eduardo torroja
oficina tecnica

V I A D U C T O   D E L   E S L A

CAPITULO VI

DETERMINACION DE LOS CORRIMIENTOS HORIZONTALES Y VERTICALES DE LOS PUNTOS DEL INTRADOS DEL ARCO, DUTANTE EL HORMIGONADO

Fecha Febrero 1940

Núm. 363.153

eduardo torroja
oficina tecnica

V I A D U C T O   D E L   E S L A

DETERMINACION DE LOS CORRIMIENTOS HORIZONTALES Y VERTICALES DE LOS PUNTOS DEL INTRADOS DEL ARCO, DURANTE EL HORMIGONADO

eduardo torroja
oficina tecnica

I N D I C E

eduardo torroja
oficina tecnica

CORRIMIENTOS HORIZONTALES Y VERTICALES DE LOS PUNTOS DE LA CABEZA SUPERIOR DE LA CIMBRA, ESTANDO ESTA ARTICULADA.

ESTUDIO DE LOS CORRIMIENTOS.-

Distinguiremos dos casos, según que el arco esté articulado, ó se hayan enclavado las articulaciones.

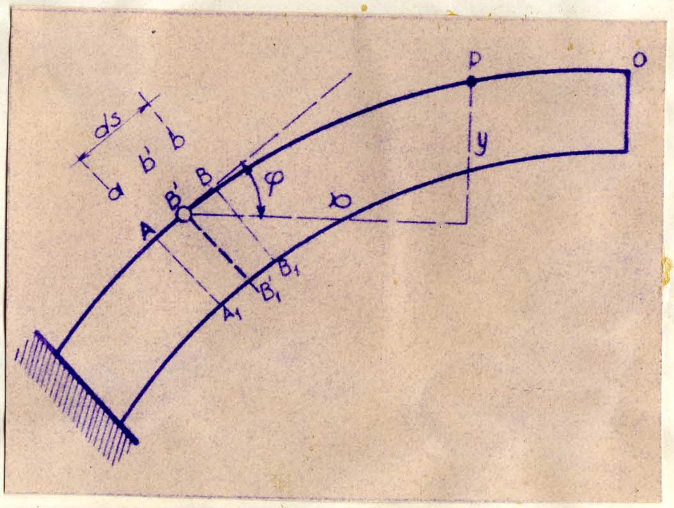
CORRIMIENTO EN EL ARCO ARTICULADO:

Cuando el arco está articulado, el movimiento de un punto del arco lo consideraremos compuesto de dos, uno d debido a la deformación del arco, suponiendo que no gira la articulación de la izquierda, y otro d′ suponiendo que el arco gira lo debido alrededor de ésta, la superposición de estos dos movimientos, nos da el movimiento definitivo.

La condición de que la clave se ha de mover según la vertical (simetría de cargas y del arco) nos da el giro de la articulación, debido a esto, y como la articulación de la clave está en la cabeza superior de la cimbra, nos conviene hallar los movimientos de dicha cabeza (luego pasaremos a los movimientos en la directriz).

1º) Movimiento .-

Este movimiento es debido a las variaciones de longitud de la cabeza y diagonales de la cimbra, suponiendo que no gira la articulación de la izquierda. En el capítulo de las deformaciones están los acortamientos $\underline{\delta_1}$ y $\underline{\delta_2}$ de las cabezas y en el capítulo de esfuerzos normales los valores $\underline{Q}$ de los esfuerzos cortantes que producen la deformación de las diagonales.



Suponemos que no gira la sección del arranque izquierdo (fig. 1). Sean dos secciones $\underline{a}$ y $\underline{b}$ distantes $\underline{dS}$, (dS la medimos sobre la cabeza superior.

Después de la deformación la sección $\underline{b}$ tomará la posición $\underline{b'}$ (suponiendo que solo se acortan las cabezas)

Siendo:

$$BB' = \delta_1 \, ds \quad » \quad B_1 B_1' = \delta_2 \, ds$$

δ_1 y δ_2 representan los acortamientos por unidad de las cabezas al no ser $\delta_1 = \delta_2$ habría un giro de la sección b, que vale $\theta_b \, dS = \dfrac{\delta_2 \quad \delta_1}{h} \, dS$ siendo $\underline{h}$ la distancia entre cabezas.

Si llamamos $\underline{x}$ e $\underline{y}$ las coordenadas de $\underline{P}$ respecto al elemento considerado, la deformación vertical $\underline{d\,\delta'_y}$ y la horizontal $\underline{d\delta'_x}$ del punto $\underline{P}$, debido al giro θ_b dS valen:

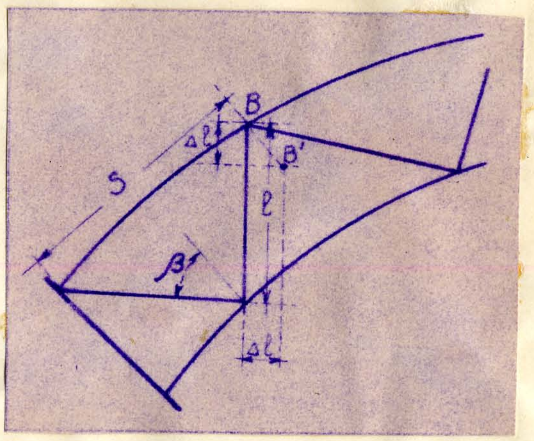
$$\underline{d\,\delta'_y} = x\,\theta_b \, dS \qquad d\,\delta'_x = y\,\theta_b \, dS$$

Al acortarse el elemento AB en $\delta_1 dS$ arrastra al punto P produciédose otro desplazamiento vertical $d\,\delta''_y$ y otro horizontal $d\,\delta''_x$ que valen:

$$d\,\delta''_y = \delta_1 dS \operatorname{sen} \varphi \qquad d\,\delta''_x = \delta_1 dS \cos \varphi$$

El desplazamiento de P al acortar solo las cabezas en el elemento dS será la suma de $d\,\delta'_y$ y $d\,\delta''_y$ en vertical y de $d\,\delta'_x$ y $d\,\delta''_x$ en horizontal.

Supongamos ahora, que solo actúan los esfuerzos cortantes Q.



En un recuadro de longitud S suponemos que Q_1 es el esfuerzo cortante. Los esfuerzos en las dos diagonales serán:

$$+\frac{Q_1}{\cos\beta} \quad y \quad -\frac{Q_1}{\cos\beta}$$

si E y ω son el coeficiente de elasticidad y la sección de una diagonal, la variación de longitud vale:

$$\Delta l = + \frac{Q_1}{E\,\omega\cos\beta} \times l \quad \Delta - \frac{Q_1}{E\,\omega\cos\beta} \times l$$

y el punto B vien a B', siendo de la figura $BB' = \Delta = 2 \times \Delta l \times \cos\beta$ y sustituyendo

$$\Delta = 2 \times \frac{Q_1}{E\,\omega\cos\beta} \times l \cos\beta = \frac{2\,Q_1}{E\,\omega} l$$

El deslizamiento Δ entre dos secciones que distan $\underline{l}$ vale:

$$\Delta = \frac{2\,Q_1}{E\,\omega} \times \frac{l}{S} = \frac{2\,Q_1}{E\,\omega \times \frac{l}{S}} \quad ''$$

En nuestro caso: $\omega = 0{,}00366\ m^2$ " $\frac{l}{S} - 1{,}24$ y

$E = 2x10^7$ Ton/m2 Sustituyendo $\Delta = \dfrac{Q_1}{\frac{1}{2}\, x 2x10^7 x 0{,}00366 x 1{,}24} = \dfrac{Q_1}{45{,}4}$ mm/m.

(Q_1 en Ton)

En el elemento dS se tiene, $d\Delta = \dfrac{Q_1}{45{,}4}\,ds$ y las componentes en el punto $\underline{P}$ debido al esfuerzo cortante Q_1, vale:

$$d\,\delta'''_y = \frac{Q_1}{45{,}4}\, dS \times \cos\varphi \quad '' \quad d\,\delta'''_x = \frac{Q_1}{45{,}4}\, dS x \operatorname{sen}\varphi ''$$

Por lo tanto la deformación total en el punto $\underline{P}$ vale:

$$\left.\begin{aligned} \delta_y &= \int_0^P \theta_b x\, dS + \int_0^P \delta_1 \operatorname{sen}\varphi\, dS + \int_0^P \frac{Q_1}{45{,}4}\cos\varphi\, dS \\ \delta_x &= \int_0^P \theta_b\, y\, dS + \int_0^P \delta_1 \cos\varphi\, dS + \int_0^l \frac{Q_1}{45{,}4}\operatorname{sen}\varphi\, ds \end{aligned}\right\} \quad (I)$$

<u>2º) Movimiento d'</u>

Por medio de lo dicho antes podemos encontrar la deformación horizontal de la clave si no girase la sección de la izquierda, luego el giro de esta sección ha de ser tal que contrarreste este movimiento, si δx_h es este momento el giro en el arranque será $\theta_a = \dfrac{\delta x\, h}{f}$ siendo $\underline{f}$ la flecha del arco.

Método de cálculo.-

Empezamos por poner un cuadro deducido del capítulo de las deformaciones, y de los esfuerzos normales, en que conste δ_1 δ_2, y Q, deducimos en seguida θ_b y $\frac{Q}{45,4}$.

Como estos valores están deducidos solo para cinco secciones, dibujamos a lo largo del arco la ley de variaciones de δ_1 y $\frac{Q}{45,4} = \Delta$, dividimos éste en ocho partes de dS constante y tenemos así un segundo cuadro, en el que para cada una de estas partes se consigna,

$$\delta_1 \quad " \quad \theta \quad " \qquad \frac{Q}{45,4} = \Delta \quad " \quad \text{sen}\,\varphi \quad " \quad \cos.\varphi$$

Entonces $\int_0^P \theta_b\, x\, ds$ representa el momento respecto a P de los valores θ llevados según la vertical el funicular de los valores θ será la elástica a ellas debida, después agregaremos en cada punto los valores $\int \delta_1 \,\text{sen}\,\varphi\, ds$ y $\int \frac{Q_1}{45,4} \cos\varphi\, ds$ con lo que tendremos la elástica suponiendo que no hay giro.

Lo mismo haremos para los desplazamientos horizontales que nos dará el desplazamiento en clave y por tanto el giro necesario en arranques para contrarrestarlo, con lo que podemos trazar las líneas de clave.

a) Peso propio y núcleo.-

S	δ_1 mm/m	δ_2 mm/m	Q Ton	θ mm/mm	$\Delta = \frac{Q}{45,4}$
1	-0,262	-0,096	-3,7	+0,0378	-0,0815
2	-0,173	-0,233	-1,7	-0,0143	-0,0374
3	-0,150	-0,233	+1,1	-0,0214	+0,0242
4	-0,183	-0,109	+0,9	+0,0193	+0,0198
5	-0,215	-0,00	0,00	+0,0566	0,000

Dibujamos las curvas en el plano correspondiente, y deducimos

Trozo	δ_1	θ	Δ	sen φ	cos φ	y	ρ	δ_1 sen φ ds	δ_1 cos φ ds	Δ cos φ ds	Δ sen φ ds
1	-0,0256	+0,0356	-0,080	0,702	0,712	4,40	4,20	-2,222	-2,256	-0,706	-0,697
2	-0,200	+0,0060	-0,056	0,645	0,761	12,80	13,50	-1,599	-1,888	-0,528	-0,447
3	-0,164	-0,0207	-0,027	0,560	0,830	20,40	23,10	-1,136	-1,684	-0,288	-0,194
4	-0,150	-0,0279	+0,006	0,460	0,888	26,60	33,90	-0,855	-1,650	+0,066	+0,034
5	-0,154	-0,0161	+0,029	0,350	0,937	31,30	44,90	-0,668	-1,787	+0,338	+0,126
6	-0,170	+0,0060	+0,029	0,260	0,965	35,40	57,30	-0,547	-2,031	+0,348	+0,089
7	-0,190	+0,0291	+0,015	0,140	0,991	37,80	69,40	-0,330	-2,333	+0,184	+0,026
8	-0,209	+0,0520	+0,003	0,060	0,996	39,00	81,80	-0,155	-2,580	+0,037	+0,002

Al dividirse el arco en 8 partes iguales $ds = 12{,}39$ m (medido sobre la cabeza superior)

Movimiento horizontal de la clave = 25,4 m/m hacia la izquierda.

Giro en arranques: $\theta_a = \frac{-25{,}4}{39{,}200} = -0{,}0065$

ya que $f = 39{,}2$ m.

Movimiento vertical de la clave = $0{,}00065 \times \frac{l}{2} = 0{,}0065 \times$ $\times 87600 = 56{,}9$ m/m.

La línea de cierre dista 56,9 m/m del eje tomado para dibujar la elástica en el punto que corresponde a la clave.

Roscas 1

b)

S	δ_1	δ_2	Q	θ mm/mxm	$\Delta = \frac{Q}{45{,}4}$
1	-0,237	+0,014	-0,3	+0,0572	-0,0066
2	-0,223	+0,068	-1,3	+0,0693	-0,0693
3	-0,210	+0,178	-8,2	+0,1001	-0,1809
4	-0,179	-0,068	-1,9	+0,0290	-0,0418
5	-0,179	0,00	0,0	+0,0470	0,00

δ_1 " δ_2 " θ Q " " " y Δ son en realidad incrementos, pues estamos hallando las flechas que produce cada nueva carga que se agrega.

Haciendo como antes se tiene:

Trozo	δ_1	θ	Δ	sen φ	cos φ	y	x	δ_1 sen φ ds	δ_1 cos φ ds	Δ cos φ ds	Δ sen φ ds
1	-0,236	+0,0580	-0,007	0,702	0,712	4,40	4,20	-2,050	-2,080	-0,062	-0,061
2	-0,230	+0,0635	-0,018	0,645	0,761	12,80	13,50	-1,840	-2,167	-0,170	-0,144
3	-0,224	+0,0745	-0,041	0,560	0,830	20,40	23,10	-1,550	-2,400	-0,421	-0,284
4	-0,218	+0,0940	-0,148	0,460	0,888	26,60	33,90	-1,240	-2,398	-1,629	-0,843
5	-0,205	+0,0990	-0,160	0,350	0,937	31,30	44,90	-0,890	-2,381	-1,859	-0,693
6	-0,186	+0,0550	-0,080	0,260	0,965	35,40	57,30	-0,600	-2,222	-0,956	-0,258
7	-0,176	+0,0310	-0,025	0,140	0,991	37,80	69,40	-0,305	-2,160	-0,307	-0,044
8	-0,176	+0,0435	-0,004	0,060	0,995	39,00	81,80	-0,131	-2,170	-0,050	-0,003

Movimiento horizontal de la clave = 119,5 m/m hacia la izquierda.

Giro en arranques = $\frac{-119,5}{39200}$ = - 0,00305

Momento relativo vertical de la clave = 0,00305x87600 = = 267 mm (hacia abajo).

Roscas 2

c)

S	δ_1	δ_2	Q	θ	$\Delta = \frac{Q}{45,4}$
1	-0,080	+ 0,040	+8,7	+0,0270	+ 0,192
2	-0,107	+ 0,086	-9,5	+0,0460	- 0,209
3	-0,075	-0,084	-0,6	-0,0024	- 0,013
4	-0,090	-0,022	-5,8	+0,0178	-0, 128
5	-0,086	0,00	0,0	+0,0225	0, 000

Haciendo lo mismo que antes se tiene:

Trozo	θ	δ	Δ	$\operatorname{sen}\varphi$	$\cos\varphi$	$\delta_1 \operatorname{sen}\varphi\, ds$	$\delta_1 \cos\varphi\, ds$	$\Delta \operatorname{sen}\varphi\, ds$	$\Delta \cos\varphi\, ds$
1	+0,0289	-0,082	+0,160	0,702	0,712	-0,715	-0,725	+1,390	+1,410
2	+0,0421	-0,100	-0,106	0,645	0,761	-0,800	-0,943	-0,846	-0,999
3	+0,0424	-0,104	-0,210	0,560	0,830	-0,722	-1,070	-1,453	-2,157
4	+0,0212	-0,084	-0,105	0,460	0,888	-0,479	-0,925	-0,599	-1,153
5	-0,0034	-0,075	+0,025	0,350	0,937	-0,325	-0,870	+0,108	+0,291
6	+0,0083	-0,086	-0,073	0,260	0,965	-0,277	-1,028	-0,235	-0,873
7	-0,0216	-0,096	-0,121	0,140	0,991	-0,156	-1,103	-0,210	-1,488
8	-0,0226	-0,088	-0,035	0,060	0,996	-0,065	-1,087	-0,026	-0,431

Desplazamiento horizontal relativo en clave = 49,3 m/m hacia la izquierda.

Giro en arranques $\theta_a = \frac{49,3}{39200} = -\ 0,00126$

Desplazamiento vertical relativo en clave: 0,00126x87600 = 110 m/m hacia abajo.

d) Enclavamiento:

S	δ_1	δ_2	Q	θ	$\Delta = \frac{Q}{45,4}$
1	+0,038	-0,034	+1,9	-0,0166	+ 0,0418
2	+0,059	-0,055	+1,5	-0,0270	+ 0,0330
3	+0,052	-0,057	+1,0	-0,0281	+ 0,0220
4	+0,075	-0,083	+0,4	-0,0413	+ 0,0088
5	+0,067	-0,087	0	-0,0401	0,000

Haciendo como siempre:

Trozo	θ	δ	Δ	sen φ	cos φ	δ sen φ ds	δ cos φ ds	Δ sen φ ds	Δ cos φ ds
1	-0,0176	+0,0,40	+0,041	0702	0,712	+0,348	+0,353	+0,356	+0,361
2	-0,0251	+0,054	+0,036	0,645	0,761	+0,432	+0,510	+0,288	+0,339
3	-0,0265	+0,059	+0,031	0,560	0,830	+0,409	+0,606	+0,215	+0,318
4	-0,0250	+0,053	+0,025	0,460	0,888	+0,302	+0,584	+0,143	+0,275
5	-0,0312	+0,053	+0,020	0,350	0,937	+0,230	+0,615	+0,087	+0,232
6	-0,0406	+0,069	+0,013	0,260	0,965	+0,222	+0,825	+0,042	+0,155
7	-0,0410	+0,076	+0,006	0,140	0,991	+0,132	+0,935	+0,010	+0,073
8	-0,0403	+0,071	+0,001	0,060	0,996	+0,053	+0,976	+0,001	+0,012

Desplazamiento relativo horizontal en clave = 39,8 m/m. hacia la derecha.

Giro en arranques = $\theta_a = \frac{+39,800}{39200} = +\ 0,00101$

Desplazamiento relativo vertical en clave = 0,00101x87600 = = 89 mm/m. hacia arriba.

CORRIMIENTOS HORIZONTALES Y VERTICALES DE LOS PUNTOS DE LA DIRECTRIZ CUANDO SE HAN ENCLAVADO LAS ARTICULACIONES.

CORRIMIENTOS EN EL ARCO EMPOTRADO.-

En este caso las fórmulas I (pág. 4) nos darán los corrimientos.

Nos conviene hallar los de la directriz, ya que nada aconseja tomar los de la cabeza superior ni inferior.

Si aplicásemos las fórmulas I como hemos dicho, veríamos que $\sum \theta \neq 0$ y también que la clave sufriría un desplazamiento horizontal, lo cual no es compatible con la simetría de cargas y arco.

Esto es debido a no haberse tenido en cuenta los valores de los giros y desplazamientos que se producen al deformarse el arco plásticamente y a la deformación por el esfuerzo cortante que es apreciable, ya que como lo absorben las diagonales y éstas trabajan con coeficientes bastante altos, la deformación es comparable a las producidas por otras causas.

Por todo ello antes de aplicar las fórmulas I, aplicaremos la corrección que se indica a continuación.

Corrección debida a no haberse tenido en cuenta los $\mathcal{E}$ cortantes ni las deformaciones plásticas.

Las cargas que actúan sobre el arco son simétricas, basta pues con que estudiemos medio arco, ya que sabemos que la clave no ha de girar ni desplazarse a derecha ni a izquierda.

Desplazamiento lateral en clave debido a una serie de giros θ.

$\delta' = -\int \theta \, y \, ds$ " siendo y la ordenada respecto a la clave de la sección que gira θ.

