cos 80^\circ \operatorname{sen} \alpha + F \cos 10^\circ \cos \alpha\right] + H \cos \alpha$$

$$\frac{dM}{dm} = 1 \qquad \frac{dC}{dm} = 0 \qquad \left(\text{en } F = \frac{1}{4}\, v\, s \frac{1}{\cos 22^\circ 30'}\right)$$

$$\frac{dM}{dH} = z \qquad \frac{dC}{dH} = \cos \alpha$$

Expresión de las ecuaciones

1º Nulidad de variación angular

$$\int_0^L F \cos 80^\circ x\, dx + \int_0^L F \cos 10^\circ z\, dx + \int_0^L \Pi\, dx + \int_0^L Hz\, dx + \int_0^L m\, dx = 0$$

2° Nulidad de desplazamiento horizontal

$$\int_0^l F\cos 80^\circ x z\,dx + \int_0^l F\cos 10^\circ z^2\,dx + \int_0^l \Pi z\,dx +$$

$$\int_0^l H z^2\,dx + \int_0^l m z\,dx + \frac{I}{S}\int_0^l (F\cos 80^\circ \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha\,dx = 0$$

(despreciando el termino en $\cos^2 z$)

Valores numericos

$v =$

$s =$

$h =$

$$F = \frac{1}{4} v s \frac{1}{\cos 22^\circ 30'} =$$

$$\Pi = \frac{1}{4} v s h \frac{1}{\cos 22^\circ 30'} =$$

$F\cos 10^\circ =$

$F\cos 80^\circ =$

Resolucion de las integrales p. formacion de los coeficientes de las incognitas

$$\int_0^l F\cos 80^\circ x \frac{1}{\cos\alpha}\,dx = F\cos 80^\circ\, 2'944 =$$

$$\int_0^l F\cos 10^\circ z \frac{1}{\cos\alpha}\,dx = F\cos 10^\circ\, 15'04 =$$

$$\int_0^l \Pi \frac{1}{\cos\alpha}\,dx = \Pi\, 4'85 =$$

$$\int_0^l H z \frac{1}{\cos\alpha}\,dx = H\, 15'04$$

$$\int_0^l m \frac{1}{\cos\alpha}\,dx = m\, 4'85$$

Gruner

IX

$$\int_0^l F\cos 80^\circ\, x z \frac{1}{\cos\alpha}\, dx = F\cos 80^\circ\ 9'53 =$$

$$\int_0^l F\cos 10^\circ\, z^2 \frac{1}{\cos\alpha}\, dx = F\cos 10^\circ\ 54'05 =$$

$$\int_0^l \pi z \frac{1}{\cos\alpha}\, dx = \pi\ 15'04 \qquad =$$

$$\int_0^l H z^2 \frac{1}{\cos\alpha}\, dx = H\ 54'05$$

$$\int_0^l m z \frac{1}{\cos\alpha}\, dx = m\ 15'04$$

$$\frac{I}{S}\int_0^l F\cos 80^\circ \sin\alpha\, dx = F\cos 80^\circ\ 1{,}20 =$$