Desplazamiento lateral en clave debido a las variaciones de longitud δ de la directrzi.-

$\delta'' = -\int \delta \cos\varphi \, ds$ " siendo φ el ángulo de la directriz con la horizontal.

Desplazamiento lateral debido a un deslizamiento Δ_a en sentido normal a la directriz.

$$\delta''' = -\int \Delta a \ \text{sen}\varphi \, ds$$

En Total: $\Delta = \delta' + \delta'' + \delta''' = -\int \theta \, y \, ds - \int \delta \cos\varphi \, ds - \int \Delta a \ \text{sen}\varphi \, ds.$

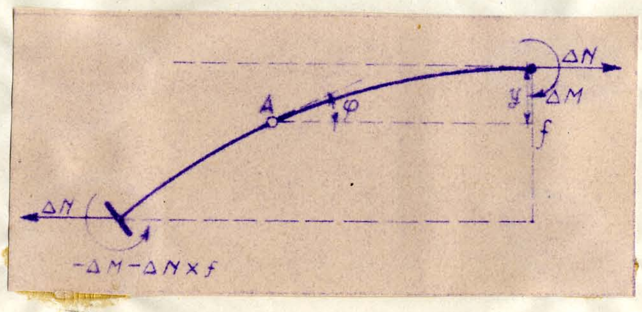
Giro en la clave $\qquad \Phi = \int \theta \, ds \qquad$ (1)

Si se hubiesen tenido en cuenta todos los efectos, no cabe duda que $\begin{cases} \Delta = 0 \\ \Phi = 0 \end{cases}$

Pero como no se han tenido en cuenta, esto no ocurre, lo cual nos indica que se produce un incremento en las reacciones, y por lo tanto también en las deformaciones.

Estos incrementos en las deformaciones serán debidos a los incrementos de las reacciones, ahora bien, la reacción vertical no varía por simetría, solo se incrementan pues el momento y la reacción horizontal.

En clave habrá pues un incremento de momento ΔM y un incremento del esfuerzo normal ΔN. Determinemos sus efectos en giros alargamientos y deslizamientos en las distintas secciones.



En un punto A el momento vale: $m = -\Delta M + Hy$ (y se cuenta negativa hacia abajo).

El esfuerzo normal , $N = \Delta N \cos \varphi$.

El esfuerzo cortante $Q = \Delta N \operatorname{sen} \varphi$.

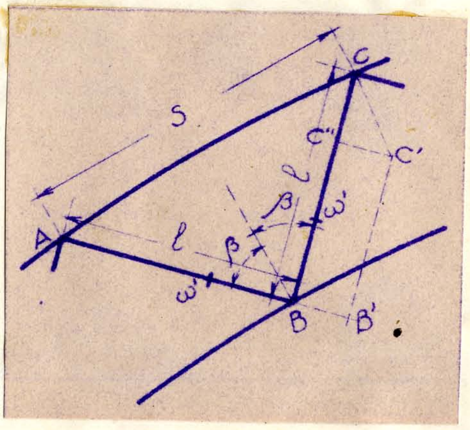
El giro $\Delta\theta$ que se produce en la sección A vale:

$$\Delta\theta = \frac{m}{E\,I} = -\frac{\Delta M}{E\,I} + \frac{\Delta N\, y}{E\,I}$$

El alargamiento $\Delta\delta$ en la misma, es $\Delta\delta = \dfrac{\Delta N \cos}{E\,\omega}$

El deslizamiento $\Delta\Delta$ en la misma, se obtiene como sigue. Si la sección fuera de alma llena , éste sería despreciable, pero al estar formado por diagonales que trabajan con carga elevada, este es grande.

Sea un recuadro con las dimensiones indicadas en la figura.



Sea Q el esfuerzo cortante en dicho recuadro.

El esfuerzo en las diagonales es $F = \pm \dfrac{Q}{\cos\beta}$,

Para $Q > 0$, AB se alarga

y BC se acorta " siendo

$$BB' = \frac{Q}{\cos\beta} \times \frac{l}{E'\omega'} \quad " \quad CC'' = \frac{Q}{\cos\beta} \quad \frac{l}{E'\omega'}$$

Por tanto: $CC' = 2 \frac{Q}{\cos\beta} \quad \frac{l}{E'\omega'} \quad \cos\beta = 2 \frac{Q \times l}{E'\omega'}$

Este es el deslizamiento en la longitud S por tanto

$$\Delta = 2 \frac{Q \times l}{E'\omega' \, S} \quad y$$

el deslizamiento $\Delta\Delta$ es $\Delta\Delta = 2 \dfrac{\Delta N \times \operatorname{sen}\varphi \times l}{E'\omega' \, S}$

El giro Φ y el desplazamiento Δ' en clave debido a estos incrementos de giros alargamientos y deslizamientos valen:

$$\Phi' = \int_0^{\frac{l}{2}} \Delta\theta \, ds = - \frac{\Delta M}{E_c I_c} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{E_c I_c}{E I} \, ds + \frac{\Delta N}{E_c I_c} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{E_c I_c}{EI} \, y \, ds \quad "$$

Siendo $E_c \; I_c$ el valor en clave del producto del momento de inercia por el coeficiente de elasticidad.

$$\Delta' = - \int_0^{\frac{l}{2}} \Delta\theta \, y \, ds - \int \Delta\delta \cos\varphi \, ds - \int \Delta\Delta \operatorname{sen}\varphi \, ds = +$$

$$+ \frac{\Delta M}{E_c I_c} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{E_c I_c}{E I} \, y \, ds - \int \frac{\Delta N}{E_c I_c} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{E_c \; I_c}{E \; I} \, y^2 \, ds$$

$$\frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{E_c I_c}{E\,\omega} \cos^2\varphi\, ds - \frac{2\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{E_c I_c}{E'\omega' \times \frac{S}{l}} \operatorname{sen}^2\varphi\, ds$$

Si hacemos $\frac{E_c I_c}{E I} = r$ " $\frac{E_c I_c}{E\,\omega} = r'$ $\frac{E_c I_c}{E'\omega' \frac{S}{l}} = r''$

se hace

$$\left\{\begin{array}{l} \Phi' = -\frac{\Delta M}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r\,ds + \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r\,y\,ds \qquad (2) \\ \Delta' = +\frac{\Delta M}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} ry\,ds - \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} ry^2 ds - \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r'\cos^2\varphi\, ds - \\ \frac{2\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r''\operatorname{sen}^2\varphi\, ds \end{array}\right.$$

Los incrementos de M y N han de ser tales que $\left\{\begin{array}{l}\Phi + \Phi' = 0 \\ \Delta + \Delta' = 0\end{array}\right.$

Luego poniendo sus valores de las ecuaciones (1) y (2), tenemos:

$$\left\{\begin{array}{l} \int \theta\, ds - \frac{\Delta M}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r\,ds + \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} ry\,ds = 0 \\ -\int \theta\, y\,ds - \int \delta \cos\varphi\, ds - \int \Delta \operatorname{sen}\varphi\, ds + \frac{\Delta M}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} ry\,ds - \\ \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} ry^2 ds - \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} \cos^2\varphi\, ds - \frac{2\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r'' \\ \operatorname{sen}^2\varphi\, ds = 0. \end{array}\right.$$

Para resolver estas ecuaciones, vamos a trasladar el origen al centro de gravedad elástico del arco. Si a es la ordenada de la clave respecto a él y llamamos y a las ordenadas del arco respecto a los nuevos ejes, se tiene $y = y_0 - a$, y sus tituyendo

$$\left\{\begin{aligned}
&\int_0^{\frac{l}{2}} \theta \, ds - \frac{\Delta M}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r ds + \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r y_o \, ds - \\
&- \frac{a \, \Delta N}{E_c \, I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r ds = 0 \\
&-\int_0^{\frac{l}{2}} \theta \, y_o \, ds + a\int_0^{\frac{l}{2}} \theta \, ds - \int_0^{\frac{l}{2}} \delta \cos\varphi \, ds - \int_0^{\frac{l}{2}} \Delta \operatorname{sen}\varphi \, ds + \\
&\frac{\Delta M}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r y_o \, ds - \frac{a \, \Delta M}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r ds - \\
&- \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int r \, y_o^2 \, ds - a^2\frac{\Delta N}{E_c I_c}\int r ds + 2 \, a \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int y_o \, r ds - \\
&- \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r' \cos^2\varphi \, ds - \frac{2o \, \Delta N}{E \, I_c}\int r'' \operatorname{sen}^2\varphi \, ds = 0
\end{aligned}\right.$$

Pero $\int r y_o \, ds = 0$ y reduciendo queda:

$$\left\{\begin{aligned}
&\int_0^{\frac{l}{2}} \theta \, ds - \frac{\Delta M}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r ds - a \, \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int_0^{\frac{l}{2}} r ds = 0 \\
&-\int \theta \, y_o \, ds + a\int_0^{\frac{l}{2}} \theta \, ds - \int_0^{\frac{l}{2}} \delta \cos\varphi \, ds - \int \Delta \operatorname{sen}\varphi \, ds - a \, \frac{\Delta M}{E_c I_c} \\
&\int_0^{\frac{l}{2}} r ds - \frac{\Delta N}{E_c \, I_c}\int r \, y_o^2 \, ds - \\
&- a^2 \, \frac{\Delta N}{E_c I_c}\int r ds - \frac{\Delta M}{E_c I_c}\int r \cos^2\varphi \, ds - \frac{2 \, \Delta N}{E_c \, I_c}\int r'' \operatorname{sen}^2\varphi \, ds = 0
\end{aligned}\right.$$

De la 1ª ecuación se obtiene $\frac{\Delta M}{E_c I_c} \int rds = \int \theta ds - a$

$- a \frac{\Delta N}{E_c I_c} \int rds$ " y sustituyendo a la otra.

$$- \int \theta \, y_o \, ds - \int \delta \cos \varphi ds - \int \Delta \; \mathrm{sen} \varphi ds - \frac{\Delta N}{E_c I_c} \; ry2 \, ds$$

$$- \frac{\Delta N}{E_c I_c} \int r' \cos^2 \varphi ds - \frac{2 \Delta N}{E_c \; I_c} \int r'' \; \mathrm{sen}^2 \varphi \, ds = 0$$

de donde:

$$\frac{\Delta N}{E_c \; I_c} = \frac{- \int \theta \; yo \; ds - \int \delta \cos \varphi \; ds - \int \Delta \; \mathrm{sen} \varphi \; ds}{\int ry_o^2 \; ds + \int r' \cos^2 \varphi ds + 2 \int r'' \; \mathrm{sen}^2 \varphi ds} \text{ "}$$

y por tanto:

$$\frac{\Delta M}{E_c \; I_c} = \frac{\int \theta \; ds}{rds} + a \frac{+ \int \theta \; yo \; ds + \int \delta \cos \varphi \; ds + \int \Delta \; \mathrm{sen} \varphi \; ds}{\int ry_o^2 \; ds + \int r' \cos^2 \varphi ds + 2 \int r'' \; \mathrm{sen}^2 \varphi \, ds}$$

Sustituyendo ΔN y ΔM en los valores que dan $\Delta \theta$, $\Delta \delta$ y ΔQ

(Pna 2) se obtiene:

$$\Delta \theta = - \frac{\Delta M}{E \; I} + \frac{\Delta N \; y}{E \; I} = - \frac{\Delta M}{E_c \; I_c} \, x \, r + \frac{\Delta N}{E_c \; I_c} \; ry \quad \text{ó sea:}$$

$$\Delta \theta = - r \frac{\int \theta \; ds}{\int rds} - \frac{\int \theta \; y_o \; ds + \int \delta \cos \varphi ds + \int \Delta \; \mathrm{sen} \; \varphi \; ds}{\int ry_o^2 \; ds + \int r' \cos^2 \varphi ds + 2 \int r'' \; \mathrm{sen}^2 \varphi ds} \; r$$

$$- ry \; \frac{\int yo \; ds + \int \delta \cos \varphi ds + \int \Delta \; \mathrm{sen} \; \varphi \; ds}{\int ry_o^2 \; ds + \int r' \cos^2 \varphi ds + 2 \int r'' \; \mathrm{sen}^2 \varphi ds}$$

pero $a + y = y_o$ " luego

$$\Delta\theta = - \frac{\int \theta \, ds}{\frac{1}{r}\int r \, ds} - \frac{\int \theta \, y_o \, ds + \int \delta \cos\varphi \, ds + \int \Delta \operatorname{sen}\varphi \, ds}{\frac{1}{r\,y_o}\left(\int r\,y^2_o \, ds + \int r'\cos^2\varphi \, ds + 2\int r''\operatorname{sen}^2\varphi \, ds\right)}$$

$$\Delta\delta = \frac{\Delta N}{E\,\omega}\cos\varphi = \frac{\Delta N}{E_c\, I_c}\, r' \cos\varphi =$$

$$\frac{-\int \theta \, y_o \, ds - \int \delta \cos\varphi \, ds - \int \Delta \operatorname{sen}\varphi \, ds}{\frac{1}{r'\cos}\left(\int r y^2_o \, ds + \int r' \cos^2\varphi \, ds + 2\int r''\operatorname{sen}^2\varphi \, ds\right)}$$

$$\Delta\Delta = 2\frac{\Delta N}{E\,\omega'\frac{s}{l}}\operatorname{sen}\varphi = 2\,\frac{\Delta N}{E_c\, I_c}\, x\, r''\operatorname{sen}\varphi =$$

$$= \frac{-\int \theta \, y_o \, ds - \int \delta \cos\varphi \, ds - \int \Delta \operatorname{sen}\varphi \, ds}{\frac{1}{2\,r''\operatorname{sen}\varphi}\left(\int r y^2_o \, ds + \int r'\cos^2\varphi \, ds + 2\int r''\operatorname{sen}^2\varphi \, ds\right)}$$

METODO DE CALCULO DE LAS CORRECCIONES.-

Dividimos el arco en ocho partes en que ds es constante en cada trozo, θ, $\Delta\theta$, δ, $\Delta\delta$, Δ, $\Delta\Delta$, r, r' y r'' senφ cosφ e y.

Calculamos para cada caso, el valor de estos parámetros que sustituídos en las ecuaciones de corrección nos darán el valor de los numeradores y denominadores para cada caso con lo que se puede hallar la corrección en cada sección.

Llamamos: $A = \int r\,ds$ " $B = \int r y^2 \, ds + \int r'\cos^2\varphi \, ds + 2\int r'' \operatorname{sen}^2\varphi \, ds$ " $C = \int \theta \, y_o \, ds + \int \delta \cos\varphi \, ds + \int \Delta \operatorname{sen}\varphi \, ds$ " $D = \int \theta \, ds$ " entonces:

$\Delta\theta = - \frac{D}{A} r - \frac{C}{B} ry$ " Calcularemos, pues en cada caso

$A, B, C, D, r, ry, r' \cos\varphi$ " y $r'' \operatorname{sen}\varphi$.

$\Delta\delta = - \frac{C}{B} r' \cos\varphi$

$E'\omega' = 2 \times 10^7 \times 0{,}00366 = 7{,}32 \times 10^4$ mTon.

$\Delta\Delta = - \frac{C}{B} r'' \operatorname{sen}\varphi$.

<u>Valores de las constantes</u>.-

r'' r' y r''

Sabemos (p. 2) que" $r = \frac{E_c\ I_c}{E\ I}$ " $r' = \frac{E_c\ I_c}{E\ \omega}$ " $r'' =$

$= \frac{E_c\ I_c}{E'\omega' \frac{S}{l}}$ "

Para las cinco secciones que se estudian hemos encontrado en el capítulo de deformaciones los valores de $E\ I$ y de $E\omega$, en los distintos momentos de la construcción.

Hemos visto y justificado que $\frac{E_c\ I_c}{EI} = r$ varía poco de unos momentos a otros, y podemos admitir también que $\frac{E_c\ I_c}{E\ I}$ permanece constante de unos momentos a otros ya que su influencia en el denominador es muy pequeña (del orden del 5%).

En un momento de construcción dado el denominador de r'' es constante para todas las secciones (ya que $\frac{S}{l} = 1{,}24$, pues el ángulo de dos diagonales es prácticamente constante valiendo 0,62 el seno de su mitad y por lo tanto $S = 2$ sen $\frac{\beta}{2} = 1{,}24\,l$), el numerador $E_c\ I_c$

es constante para todas las secciones en un momento dado luego a cada momento r'' es constante a todo lo largo del arco y su valor es

$$r'' = \frac{E_c\ I_c}{2x10^7x0,00366x1,24} = \frac{E_c\ I_c}{9,08\ x\ 10^4}$$

Tomando los valores de EI y E ω de los capítulos antes citados resulta el siguiente cuadro:

Sección	r	r'
1	0,45	1,77 m^2
2	0,677	2,34 "
3	0,910	3,01 "
4	0,970	3,61 "
5	1,000	3,64 "

Y el valor de r'' constante para las cinco secciones, vale para los sucesivos momentos de hormigonado:

Momento	e	f	g	h	
r''	153	250	290	483	m2

Para averiguar los valores de r y r' que corresponde a cada una de las ocho partes en que el arco se ha dividido se han dibujado las curvas valiéndonos del cuadro anterior en el plano Nº 5 " los valores obtenidos de estas curvas se indican en la página siguiente (caso e) y sirven también para todos los casos.

Sea δ_N el acortamiento de la directriz debido a la compresión que se deduce del capítulo de deformaciones,

θ_M el giro en una sección debido al momento que se deduce del mismo sitio, sea θ_p el giro debido a los acortamientos lentos de las cabezas que vale en función de estos

$$\theta_p = \frac{\delta'_p - \delta''_p}{h}$$

en donde h es la distancia entre cabezas y δ'_p y δ''_p los acortamientos de estos.

El acortamiento de la directriz debido a la deformación lenta, vale:

$\delta_p = \delta'_{2p} - \theta_p\,\nu$ siendo δ'_{2p} el acortamiento de la cabeza inferior, y la distancia de ésta a la directriz.

Tomando como origen el instante de enclavar, resultan los siguientes valores:

e						Totales			
θ_M	δ_N	θ_p	δ'_{2p}	∞	δ_p	θ mm/m	δ mm/m	$\frac{Q}{43,4}$ Q	Δ
+0,00120	-0,0468	-0,00020	-0,0030	1,80	-0,0026	+0,00100	-0,0494	+5,3	+0,117
-0,00008	-0,0560	-0,00020	-0,0030	1,46	-0,0027	-0,00028	-0,0587	-1,4	-0,031
-0,00142	-0,0612	-0,00130	-0,0050	1,56	-0,0030	-0,00272	-0,8622	-7,2	-0,159
-0,00100	-0,0694	-0,00170	-0,0067	2,01	-0,0033	-0,00270	-0,0727	-0,9	-0,020
+0,00094	-0,0690	-0,00180	-0,0067	2,00	-0,0031	-0,00086	-0,0721	0	0

$$d\,S = \frac{97,38}{8_2} = 12,17$$

e) Roscas 3

Trozo	r	r'	r''	y_o	sen φ	cos φ	y^2	$\text{sen}^2\varphi$	$\cos^2\varphi$	ry_o^2	$r''\cos^2\varphi$	ry_o	$r'\cos\varphi$	r'' sen φ
1	0,45	1,77	153	-24,25	0,702	0,712	588,06	0,493	0,507	264	0,900	-10,90	1,26	215
2	0,56	2,05	153	-16,0	0,645	0,761	256,00	0,416	0,584	143	1,195	- 8,97	1,56	197
3	0,70	2,36	153	- 8,60	0,560	0,830	73,96	0,314	0,686	52	1,620	- 6,02	1,96	171
4	0,82	2,74	153	- 2,15	0,460	0,888	44,62	0,211	0,789	4	2,160	- 1,76	2,43	141
5	0,92	3,09	153	+ 2,90	0,350	0,937	8,41	0,122	0,878	8	2,710	+ 2,66	2,90	107
6	0,95	3,43	153	+ 6,50	0,260	0,965	42,25	0,068	0,932	40	3,192	+ 6,17	3,31	80
7	0,97	3,63	153	+ 9,05	0,140	0,991	81,90	0,020	0,980	79	3,560	+ 8,77	3,56	43
8	1,00	3,64	153	+10,10	0,060	0,996	102,10	0,004	0,996	102	3,620	+10,10	3,62	18
	6,37							1,648		692	18,957			

$\int r y_o^2 \, ds = 12{,}17 \times 692 = 8435$ m3 " $\int r' \cos^2\varphi \, ds = 12{,}17 \times 18{,}957 =$
$= 231$ m3 " $2\int r'' \operatorname{sen}^2\varphi \, ds = 12{,}17 \times 2 \times 1{,}648 \times 153 = 6150$ m3 "
$\int r \, ds = 12{,}17 \times 637 = 77{,}6$ m

Trozo	θ mm/m2	δ mm/m	Δ mm/m	y_o	$\cos\varphi$	$\operatorname{sen}\varphi$	θy_o	$\delta\cos\varphi$	$\Delta\operatorname{sen}\varphi$
1	+0,00108	-0,0500	+0,118	-24,25	0,712	0,702	-0,0262	-0,0306	+0,0830
2	+0,00045	-0,0548	+0,035	-16,00	0,761	0,645	-0,0072	-0,0416	+0,0226
3	-0,00050	-0,0593	-0,045	- 8,60	0,830	0,560	+0,0043	-0,0492	-0,0252
4	-0,00188	-0,0630	-0,121	- 2,15	0,888	0,460	+0,0041	-0,0559	-0,0557
5	-0,00283	-0,0652	-0,158	+ 2,90	0,937	0,350	-0,0082	-0,0610	-0,0553
6	-0,00302	-0,0693	-0,100	+ 6,50	0,965	0,250	-0,0196	-0,0668	-0,0260
7	-0,00255	-0,0726	-0,009	+ 9,05	0,991	0,140	-0,0231	-0,0720	-0,0012
8	-0,00138	-0,0729	-0,002	+10,10	0,996	0,060	-0,0139	-0,0725	-0,0001
	-0,01063						-0,0898	-0,4496	-0,0579

$\int \theta y_o \, ds = - 12{,}17 \times 0{,}0898 =$ $\int \delta \cos\varphi \, ds = - 0{,}4496 \times 12{,}17 =$ "
$\int \Delta \operatorname{sen}\varphi \, ds = - 0{,}0579 \times 1217 = - 0{,}705$ m/m
$= - 1{,}09$ m/m $= - 5{,}48$ m/m
$\int \theta \, ds = - 0{,}129$

$$\Delta\theta = \frac{+ 0{,}128}{77{,}6} r + \frac{1{,}09+5{,}48+0{,}705}{8435+231+6150} r y_o = + 0{,}00167 + 0{,}000491 r y_o$$

$\Delta\delta = + 0{,}000491 \, r' \cos\varphi$ " $= + 0{,}000491 \times 2 \, r'' \operatorname{sen}$

Trozo	0,00167r	0,000491 $r y_o$	$\Delta\theta$	0,000491 $r' \cos\varphi = \Delta\delta$	0,000491x2r" $\operatorname{sen}\varphi = \Delta\Delta$	Valores corregidos θ	Valores corregidos δ	Valores corregidos Δ
1	+0,00075	-0,00535	-0,00460	+0,0006	+0,105	-0,00352	-0,0494	+0,229
2	+0,0093	-0,00440	-0,00347	+0,0002	+0,097	-0,00302	-0,0540	+0,132
3	+0,00117	-0,00295	-0.00178	+0,0009	+0,084	-0,00228	-0,0584	+0,039
4	+0,00137	-0,00087	+0,00050	+0,0012	+0,069	-0,00138	-0,0628	-0,052
5	+0,00153	+0,00130	+0,00283	+0,0014	+0,053;	0,000	-0,0638	-0,105

(sigue)

6	+0,00159	+0,00303	+0,00462	+0,0016	+0,039	+0,00160	-0,0677	-0,061
7	+0,00162	+0,00430	+0,00592	+0,0017	+0,021	+0,00337	-0,0709	+0,012
8	+0,00167	+0,00496	+0,00663	+0,0018	+0,009	+0,00525	-0,0711	+0,007

Dibujo de la elástica.- Para averiguar los corrimientos debidos a θds trazaremos el funicular correspondiente a θ elástica agregaremos en cada punto $\sum^{\infty} \delta \operatorname{sen} \varphi \, ds$ y $\sum^{\infty} \Delta$ dos $\varphi \, ds$ para los corrimientos verticales, y $\sum_0^{\infty} \delta \cos \varphi \, ds$, $\sum_0^{\infty} \Delta \operatorname{sen} \varphi \, ds$ para los horizontales.

Trozo	θ	$\Sigma\theta$	$\Sigma \delta \operatorname{sen}\varphi ds$	" Σ "	$\cos\varphi ds$	" Σ	" $\Delta \operatorname{sen}\varphi ds$	" Σ	" $\Delta \cos\varphi ds$	Σ
1	-0,00352	-0,00352	-0,421	-0,421	-0,429	-0,429	+1,960	+1,960	+1,989	+1,989
2	-0,00302	-0,00654	-0,424	-0,845	-0,501	-0,930	+1,035	+2,995	+1,224	+3,213
3	-0,00228	-0,00882	-0,398	-1,243	-0,589	-1,519	+0,256	+3,251	+0,395	+3,608
4	-0,00138	-0,01020	-0,351	-1,594	-0,677	-2,196	-0,292	+2,959	-0,563	+3,045
5	0,000	-0,01022	-0,272	-1,866	-0,728	-2,924	-0,449	+2,510	-1,200	+1,845
6	+0,00337	-0,00525	-0,121	-2,201	-0,855	-4,575	+0,021	+2,316	+0,717	+1,128
7	+0,00337	-0,00525	-0,121	-2,201	-0,855	-4,575	+0,021	+2,337	+0,145	+1,273
8	+0,00525	0,000	-0,054	-2,255	-0,862	-5,437	+0,004	+2,341	+0,085	+1,358

f) Roscas 4.

θ_M	δ_N	θ_p	δ_{2p}	∞	δ_p	ΔQ	θ	δ	$\Delta = \frac{\Delta Q}{45,4}$
+0,00130	-0,0224	+0,00070	-0,0060	1,14	-0,0068	-3,6	+0,00200	-0,0292	-0,079
-0,00077	-0,0275	+0,00080	-0,0059	0,97	-0,0067	-1,3	+0,00003	-0,0342	-0,029
-0,00140	-0,0301	+0,0000	-0,0084	1,01	-0,0084	+4,7	-0,00140	-0,0385	+0,104
+0,00050	-0,0306	+0,00030	-0,0085	1,19	-0,0089	-5,5	+0,00080	-0,0395	-0,121
-0,00088	-0,0305	+0,00020	-0,0085	1,18	-0,0087	0,0	-0,00068	-0,0392	0,000

eduardo torroja
oficina tecnica

Trozo	θ	δ	Δ	y_o	$\cos\varphi$	$\operatorname{sen}\varphi$	y_o	$\delta\cos$	$\Delta\operatorname{sen}\varphi$
1	+0,00196	-0,0293	-0,078	-24,25	0,712	0,702	-0,0475	-0,0208	-0,055
2	+0,00090	-0,0319	-0,062	-16,00	0,761	0,645	-0,0144	-0,0242	-0,040
3	-0,00020	-0,0347	-0,019	- 8,60	0,830	0,560	+0,0017	-0,0288	-0,011
4	-0,00125	-0,0370	+0,059	- 2,15	0,888	0,460	+0,0027	-0,0328	+0,027
5	-0,00127	-0,0385	+0,102	+ 2,90	0,937	0,350	-0,0037	-0,0362	+0,036
6	+0,00029	-0,0392	+0,009	+ 6,50	0,965	0,260	+0,0019	-0,0378	+0,002
7	+0,00063	-0,0393	-0,138	+ 9,05	0,991	0,140	+0,0057	-0,0390	-0,019
8	-0,00045	-0,0392	-0,069	+10,10	0,996	0,060	-0,0045	-0,0390	-0,004
	+0,00061						-0,0581	-0,2586	-0,064

$r'' = 250$

$$\int \theta\, ds = +\,0{,}00061 \times 12{,}17 \quad \text{"} \qquad \int \theta\, y_o\, ds = -\,0{,}0581 \times 12{,}17 \quad \text{"}$$

$$\int \delta \cos\varphi\, ds = -\,0{,}2586 \times 12{,}17 \quad \text{"} \qquad \int \Delta \operatorname{sen}\varphi\, ds = -\,0{,}064 \times 12{,}17 \quad \text{"}$$

$$\int r\, ds = 6{,}37 \times 12{,}17 \quad \text{"} \qquad \int r y_o^2\, ds = 692 \times 12{,}17$$

$$\int r' \cos^2\varphi\, ds = 19 \times 12{,}17 \quad \text{"} \qquad \int r'' \operatorname{sen}^2\varphi\, ds = 2 \times 250 \times 1{,}648 \times 12{,}76 =$$

$$= 824 \times 12{,}17.$$

$$\Delta\theta = -\,\frac{0{,}00061}{6{,}37}\, r + \frac{0{,}0581 + 0{,}2586 + 0{,}064}{692 + 19 + 824}\, r y_o = -\,0{,}0000957\, r +$$

$$+0{,}000248\, r y_o$$

$$\Delta\delta = +\,0{,}000248\, r' \cos\varphi \qquad \Delta\Delta = +\,0{,}000248 \times 2\, r'' \operatorname{sen}\varphi\,.$$

Trozo	1	2	3	4	5	6	7	8
$2\, r'' \operatorname{sen}\varphi$	351	323	280	230	175	130	70	30

Trozo	$-0{,}0000957_{r}$	$+0{,}000248_{ry_o}$	$\Delta\theta$	$\Delta\delta$	$\Delta\Delta$	θ	δ	Δ
1	-0,00004	-0,00270	-0,00274	+0,0003	+0,089	-0,00078	-0,0290	+0,011
2	-0,00005	-0,00223	-0,00228	+0,0004	+0,080	-0,00138	-0,0315	+0,018
3	-0,00007	-0,00149	-0,00156	+0,0005	+0,069	-0,00176	-0,0342	+0,050
4	-0,00008	-0,00043	-0,00051	+0,0006	+0,057	-0,00176	-0,0364	+0,116
5	-0,00009	+0,00066	+0,00057	+0,0007	+0,043	-0,00070	-0,0379	+0,145
6	-0,00009	+0,00153	+0,00144	+0,0008	+0,032	+0,00173	-0,0384	+0,041
7	-0,00009	+0,00218	+0,00209	+0,0009	+0,017	+0,00272	-0,0384	-0,121
8	-0,00010	+0,00250	+0,00240	+0,0009	+0,007	+0,00195	-0,0383	-0,062

Trozo	θ	$\Sigma\theta$	$\delta\cos\varphi\,ds$ mm	Σ	$\delta\,\mathrm{sen}\,\varphi\,ds$ mm	Σ	$\Delta\cos\varphi\,ds$ mm	Σ	$\Delta\,\mathrm{sen}\,\varphi\,de$ mm	Σ
1	-0,00078	-0,00078	-0,251	-0,251	-0,248	-0,248	+0,095	+0,095	+0,094	+0,094
2	-0,00138	-0,00216	-0,292	-0,543	-0,247	-0,495	+0,167	+0,262	+0,141	+0,235
3 3	-0,00176	-0,00392	-0,246	-0,789	-0,223	-0,718	+0,506	+0,768	+0,341	+0,576
4	-0,00176	-0,00568	-0,384	-1,173	-0,204	-0,922	+1,254	+2,022	+0,651	+1,227
5	-0,00070	-0,00638	-0,433	-1,506	-0,161	-1,083	+1,657	+3,679	+0,620	+1,847
6	+0,00173	-0,00465	-0,451	-2,057	-0,122	-1,205	+0,493	+4,172	+0,130	+1,977
7	+0,00272	-0,00193	-0,465	-2,522	-0,066	-1,271	-1,461	+2,711	-0,169	+1,808
8	+0,00195	+0,00002	-0,466	-2,988	-0,028	-1,299	-0,830	+1,881	-0,045	+1,763

S	θ_M	δ_N	θ_p	δ'_{2p}	∞	δ_p	Δ_Q	θ	δ	Δ
1	+0,00340	-0,0307	+0,00120	-0,0056	0,84	-0,0066	-8,5	+0,00460	-0,0373	-0,187
2	-0,00011	-0,0380	+0,00050	-0,0074	0,72	-0,0078	-2,5	+0,00039	-0,0458	-0,055
3	-0,00670	-0,0404	+0,00050	-0,0083	0,70	-0,0086	-5,3	-0,00620	-0,0490	-0,117
4	+0,00004	-0,0406	+0,00050	-0,0075	0,81	-0,0079	+7,6	+0,00054	-0,0485	+0,167
5	+0,00594	-0,0403	+0,00050	-0,0078	0,84	-0,0082	0,0	+0,00644	-0,0485	0,00

Trozo	θ	δ	Δ	y_0	$\cos\varphi$	$\mathrm{sen}\,\varphi$	θy_0	$\delta\cos\varphi$	$\Delta\,\mathrm{sen}\,\varphi$
1	+0,00460	-0,0375	-0,180	-24,25	0,712	0,702	-0,1113	-0,0267	-0,1262
2	+0,00245	-0,0421	-0,076	-16,00	0,761	0,645	-0,0392	-0,0321	-0,0490
3	-0,00008	-0,0460	-0,059	- 8,60	0,830	0,560	+0,0007	-0,0382	-0,0330
4	-0,00345	-0,0491	-0,098	- 2,15	0,888	0,460	+0,0074	-0,0436	-0,0450
5	-0,00640	-0,0490	-0,112	+ 2,90	0,937	0,350	-0,0185	-0,0459	-0,0392
6	-0,00405	-0,0485	+0,060	+ 6,50	0,965	0,260	-0,0263	-0,0468	+0,0156
7	+0,00180	-0,0485	+0,170	+ 9,05	0,991	0,140	+0,0163	-0,0480	+0,0238
8	+0,00597	-0,0485	+0,076	+10,10	0,996	0,060	+0,0603	-0,0483	+0,0045
	+0,00084						-0,1106	-0,3296	-0,2485

$$\int \theta\, ds = +\,0{,}00084 \times 12{,}17 \quad " \qquad \int \theta\, y_0\, ds = -\,0{,}1106 \times 12{,}17 \quad "$$

$$\int \delta \cos\varphi\, ds = -\,0{,}3296 \times 12{,}17 \quad " \qquad \int \Delta\, \mathrm{sen}\,\varphi\, ds = -\,0{,}2485 \times 12{,}17 \quad "$$

$$\int r\, ds = 6{,}37 \times 12{,}17 \qquad \int r y_0^2\, ds = 692 \times 12{,}17 \quad "$$

$$\int r' \cos^2\varphi\, ds = 19 \times 12{,}17 \quad " \qquad \int 2r''\, \mathrm{sen}^2\varphi\, ds = 2 \times 290 \times 1{,}648 \times 12{,}17 =$$

$$= 956 \times 12{,}17 \quad "$$

$$\Delta\theta = -\frac{0{,}00084}{6{,}37}\, r + \frac{0{,}1106 + 0{,}3296 + 0{,}2485}{692 + 19 + 956}\, r y_0 = -$$

$$= -\,0{,}000132\, r + 0{,}000413\, r y_0$$

$$\Delta\delta = +\,0{,}000413\, r' \cos\varphi \qquad \Delta\Delta = +\,0{,}000413 \times 2\, r''\, \mathrm{sen}\,\varphi$$

Trozo	1	2	3	4	5	6	7	8
$2\, r''\, \mathrm{sen}\,\varphi$	407	374	325	267	203	151	81	35

eduardo torroja
oficina tecnica

Trozo	$-0,000132\ r$	$+0,000413\ ry_o$	$\Delta\theta$	$\Delta\delta$	$\Delta\Delta$	θ	δ	Δ
1	-0,00006	-0,00450	-0,00456	+0,0005	+0,168	+0,00004	-0,0370	-0,012
2	-0,00007	-0,00370	-0,00377	+P,0006	+0,154	-0,00132	-0,0415	+0,078
3	-0,00009	-0,00248	-0,00257	+0,0008	+0,134	-0,00265	-0,0452	+0,075
4	-0,00011	-0,00073	-0,00084	+0,0010	+0,110	-0,00429	-0,0481	+0,012
5	-0,00012	+0,00109	+0,00097	+0,0012	+0,084	-0,00543	-0,0478	-0,028
6	-0,00012	+0,00255	+0,00243	+0,0014	+0,062	-0,00162	-0,0471	+0,122
7	-0,00013	+0,00362	+0,00349	+0,0015	+0,033	+0,00529	-0,0470	+0,203
8	-0,00013	+0,00417	+0,00404	+0,0015	+0,014	+0,01001	-0,0470	+0,090

Trozo	θ	$\Sigma\theta$	$\delta_{cos}\varphi ds$	Σ	$\delta_{sen}\varphi ds$	Σ	$\Delta cos\varphi ds$		$\Delta sen\varphi ds$	
1	+0,00004	+0,00004	-0,320	-0,320	-0,316	-0,316	-0,104	-0,104	-0,102	-0,102
2	-0,00132	-0,00128	-0,384	-0,704	-0,326	-0,642	+0,722	+0,618	+0,612	+0,510
3	-0,00265	-0,00393	-0,456	-1,160	-0,308	-0,950	+0,757	+1,375	+0,511	+1,021
4	-0,00429	-0,00822	-0,520	-1,680	-0,269	-1,219	+0,129	+1,504	+0,067	+1,088
5	-0,00543	-0,01365	-0,545	-2,225	-0,203	-1,422	-0,320	+1,184	-0,119	+0,969
6	-0,00162	-0,01527	-0,554	-2,779	-0,149	-1,571	+1,432	+2,616	+0,386	+1,355
7	+0,00529	-0,00998	-0,568	-3,347	-0,080	-1,651	+2,442	+5,058	+0,346	+1,701
8	+0,01001	+0,00003	-0,571	-3,918	-0,034	-1,685	+1,091	+6,149	+0,066	-1,767

h)

En este caso elmesfuerzo cortante que absorben las diagonales es 0,5 Q, ó bien $\frac{1}{2}$ Q, según se vió en el capítulo de esfuerzos normales.

Roscas 6-7:

S	θ_M	δ_N	θ_p	δ_{2p}	∞	δ_p	ΔQ	$\Delta = \frac{\Delta Q}{2x45,4}$	θ	δ
1	+0,00803	-0,0374	+0,00190	-0,0096	1,10	-0,0117	-18,5	-0,200	+0,00993	-0,0470
2	-0,00325	-0,0428	-0,00060	-0,0156	1,09	-0,0149	-33,8	-0,372	-0,00385	-0,0584
3	-0,00767	-0,0437	-0,00100	-0,0177	1,09	-0,0166	-15,1	-0,166	-0,00867	-0,0614
4	+0,00181	-0,0430	+0,00130	-0,0160	1,18	-0,0175	+10,9	+0,120	+0,00311	-0,0590
5	+0,00505	-0,0424	+0,00190	-0,0156	1,18	-0,0178	0,0	0,00	+0,00695	-0,0580

Trozo	θ	δ	Δ	y_o	$\cos\varphi$	$\operatorname{sen}\varphi$	θy_o	$\delta\cos\varphi$	$\Delta\operatorname{sen}\varphi$
1	+0,00950	-0,0483	-0,204	-24,25	0,712	0702	-0,2300	-0,0344	-0,143
2	+0,00170	-0,0549	-0,311	-16,00	0,761	0,645	-0,0272	-0,0417	-0,201
3	-0,00450	-0,0594	-0,370	- 8,60	0,830	0,560	+0,0395	-0,0493	-0,207
4	-0,00820	-0,0617	-0,281	- 2,15	0,888	0,460	+0,0176	-0,0548	-0,129
5	-0,00820	-0,0612	-0,150	+ 2,90	0,937	0,350	-0,0238	-0,0574	-0,052
6	-0,00260	-0,0602	+0,012	+ 6,50	0,965	0,260	-0,0169	-0,0581	+0,003
7	+0,00400	-0,0588	+0,134	+9,05	0,991	0,140	+0,0362	-0,0583	+0,019
8	+0,00660	-0,0580	+0,076	+10,10	0,996	0,060	+0,0667	-0,0577	+0,005
	-0,00180						-0,1379	-0,4117	-0,705

r'' = 483

$\int \theta \, ds = -0{,}00180 \times 12{,}17$ " $\quad \int \theta \, y_o \, ds = -0{,}1379 \times 12{,}17$ "

$\int \delta \cos\varphi \, ds = -0{,}4117 \times 12{,}17$ " $\quad \int \Delta \operatorname{sen}\varphi \, ds = -0{,}705 \times 12{,}17$ "

$\int r \, ds = 6{,}37 \times 12{,}17$ " $\quad \int r y_o^2 \, ds = 692 \times 12{,}17$ "

$\int r' \cos^2\varphi \, ds = 19 \times 12{,}17$ " $\quad \int r'' \cos^2\varphi \, ds = 483 \times 1{,}648 \times$ $\times 12{,}17 = 795 \times 12{,}17.$

$$\Delta\theta = + \frac{0{,}00180}{6{,}37} r + \frac{0{,}1379 + 0{,}4117 + 0{,}7050}{692 + 19 + 795} r y_o = + 0{,}000283 \, r + + 0{,}000835 \, r y_o$$

$$\Delta\theta = + 0{,}000835 \, r' \cos\varphi \qquad \Delta\Delta = + 0{,}000835 \times r'' \operatorname{sen}\varphi .$$

Trozo	1	2	3	4	5	6	7	8
$r'' \operatorname{sen}\varphi$	339	311	270	222	169	125	68	29

Trozo	0,000283 r	0,000835 ry_o	$\Delta\theta$	$\Delta\delta$	$\Delta\Delta$	θ	δ	Δ
1	+0,00013	-0,00910	-0,00897	+0,0010	+0,283	+0,00053	-0,0473	+0,079
2	+0,00016	-0,00750	-0,00734	+0,0013	+0,260	-0,00564	-0,0536	-0,051
3	+0,00020	-0,00503	-0,00483	+0,0016	+0,225	-0,00933	-0,0578	-0,145
4	+0,00023	-0,00147	-0,00124	+0,0020	+0,185	-0,00944	-0,0597	-0,096
5	+0,00026	+0,00222	+0,00248	+0,0024	+0,141	-0,00572	-0,0588	-0,009
6	+0,00027	+0,00515	+0,00542	+0,0028	+0,104	+0,00282	-0,0574	+0,116
7	+0,00027	+0,00732	+0,00759	+0,0030	+0,057	+0,01159	-0,0558	+0,191
8	+0,00028	+0,00842	+0,00870	+0,0030	+0,024	+0,01530	-0,0550	+0,100

Trozo	θ	$\sum\theta$	$\delta_{\cos\varphi ds}$ mm	$\sum$	$\delta_{sen\varphi ds}$ mm	$\sum$	$\Delta\cos\varphi ds$	$\sum$	$\Delta sen\varphi ds$	$\sum$
1	+0,00053	+0,00053	-0,410	-0,410	-0,404	-0,404	+0,684	+0,684	+0,675	+0,675
2	-0,00564	-0,00511	-0,498	-0,908	-0,421	-0,825	-0,473	+0,211	-0,401	+0,274
3	-0,00933	-0,01444	-0,584	-1,492	-0,394	-1,219	-1,464	-1,253	-0,990	-0,716
4	-0,00944	-0,02388	-0,646	-2,138	-0,335	-1,554	-1,037	-2,290	-0,538	-1,254
5	-0,00572	-0,02960	-0,671	-2,809	-0,250	-1,804	-0,103	-2,393	-0,038	-1,292
6	+0,00282	-0,02678	-0,675	-3,484	-0,182	-1,986	+1,362	-1,031	+0,357	-0,935
7	+0,01159	-0,01519	-0,674	-4,158	-0,095	-2,081	+2,304	+1,273	+0,325	-0,610
8	+0,01530	+0,0011	-0,666	-4,824	-0,040	-2,121	+1,213	+2,486	+0,073	-0,537

i)

Enlazadas ya las dos cabezas, el esfuerzo cortante queda absorbido en su totalidad por el hormigón, pudiendo entonces despreciarse la deformación debida al esfuerzo cortante.

Roscas 8

Entonces la expresión de la corrección será:

$$\Delta\theta = - \frac{\int \theta \, ds}{\int\int r ds} r - r y_o \frac{\int \theta \, y_o ds + \int \delta \cos\varphi \, ds}{\int r y_o^2 \, ds} \;\; ,,$$

Despreciamos $\int r' \cos^2\varphi ds$,, y también $\Delta\delta$ por ser muy pequeño.

Pasemos pues a este caso.

θ_M	θ_p	δ_N	δ_{2p}	∞	δ_p	θ	δ
+0,00330	0,000	-0,0053	-0,0110	1,72	-0,0110	+0,00330	-0,0163
-0,00093	-0,00310	-0,0058	-0,0190	1,72	-0,0137	-0,00403	-0,0195
-0,00449m	-0,00260	-0,0064	-0,0171	1,63	-0,0129	-0,00709	-0,0193
+0,00139	-0,00170	-0,0063	-0,0158	1,61	-0,0131	-0,00031	-0,0194
+0,00781	-0,00140	-0,0061	-0,0158	1,60	-0,0136	+0,00641	-0,0197

Trozo	θ	δ	y_o	$\cos\varphi$	θy_o	$\delta \cos\varphi$
1	+0,00315	-0,0164	-24,25	0,712	-0,0765	-0,0116
2	-0,00085	-0,0185	-16,00	0,761	+0,0156	-0,0141
3	-0,00430	-0,0195	- 8,60	0,830	+0,0369	-0,0162
4	-0,00640	-0,0196	- 2,15	0,888	+0,0,137	-0,0174
5	-0,00710	-0,0192	+ 2,90	0,937	-0,0206	-0,0180
6	-0,00450	-0,0192	+ 6,50	0,965	-0,0292	-0,0185
7	+0,00070	-0,0194	+ 9,05	0,991	+0,0063	-0,0192
8	+0,00576	-0,0196	+10,10	0,996	+0,0584	-0,0195
	-0,01354				+0,0046	-0,1345

$$\Delta\theta = + \frac{0,01354}{6,37} r + \frac{-0,0046+0,1345}{692} \times r y_o = + 0,00212\ r +$$

$$+ 0,000188\ r y_o$$

Trozo	+0,00212 r	+0,000188 $r y_o$	$\Delta\theta$	θ	$\Sigma\theta$	$\delta_{sen\varphi}ds$	Σ_{mm}	$\delta_{cos\varphi}ds$ mm	Σ
1	+0,00095	-0,00205	-0,00110	+0,00205	+0,00205	-0,140	-0,140	-0,141	-0,141
2	+0,00119	-0,00169	-0,00050	-0,00135	+0,00070	-0,145	-0,285	-0,172	-0,313
3	+0,00148	-0,00113	+0,00035	-0,00395	-0,00325	-0,133	-0,418	-0,197	-0,510
4	+0,00174	-0,00033	+0,00141	-0,00499	-0,00824	-0,109	-0,527	-0,212	-0,722
5	+0,00195	+0,00050	+0,00245	-0,00465	-0,01289	-0,082	-0,609	-0,219	-0,941
6	+0,00201	+0,0116	+0,00317	-0,00133	-0,01422	-0,061	-0,670	-0,225	-1,166
7	+0,00206	+0,00165	+0,00371	+0,00441	-0,00981	-0,033	-0,703	-0,234	-1,400
8	+0,00212	+0,00190	+0,00402	+0,00978	-0,00003	-0,015	-0,718	-0,237	-1,637

j) Tablero

S	θ_M	θ_p	δ_N	δ_p	θ	δ
1	-0,00450	-0,00310	-0,0152	-0,02320	-0,00760	-0,0384
2	0,000	-0,00370	-0,0150	-0,02060	-0,00370	-0,0356
3	+0,00506	-0,00390	-0,0139	-0,0271	+0,00116	-0,0410
4	-0,00099	-0,00380	-0,0139	-0,0268	-0,00479	-0,0407
5	-0,00083	-0,00520	-0,0141	-0,0270	-0,00603	-0,0411

Trozo	θ	δ	y_o	$\cos\varphi$	θy_o	$\delta \cos\varphi$
1	-0,00760	-0,0382	-24,25	0,712	+0,1840	-0,0274
2	-0,00585	-0,0366	-16,00	0,761	+0,0937	-0,0278
3	-0,00350	-0,0358	- 8,60	0,830	+0,0301	-0,0297
4	-0,00050	-0,0385	- 2,15	0,888	+0,0011	-0,0350
5	+0,00112	-0,0410	+ 2,90	0,937	+0,0032	-0,0384
6	-0,00162	-0,0410	+ 6,50	0,965	-0,0105	-0,0393
7	-0,00545	-0,0408	+ 9,05	0.991	-0,0493	-0,0405
8	-0,00610	-0,0410	+10,10	0,996	-0,0616	-0,0408
	-0,02950				+0,1907	-0,2791

$$\Delta\theta = + \frac{0,02950}{6,37}\, r + \frac{-0,1907+0,2791}{692}\, r y_o = +$$

$$+ 0,00463\, r + 0,000113\, r y_o$$

Trozo	$+0{,}00463\,r$	$+0{,}000118\,r_{yo}$	$\Delta\theta$	θ	$\Sigma\theta$	$\delta_{sen\varphi ds}$	Σ	$\delta_{cos\varphi ds}$	Σ
1	+0,00208	-0,00123	+0,00085	-0,00675	-0,00675	-0,326	-0,326	-0,334	-0,334
2	+0,00259	-0.00102	+0,00157	-0,00428	-0,01103	-0.288	-0,614	-0,338	-0,672
3	+0,00324	-0,00068	+0,00256	-0,00094	-0,01197	-0,243	-0,857	-0,362	-1,034
4	+0,00380	-0,00020	+0,00360	+0,00310	-0,00887	-0,215	-1,072	-0,426	-1,460
5	+0,00426	+0,00030	+0,00456	+0,00568	-0,00319	-0,174	-1,246	-0,468	-1,928
6	+0,00440	+0,00070	+0,00510	+0,00348	+0,00029	-0,130	-1,376	-0,481	-2,409
7	+0,00449	+0,00099	+0,00548	+0,00003	+0,00032	-0,070	-1,446	-0,493	-2,902
8	+0,00463	+0,00114	+0,00577	-0,00033	-0,00001	-0,031	-1,477	-0,497	-3,399

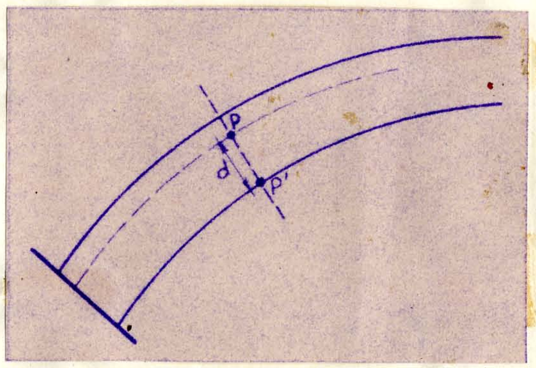
PASO DE LAS ELASTICAS HALLADAS PARA LOS PUNTOSDE LA CABEZA SUPERIOR, Y DE LA DIRECTRIZ, A LAS ELASTICAS QUE CORRESPONDEN AL INTRADOS DEL ARCO .-

ELASTICAS TOTALES.-

Tenemos ya, las elásticas que se producen al agregar cada causa. En el arco articulado, las de la cabeza superior y en el empotrado las de la directriz.

Nos conviene en uno y otro caso, determinar las elásticas del intradós del arco hormigonado, ya que a él han de ir las señales.

Vamos a ver como se pasa de una elástica referente a una fibra, a la elástica que corresponde a la fibra del trasdós.



El movimiento de P consiste:
1º) En una traslación debida al acortamiento de la fibra que pasa por P.
2º) En un deslizamiento de la sección.
3º) En un giro alrededor de P.

El movimiento de P'se compone: 1º) En una traslación igual al caso 1º de P.
2º) En un deslizamiento igual al caso 2º de P.
3º) En un giro alrededor de P.

Es decir el movimiento de P' es el de P, aumentando en el término que corresponde al giro.

Si llamamos θ al giro por unidad de una sección, el desplazamiento relativo entre P y P' debido a estos giros vale:

$$\Delta = d \times \int_0^P \theta \, ds$$

siendo d la distancia entre P y P' " Δ tiene sentido normal a la sección, luego sus componentes son:

$$\Delta y = d \times \operatorname{sen}\varphi \int_0^P \theta \, ds \quad " \quad \Delta x = d \times \cos\varphi \int_0^P \theta \, ds.$$

Adoptando los signos de los corrimientos como sigue

$\theta \circlearrowright > 0$ $\quad \Delta y \uparrow > 0$ $\quad \Delta x \leftarrow > 0$ queda

$$\Delta y = + d \operatorname{sen}\varphi \int_0^P \theta \, ds \qquad \Delta x = - d \cos\varphi \int_0^P \theta \, ds$$

Estos valores sumados a los de las flechas del punto P, nos dan lòs del punto P'.

Vamos a deducir valores de las elásticas halladas.

Llamaremos: f_v la flecha vertical " f_h la horizontal. $\Sigma\theta$ la suma de los giros (El de arranque inclusive cuando lo haya) hasta el punto considerado. d lo dicho antes. φ el ángulo de la directriz con la horizontal. Δx y Δy las correcciones.

Determinaremos las flechas en 4 secciones para cada caso, que es suficiente para dibujar las elásticas.

eduardo torroja
oficina tecnica

Valores de f_r y f_h en distintos casos " $f_v \uparrow >$ 0 " $f_h \leftarrow > 0$

Caso →	a		b		c		d		e		f		g		h	
Sección	f_v mm	f_h mm	f_v mm	f_h o	f_r o	f_h o	f_r e	f_h o	f_r o	f_h o	f_v o	f_h o	f_v o	f_h o	f_v o	f_h o
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-8,3	-0,0	-46,1	-32,0	-18,1	-13,0	+14,6	+12,0	-5,5	-3,1	-1,0	+0,1	-1,5	-0,0	-1,2	+1,4mm
2	-18,2	-0,8	-58,0	-28,0	-13,9	- 8,0	+17,5	+11,8	-8,2	-3,2	-4,1	-0,9	-4,0	0,0	-3,6	+1,5 "
3	-41,7	-3,6	-14,5	-12,0	- 4,0	- 3,0	+ 3,5	+ 6,0	-10,0	-1,7	-8,2	-1,2	-9,0	-0,3	-12,7	-0,2 "
4	-53,6	0,0	+54,8	0,0	+ 2,6	0,0	-35,7	0,0	-11,8	0,0	-6,6	0,0	-15,2	0,0	-20,7	0,0

Caso	i		j	
Sección	f_r	f_h	f_r	f_h
0	0	0	0	0
1	0,0	+0,6	-2,0	-0,2
2	-1,2	+0,5	-5,3	-1,3
3	-4,8	+0,0	-6,7	-0,4
4	-7,4	0,0	-6,8	0,0

A continuación se indican para los mismos casos los valores de $\Sigma\theta$ y d.

Los valores de $\Delta\varphi$ y Δ_y son:

Caso	a		b		c		d		e		f		g		h	
Sección	Δ_y m/m	$\Delta\varphi$ m/m	Δ_y m/m	$\Delta\varphi$ m/m	Δ_y m/m	$\Delta\varphi$ m/m	Δ_y m/m	$\Delta\varphi$ mm	Δ_y	$\Delta\varphi$	Δ_y	$\Delta\varphi$	Δ_y	$\Delta\varphi$	Δ_y	$\Delta\varphi$
0	-2,42	+2,15	-11,34	+10,08	-4,69	+4,16	+ 3,76	-3,34	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0,40	+0,47	- 4,59	+ 5,41	-1,13	+1,33	+1,42	-1,67	-0,9	+0,11	-0,03	+0,03	-0,01	+0,01	-0,06	+0,08
2	-1,48	+2,86	+1,09	-2,11	+0,82	-1,58	-0,31	+0,60	-0,11	+0,21	-0,05	+0,09	-0,06	+0,12	-0,20	+0,39
3	-0,94	+3,44	+2,66	-9,78	+0,51	-1,87	-1,14	+4,18	-0,07	+0,25	-0,02	+0,09	-0,06	+0,21	-0,13	+0,49
4	0	-0,56	0	-13,95	0	+0,30	0	+8,50	0	0	0	0	0	0	0	0

Caso	i		j	
Sección	Δ_y	$\Delta\varphi$	Δ_y	$\Delta\varphi$
0	0	0	0	0
1	+0,01	-0,01	-0,23	+0,27
2	-0,11	+0,22	-0,12	+0,23
3	-0,09	+0,33	+0,00	+0,01
4	0	0	0	0

Por último se indican los valores corregidos.

Caso	a		b		c		d		e		f		g		h	
Sección	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h
0	-2,42	+2,20	-11,30	+10,10	-4,79	+4,2	+3,8	- 3,3	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-8,7	+0,5	-50,7	-26,6	-19,2	-11,7	+16,0	+10,3	- 5,6	- 3,0	-1,0	+0,1	- 1,5	+0,0	- 1,3	+1,5
2	-19,5	+2,1	-56,9	-30,1	-13,1	- 9,6	+17,2	+12,4	- 8,3	- 3,0	-4,2	-0,8	- 4,1	+0,1	- 3,8	+1,9
3	-42,6	-0,2	-11,8	-21,8	- 3,5	- 4,9	+ 2,4	+10,2	-10,1	-1, 4	-8,2	-1,1	- 9,1	-0,1	-12,8	+0,3
4	-53,6	-0,6	+54,8	-13,9	+ 2,6	+ 0,3	-35,7	+ 8,5	-11,8	-00,9	-6,6	0	-15,2	0,0	-20,7	0

Caso	i		j	
Sección	f_v	f_h	f_v	f_h
0	0	0	0	0
1	+0,0	+0,6	-2,2	+0,1
2	-1,3	+0,7	-5,4	-1,1
3	-4,9	+0,3	-6,7	-0,4
4	-7,4	0,0	-6,8	0,0

Sumando cada valor con los anteriores se obtienen las flechas totales que valen:

Caso	a		b		c		d		e		f		g		h		
Sección	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	f_v	f_h	
0	- 2,4	+2,2	-13,7	+12,3	-18,4	+16,5	-14,6	+13,2	-14,6	+13,2	-14,6	+13,3	-14,6	+13,3	-14,6	+13,3	m/m
1	- 8,7	+0,5	-59,4	-26,1	-78,6	-37,8	-62,6	-27,5	-68,2	-30,5	-62,9	-30,4	-70,7	-30,4	-72,0	-28,9	"
2	-19,5	+2,1	-76,4	-28,0	-89,5	-37,6	-72,3	-25,2	-80,6	-28,2	-84,8	-29,0	-88,9	-28,9	-92,7	-27,0	"
3	-42,6	-0,2	-54,4	-22,0	-57,9	-26,9	-55,5	-16,7	-65,6	-18,1	-73,8	-19,2	-82,9	-19,3	-95,7	-19,0	"
4	-53,6	-0,6	+ 1,2	-14,5	+ 3,8	-14,2	- 3,19	- 5,7	-43,7	- 5,7	-50,3	- 5,7	-65,5	- 5,7	-86,2	- 5,7	"

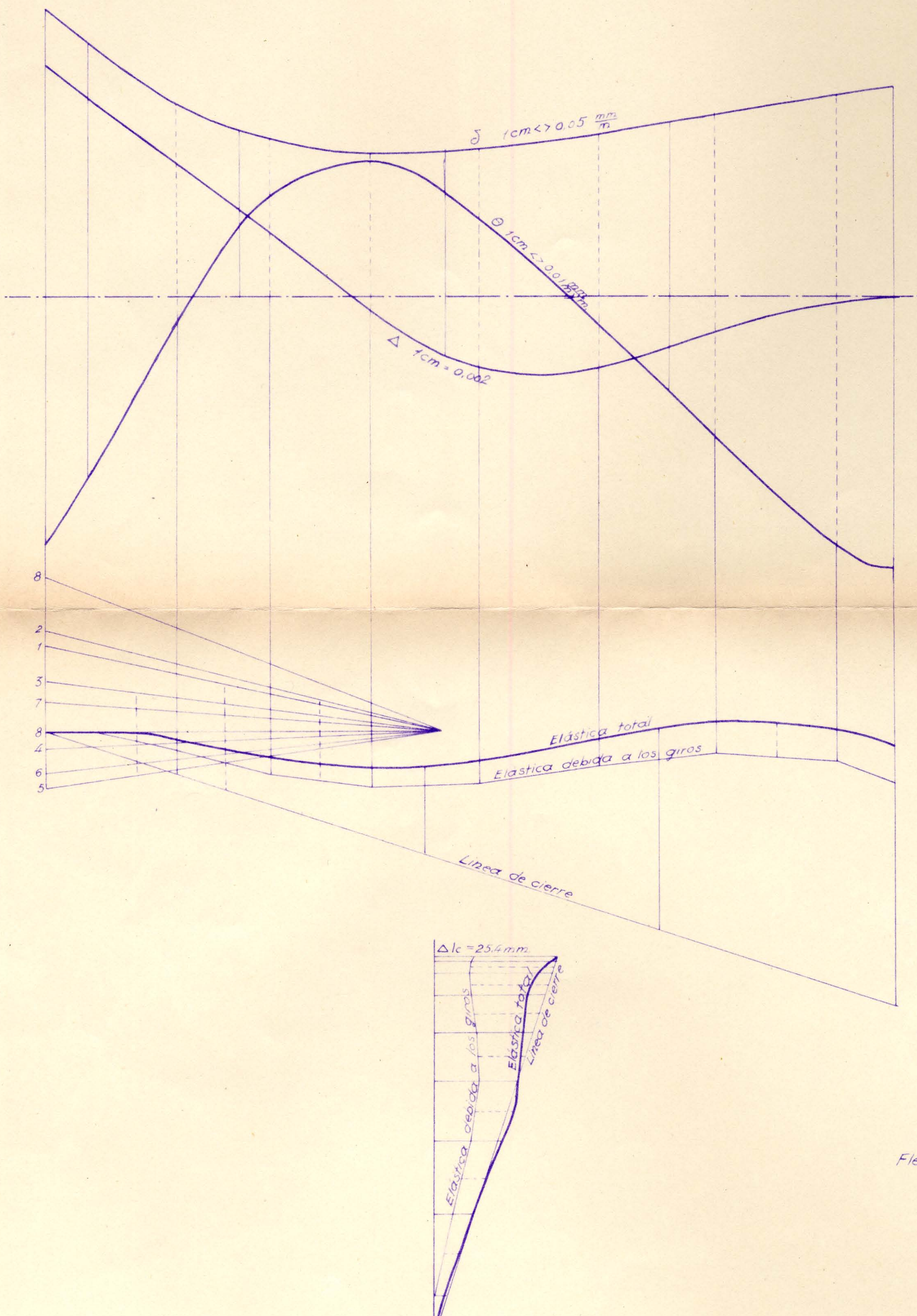
Caso	i		j		
Sección	f_v	f_h	f_v	f_h	
0	-14,6	+13,3	-14,6	+13,3	m/m
1	-72,0	-28,3	-74,2	-28,4	m/m
2	-94,0	-26,3	-99,4	-27,4	m/m
3	-100,6	-18,7	-107,3	-19,1	m/m
4	-93,6	- 5,7	-100,4	- 5,7	m/m

Con estos valores se han dibujado las elásticas correspondientes, **a las páginas 31 y 32.**

Eduardo Torroja 20/11/1939 ord. Torroja traz. Gª Monje dib. Andrés comp. proc.

Oficina Tecnica nº 363.112 Peso propio y núcleo

PESO PROPIO Y NÚCLEO



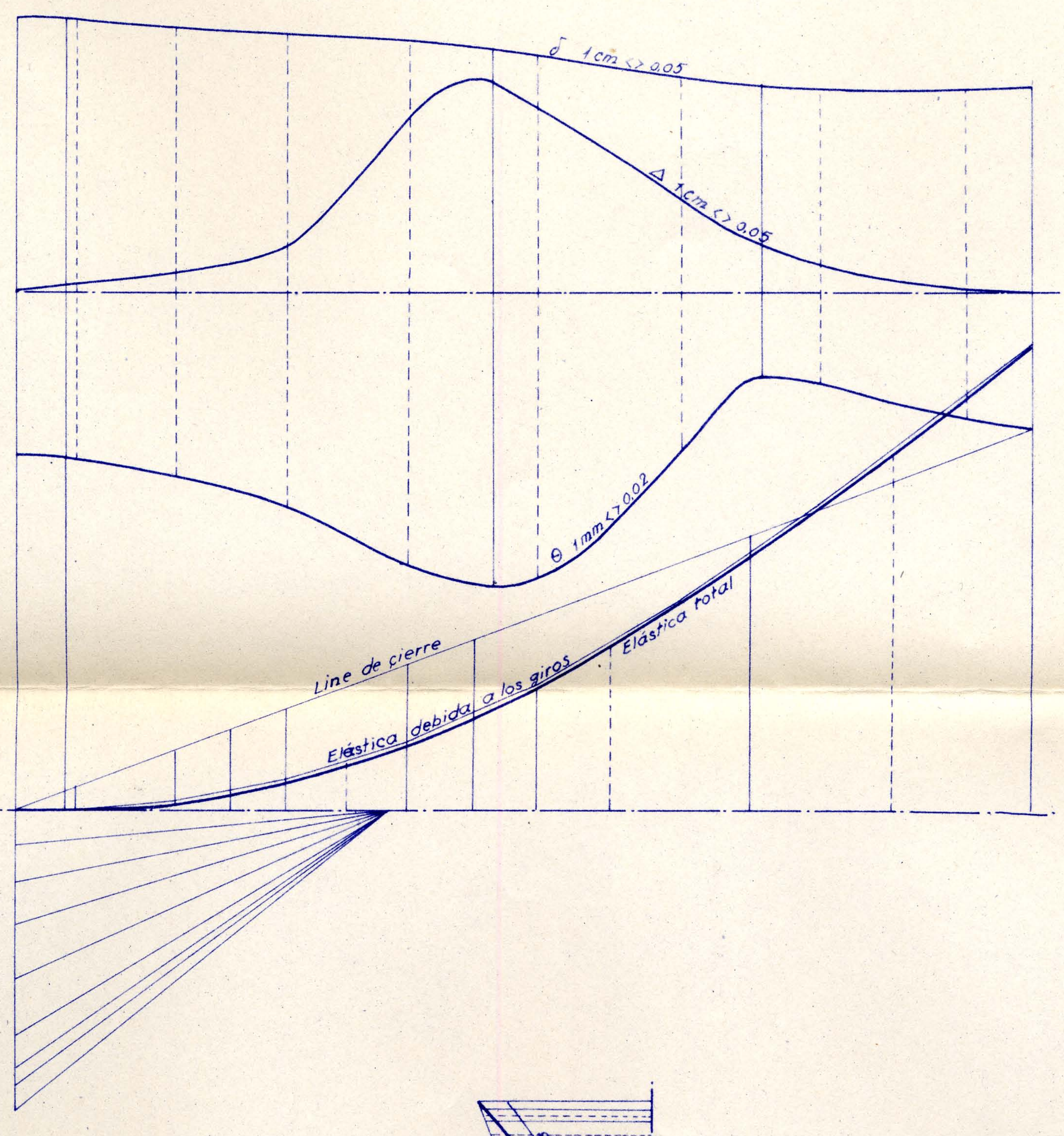
Flechas verticales
Escala 1:1

Flechas horizontales
Escala 1:1

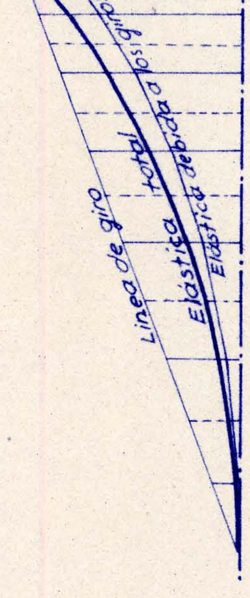
XV-1

Eduardo Torroja	20/11/1939 ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Andrés	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.113 Hormigonado rosca 1				

HORMIGONADO ROSCA 1



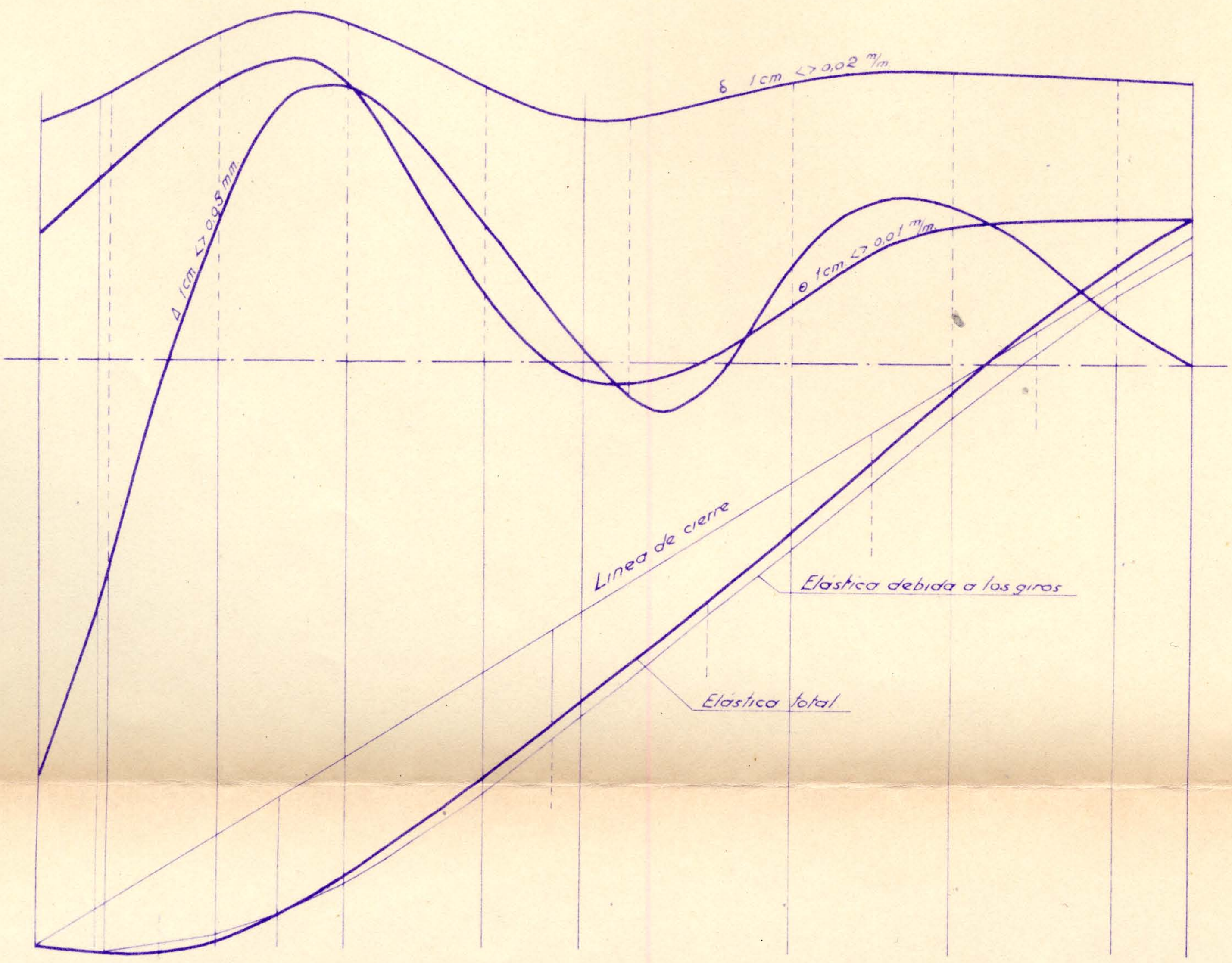
Flechas verticales
Escala 1:4



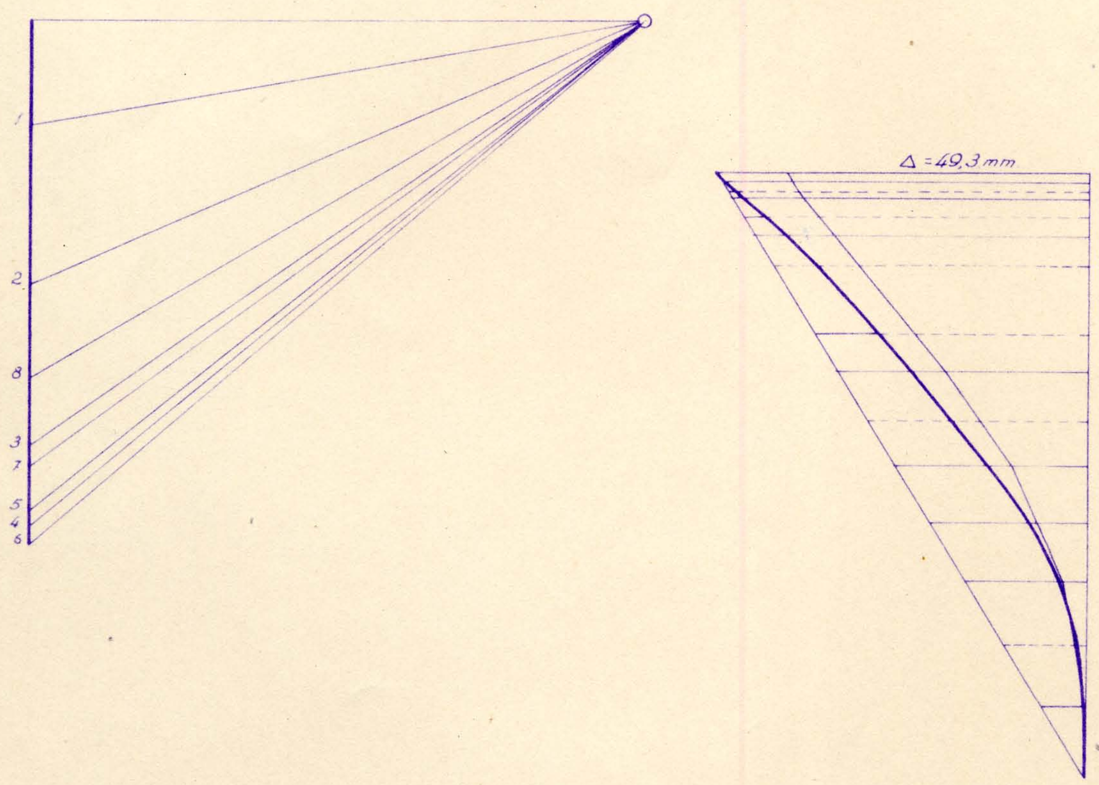
Flechas horizontales
Escala 1:4

Eduardo Torroja	20/11/1939	ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Vigara	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.114	Hormigonado de rosca 2.				

HORMIGONADO ROSCA 2



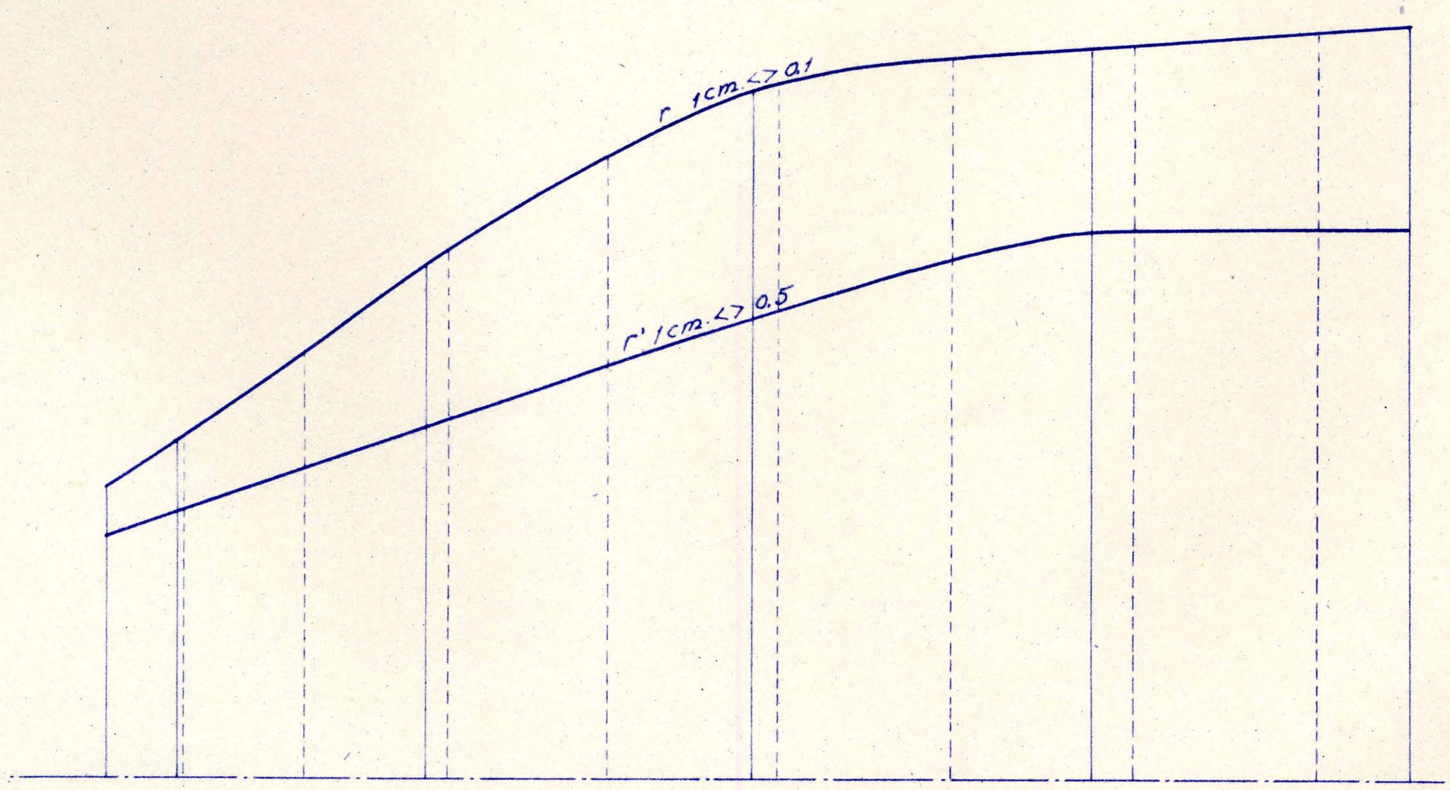
— Flechas verticales —
— Escala 1:1 —

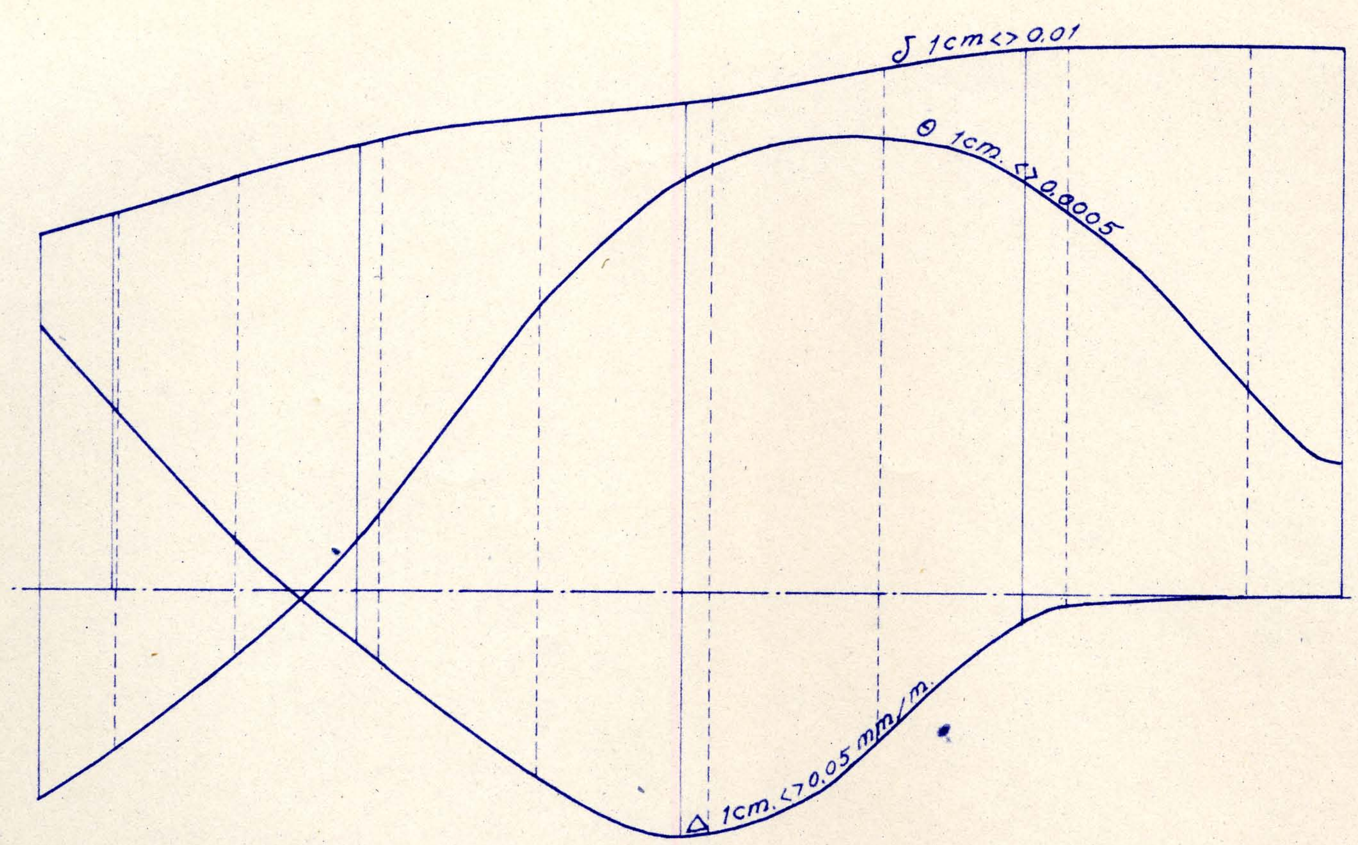


— Flechas horizontales —
— Escala 1:1 —

Eduardo Torroja	20/11/1939	ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Andrés	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.115	Arco empotrado, determinación de r y r'				

ARCO EMPOTRADO. DETERMINACIÓN DE r Y r'

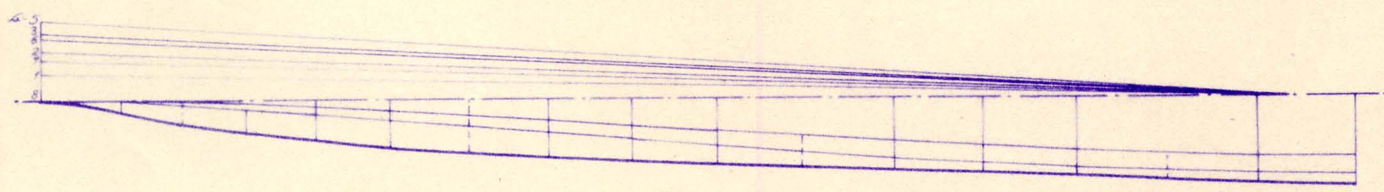




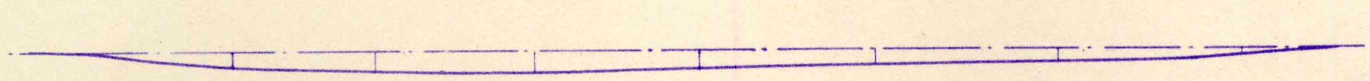
VI-5

Eduardo Torroja	20/11/1939	ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Andrés	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.116	Hormigonado de roscas 3				

HORMIGONADO ROSCAS 3



Flechas verticales
Escala 1:1

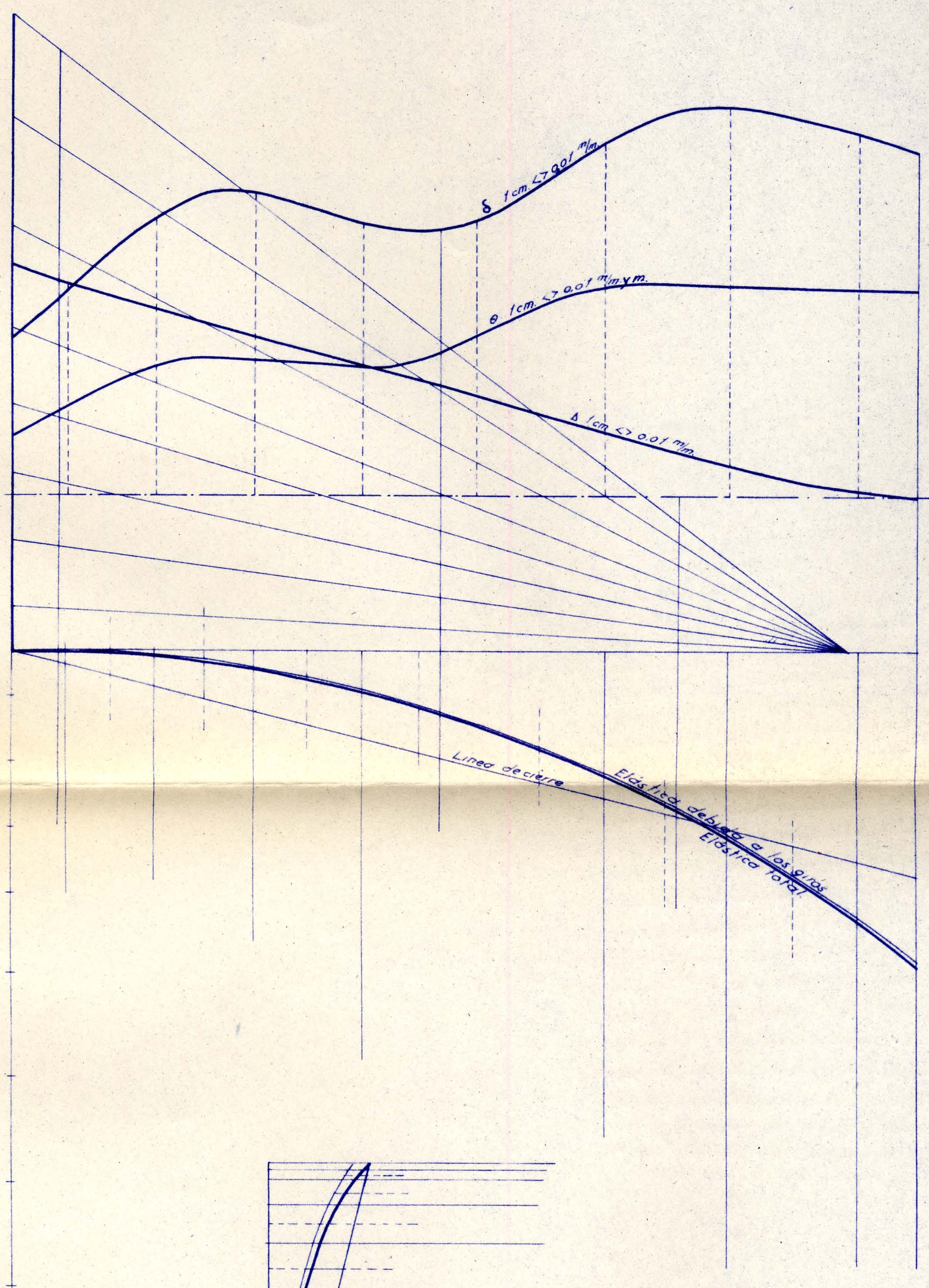


Flechas horizontales
Escala 1:1

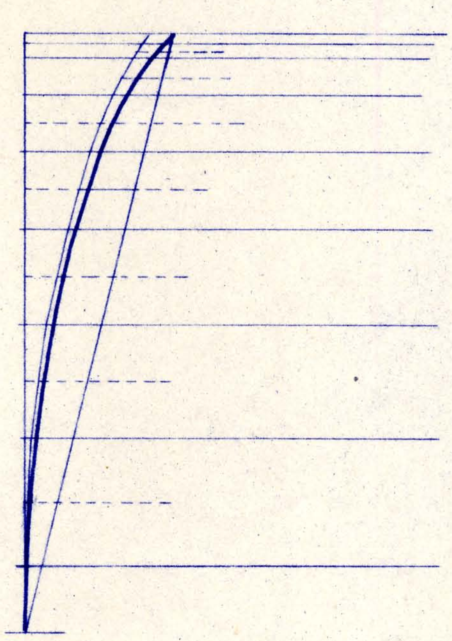
IX-6

Eduardo Torroja	20/11/1939	ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Vigara	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.117	Enclavamiento de articulaciones.				

ENCLAVAMIENTO DE ARTICULACIONES



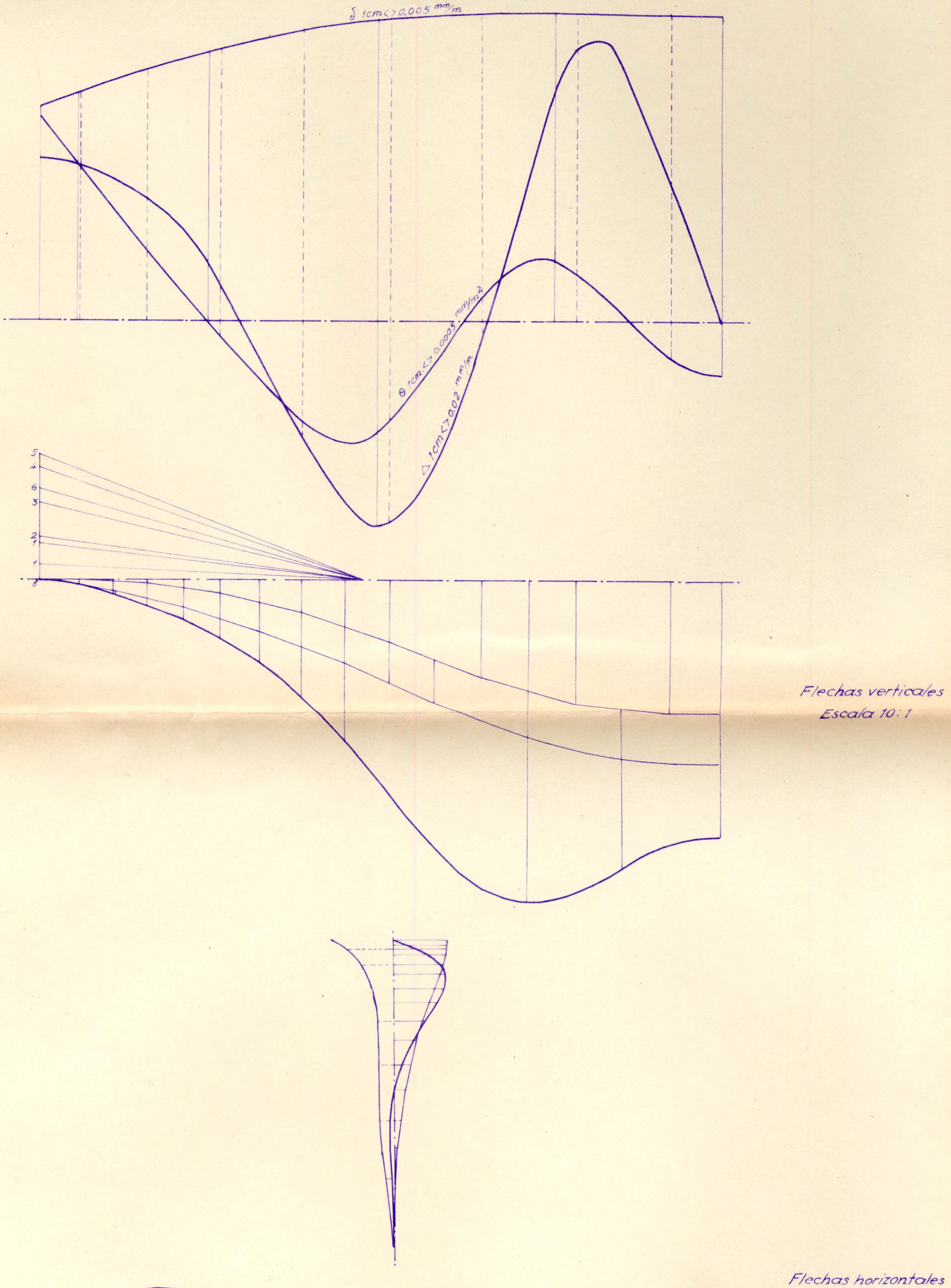
— Flechas verticales —
— Escala 1:2. —



— Flechas horizontales —
— Escala 1:2. —

Eduardo Torroja	20/11/1939 ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Andrés	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.118 Hormigonado de roscas 4				

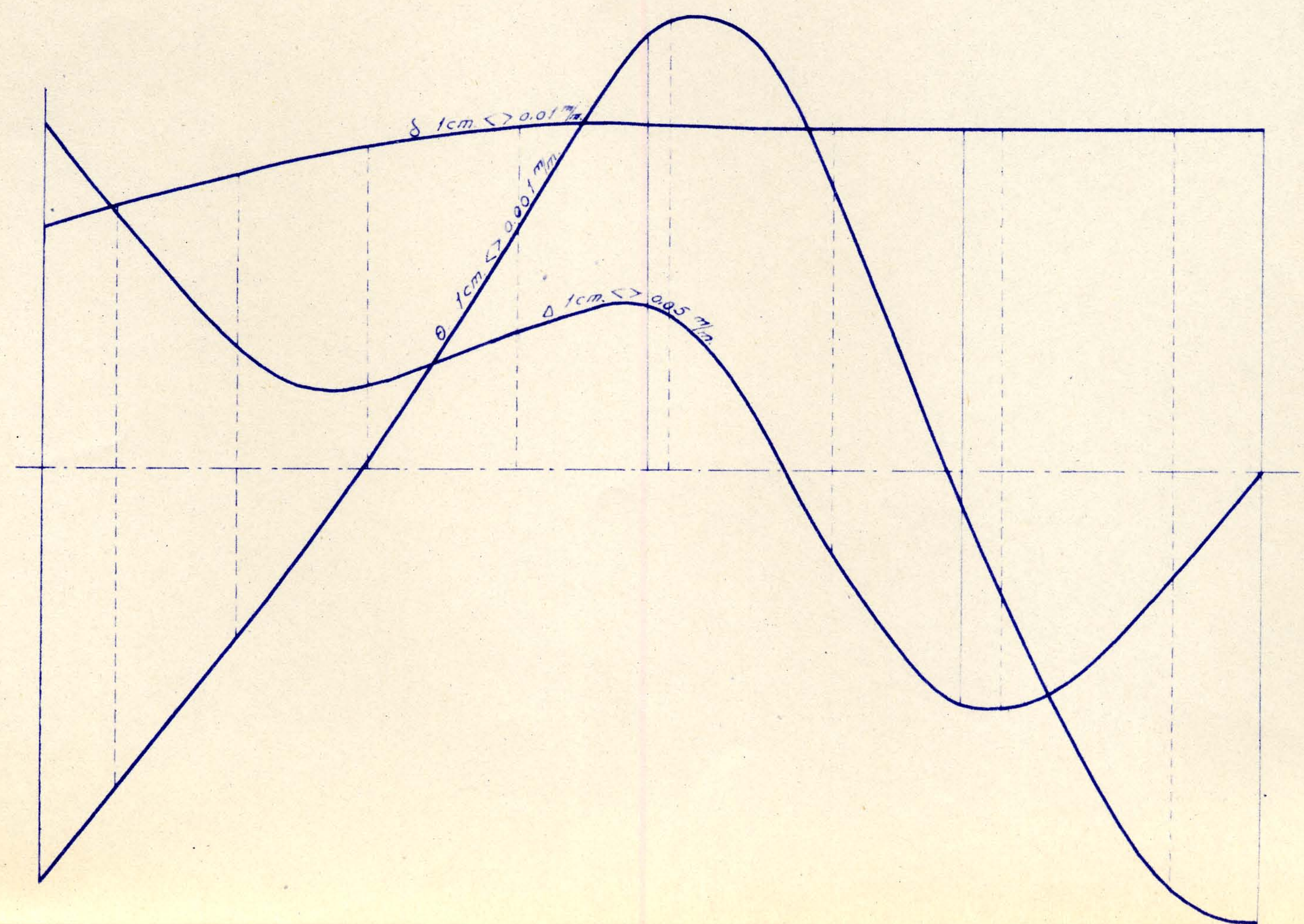
HORMIGONADO ROSCAS 4

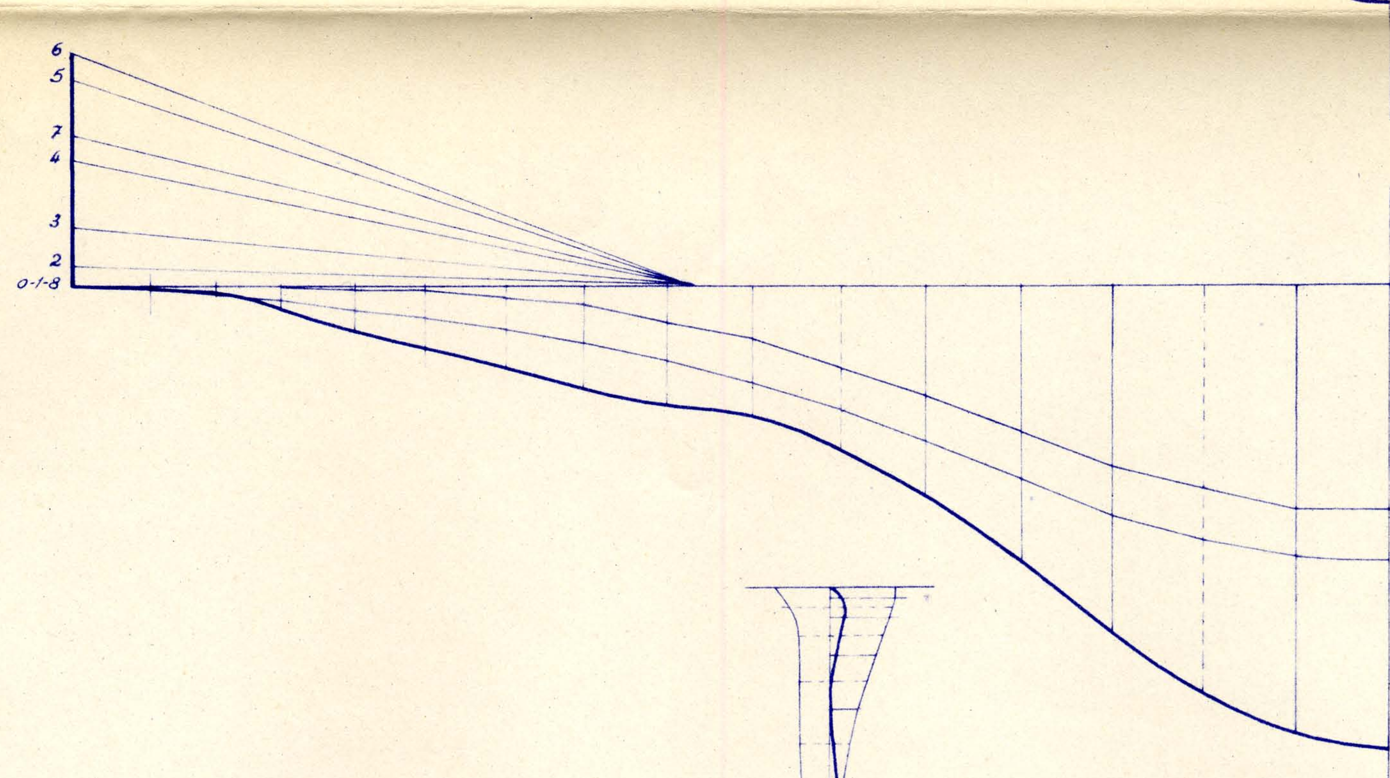


XI-7

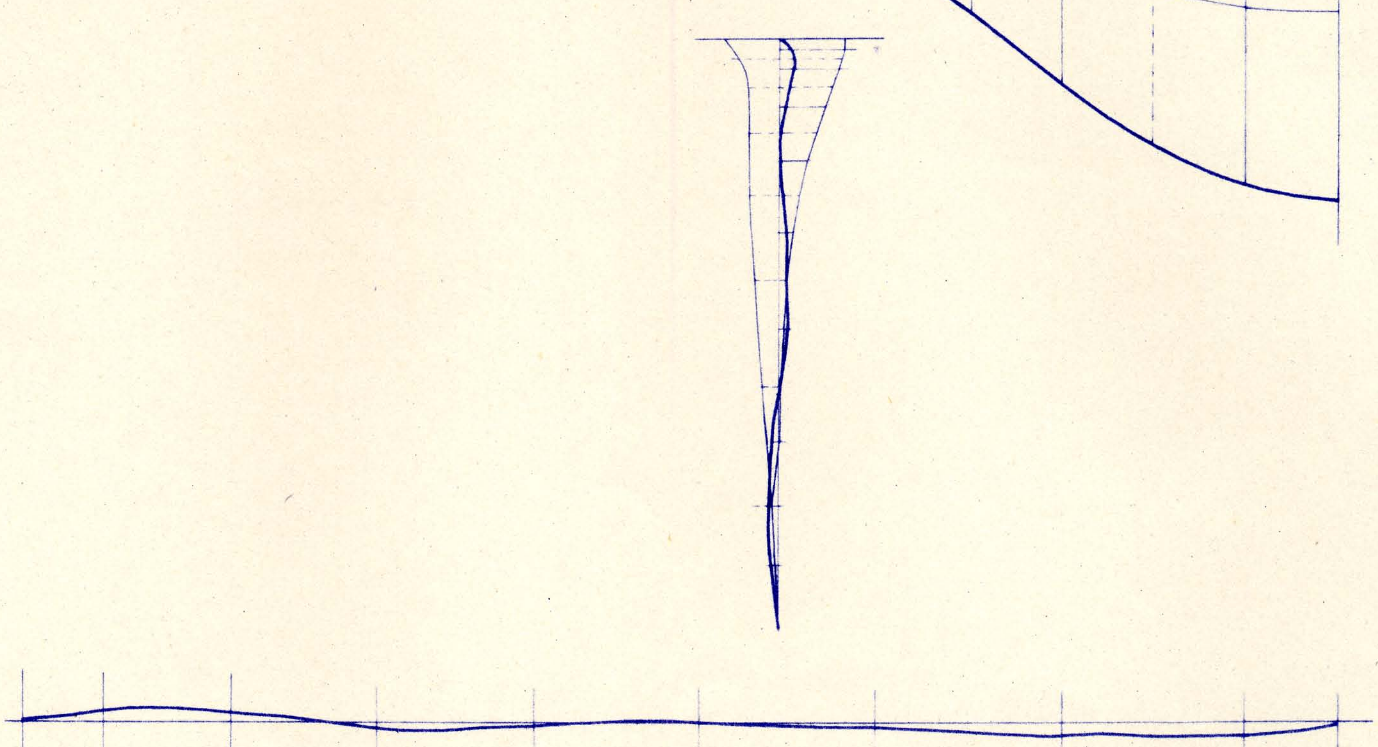
Eduardo Torroja	21/11/1939	ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Vigara	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.119	Hormigonado de roscas 5.				

HORMIGONADO ROSCAS 5





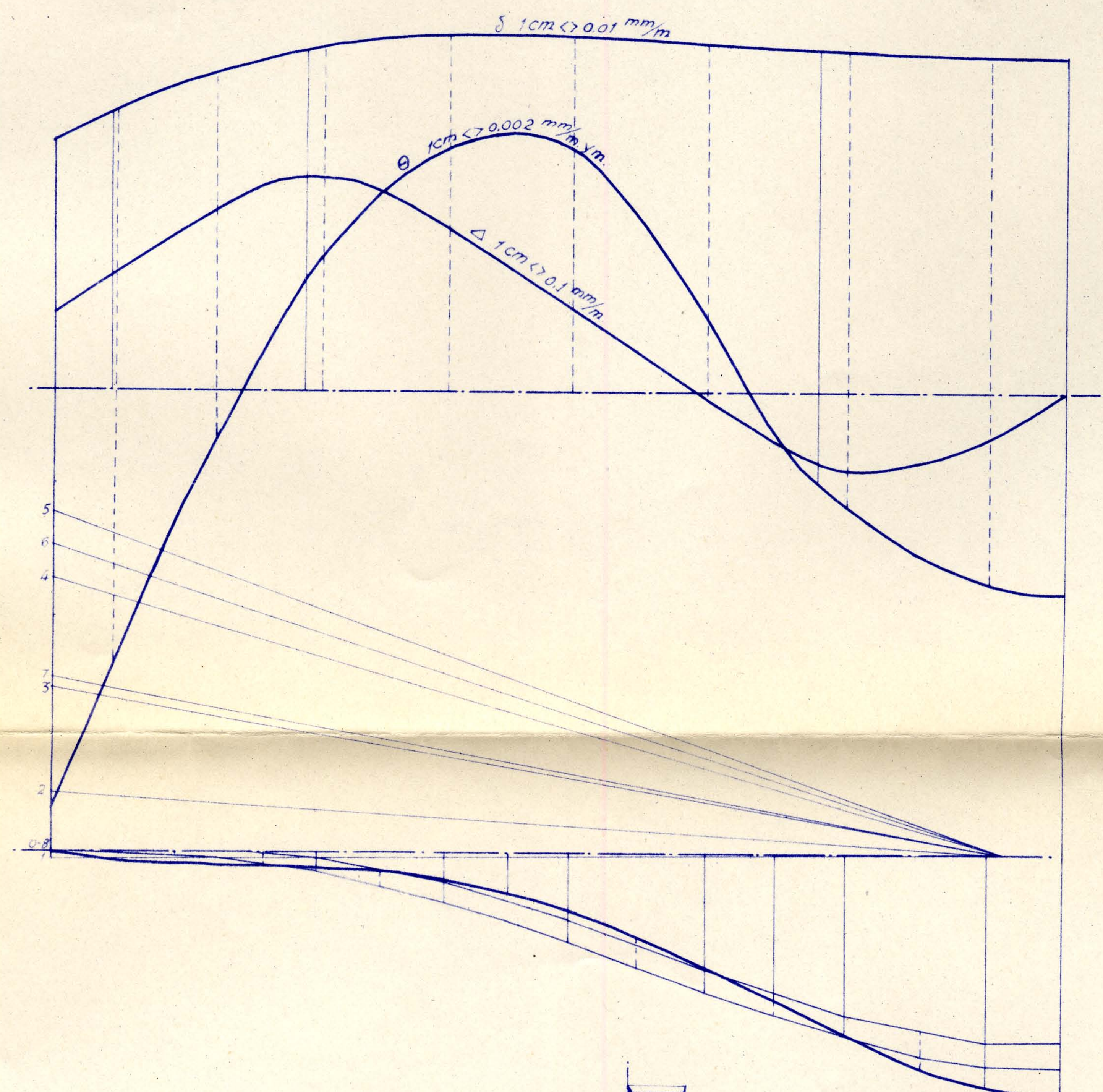
—Flechas verticales—
—Escala 1:0.25—



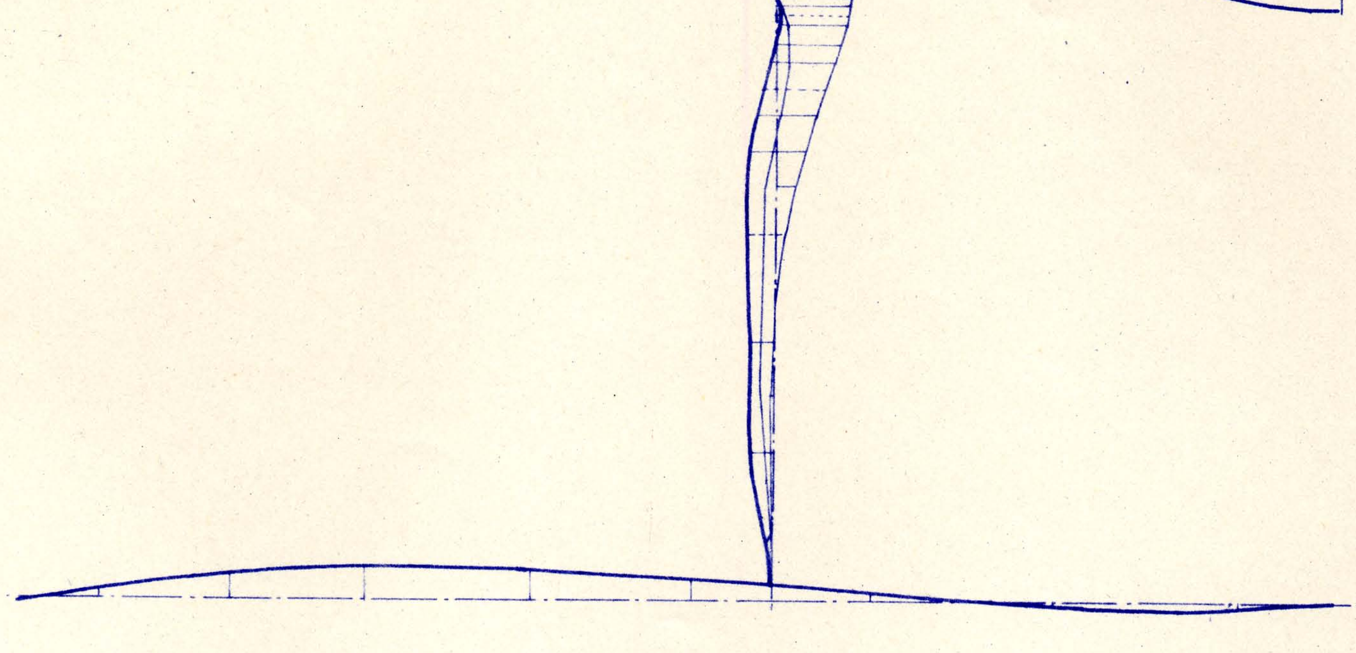
—Flechas horizontales—
—Escala 1:0.25—

Eduardo Torroja 21/11/1939 ord. Torroja traz. Gª Monje dib. Andrés comp. proc.
Oficina Tecnica nº 363.120 Hormigonado de roscas 6-7

HORMIGONADO ROSCAS 6-7



Flechas verticales
Escala 1:0.50

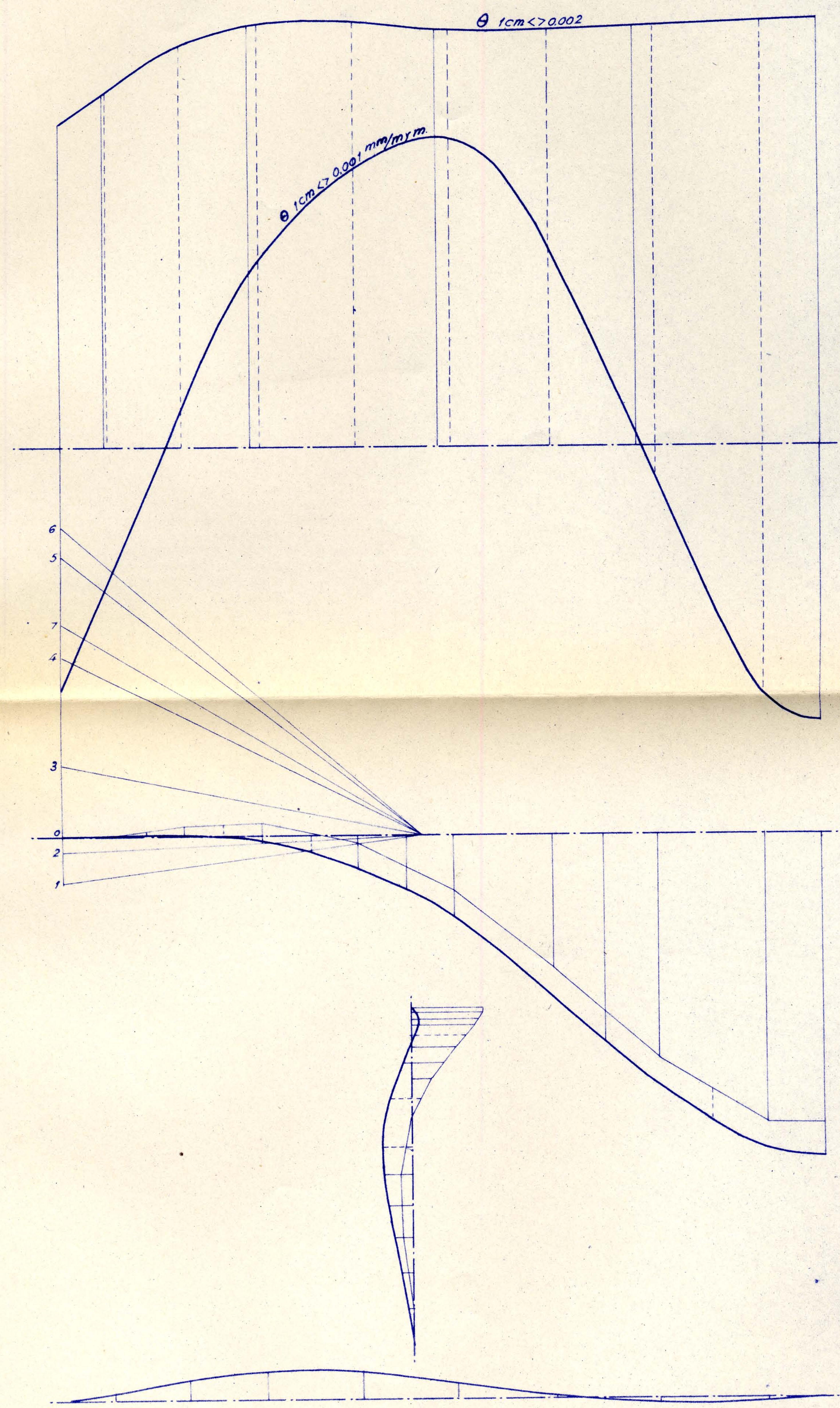


Flechas horizontales
Escala 1:0.50

6-IX

Eduardo Torroja	21/11/1939 ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Andrés	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.121 Hormigondo de roscas 8				

HORMIGONADO ROSCAS 8



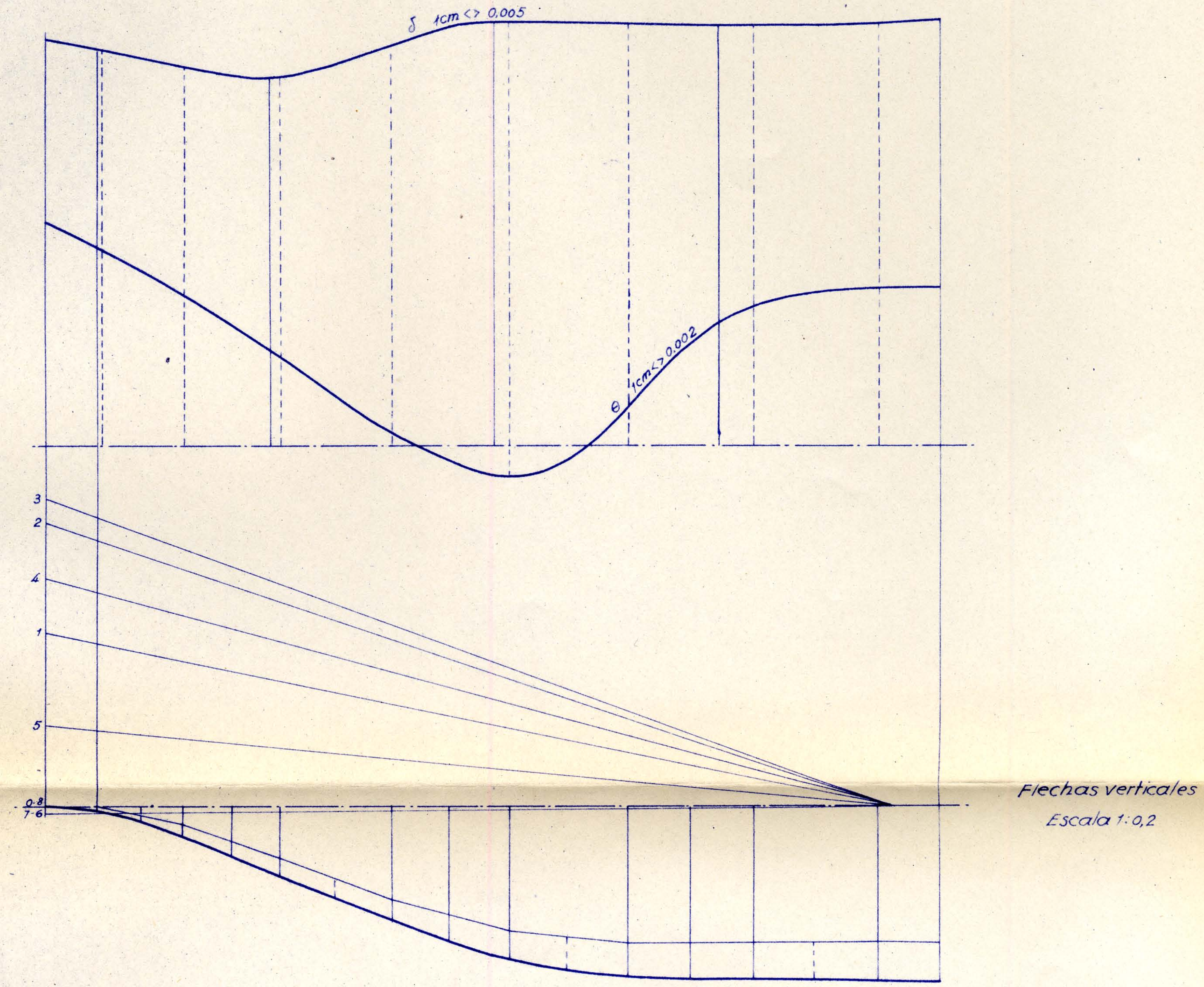
Flecha verticales
Escala 10:1

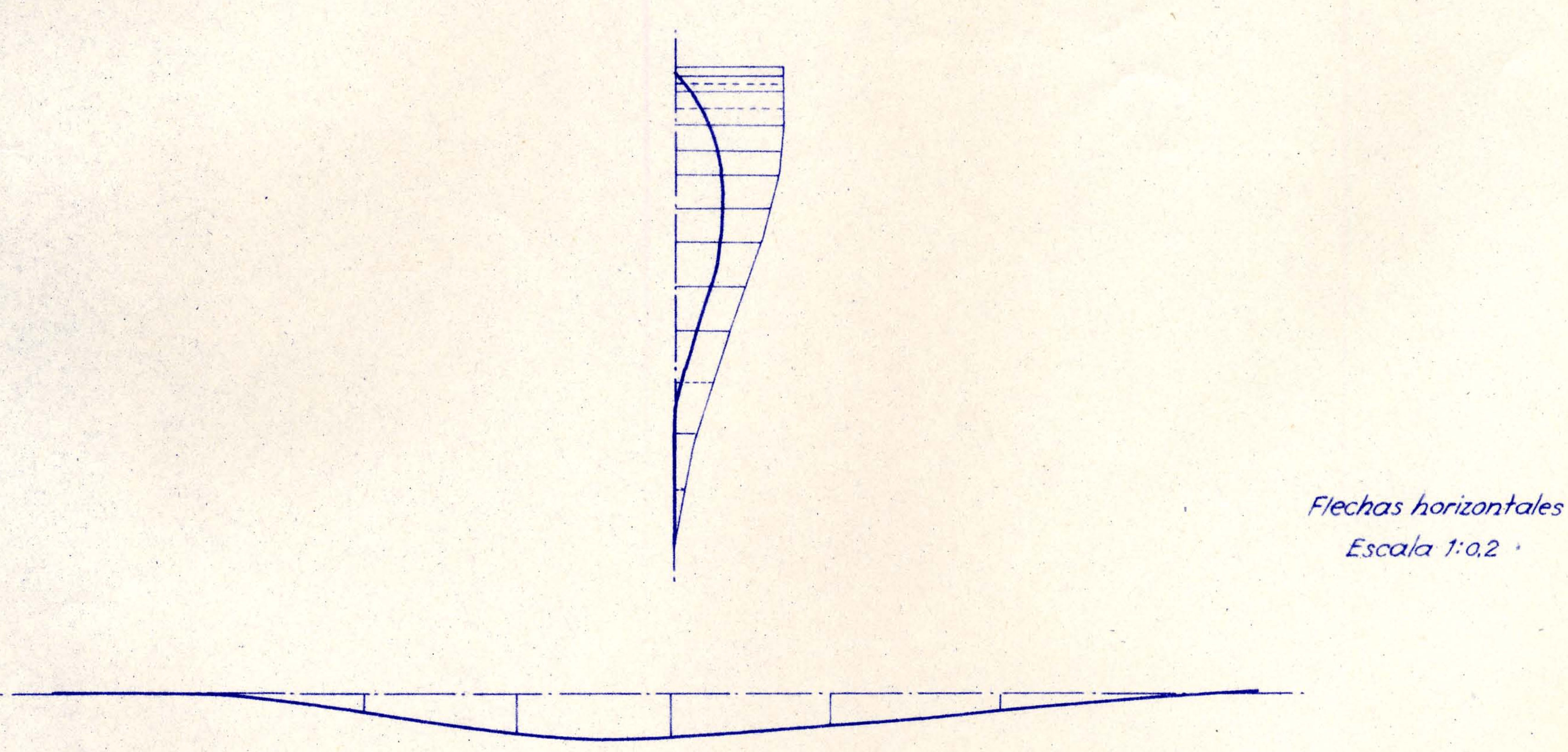
Flechas horizontales
Escala 10:1

XI-10

Eduardo Torroja	21 / 11 / 1939	ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Andrés	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.122	Hormigonado del tablero				

HORMIGONADO DEL TABLERO





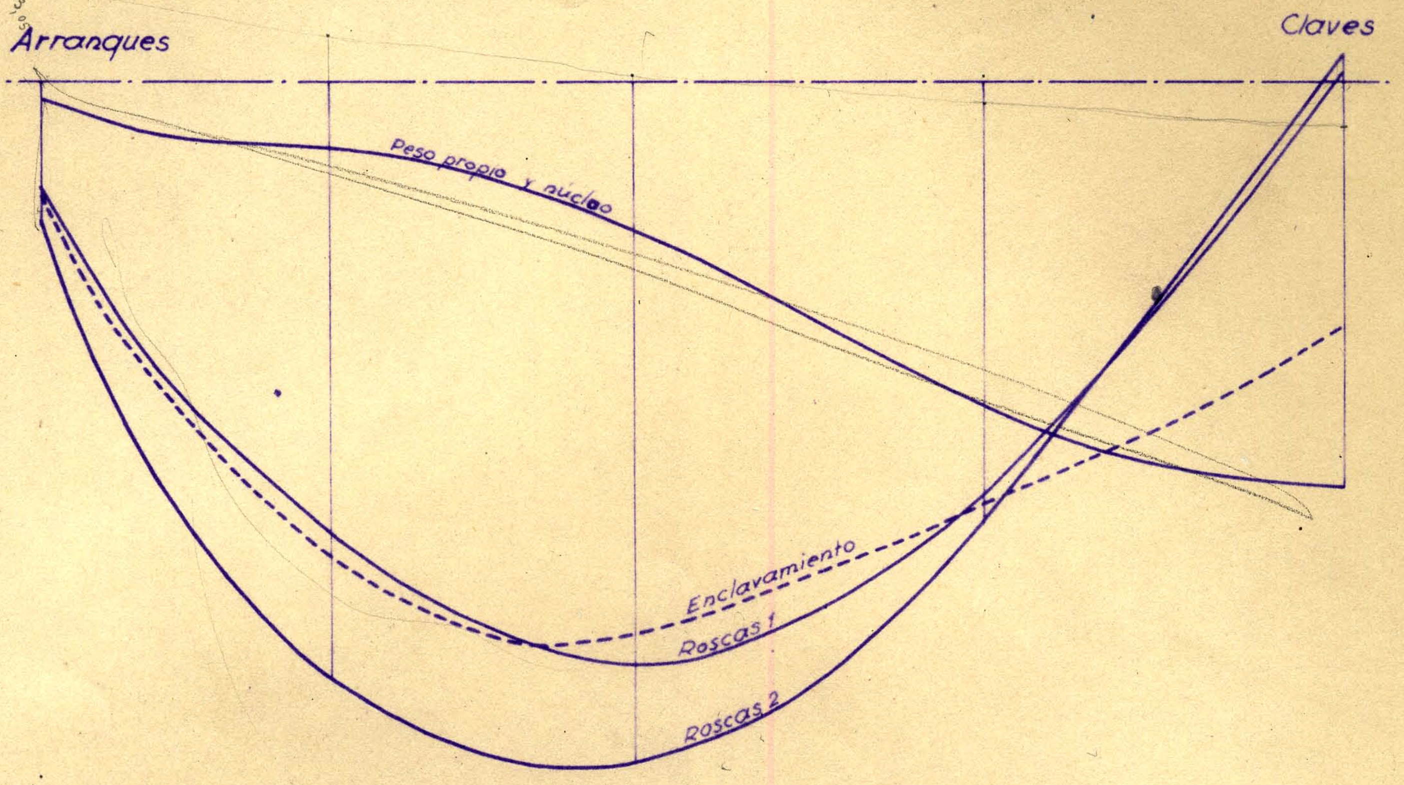
VI·11

Eduardo Torroja	21/11/1939	ord. Torroja	traz. Gª Manje	dib. Andrés	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.123	Elásticas en sentido vertical, en los diferente momentos del hormigonado (~~trasdós~~)				

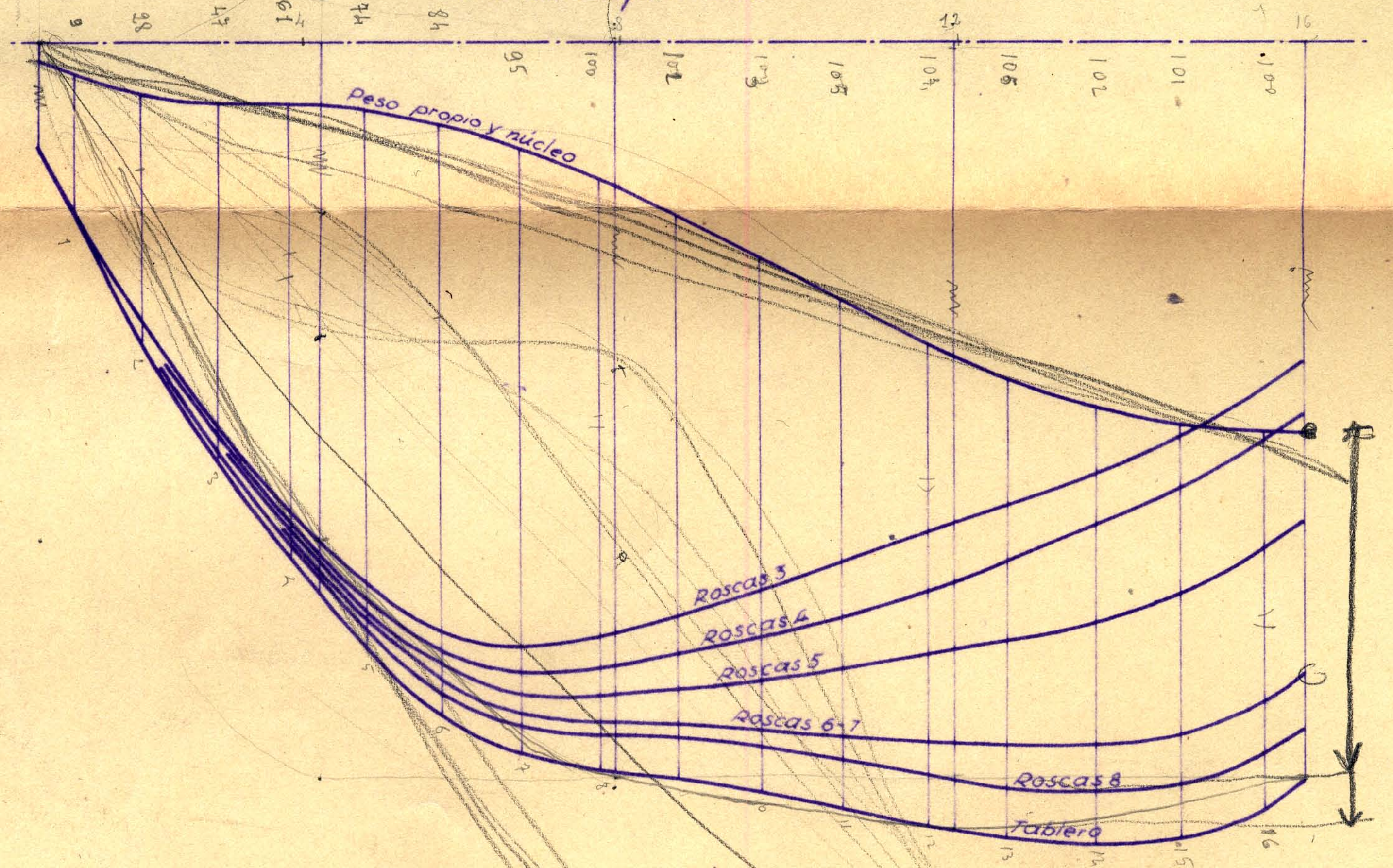
ELASTICAS EN SENTIDO VERTICAL EN LOS DIFERENTES MOMENTOS DEL HORMIGONADO (~~TRASDOS~~)

INTRADÓS

Arco articulado



Arco empotrado



Escalas {Horizontal 1:500 / Vertical 1:1}

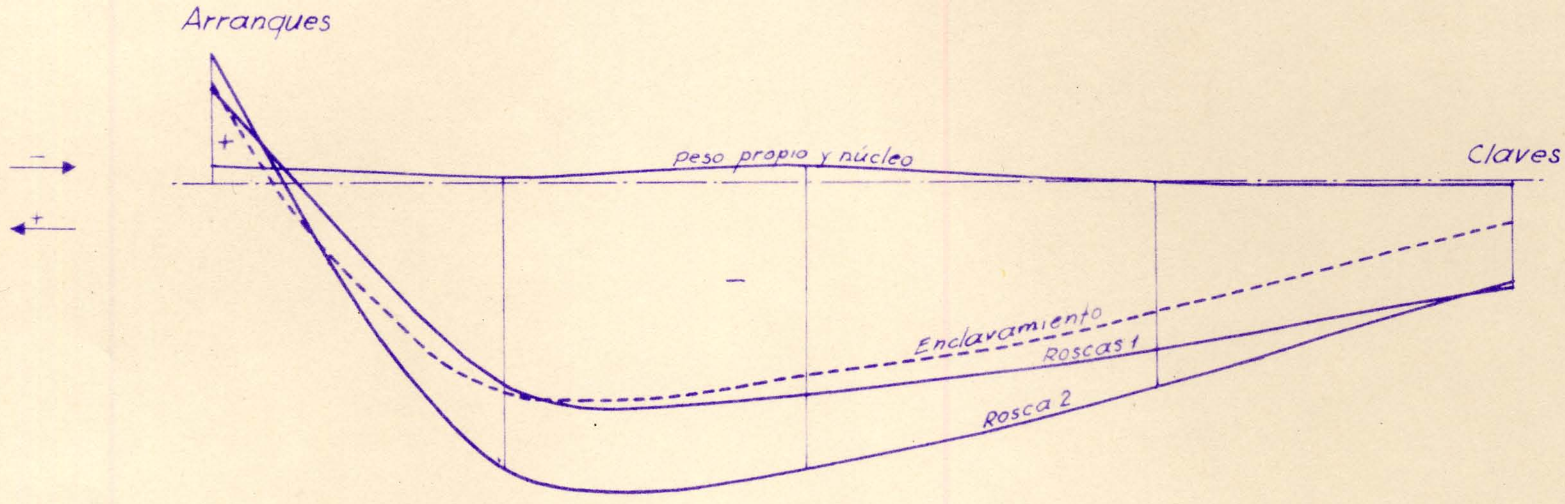
El eje horizontal representa las abscisas de los puntos de la directriz del arco

VI-12

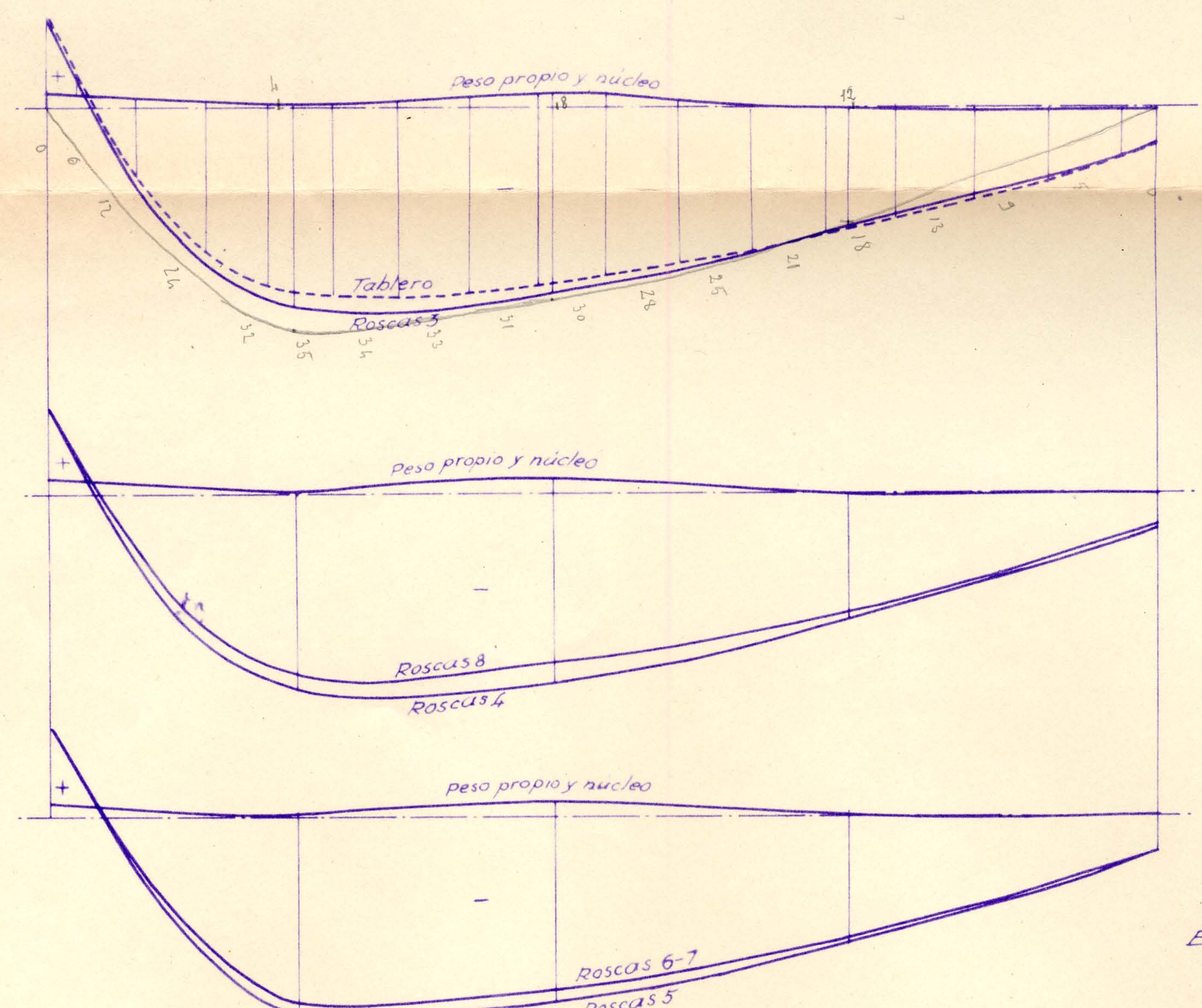
Eduardo Torroja	21 / 11 / 1939 ord. Torroja	traz. Gª Monje	dib. Andrés	comp.	proc.
Oficina Tecnica	nº 363.124 Elástica de los momentos horizontales del trasdós				

ELÁSTICA DE LOS MOMENTOS HORIZONTALES DEL ~~TRASDÓS~~ INTRADÓS

Arco articulado



Arco empotrado



Escalas Horizontal 1:500
Vertical 1:1

Sentido de corrimientos >0 ←
<0 →

El eje horizontal representa las abcisas de los puntos de la directriz del arco

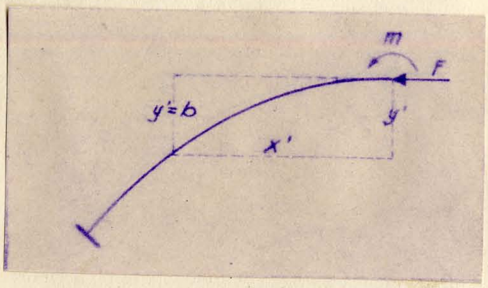
VI-13

CORRIMIENTOS DEBIDOS A LA APERTURA DE CLAVE.-

Calcularemos las dimensiones de la abertura en clave, dividiendo el arco en las mismas secciones que en el Capítulo III pág.

	$b = y'$ m	$M = 2250+45b$ m.ton	x' m.	I m^4
1	33,8	3770	81,38	100
2	24,94	3375	71,77	78
3	17,49	3035	61,64	63
4	11,43	2765	51,04	56
5	6,75	2554	40,04	52
6	3,37	2402	28,78	50
7	1,18	2303	17,34	49
8	0,13	2255	5,80	48

	Δs	$\frac{M}{I}\Delta s$	$\frac{M}{I}\Delta s$	$\frac{M}{I}y'\Delta s$
1	13,6	511	41600	17300
2	12,9	557	40000	13950
3	12,4	596	36800	11440
4	12,1	596	30500	7500
5	11,8	577	23100	3890
6	11,7	564	16300	1900
7	11,6	544	9440	640
8	11,5	539	3130	70
		4484	200870	56690



E =525,000 kg/cm2 = 5.250,000 ton/m2

$$\text{Giro: } \theta = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M}{E\ I}\, ds = \frac{4484}{5.250,000} = $$

$$= 0,000853.$$

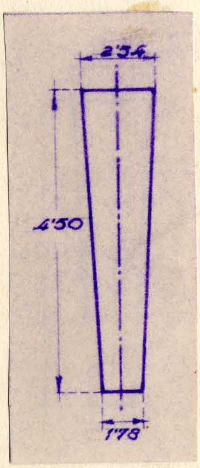
desplazamiento horizontal:

$$\delta_z = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M}{E\ I}\, y'\, ds = \frac{56690}{5250000} = 0,0108 \text{ m.}$$

desplazamiento vertical:

$$\delta_y = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M}{E\ I}\, x' ds = \frac{200870}{5250000} = 0,0381 \text{ m.}$$

Dimensiones de la abertura:



En el centro: $2\,\delta_x = 2,16$ cm.

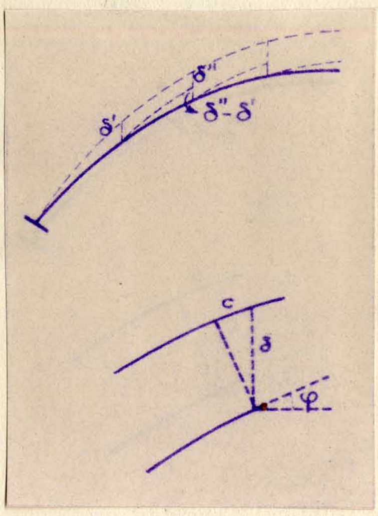
Trasdós: $2\,\delta_x + 2\theta \text{ x } \frac{4,50}{2} = 2,16 +$

$+ 0,38 = 2,54$ cm.

Intradós: $2\,\delta_x - 2\,\theta \text{ x } \frac{4,50}{2} = 2,16 -$

$- 0,38 = 1,78$ cm.

Para anular la flecha vertical δ_y no solo en clave sino en todo el arco, se hará una corrección en las dimensiones de las barras de la cimbra metálica. Para calcularla hallemos la flecha δ en cada una de las 8 secciones, producida por el momento M = 2250 ton. y la fuerza F = 45 tons. en la clave. La corrección en un trozo de la directriz, será:



$c = \delta$ sen φ para el primero, y

$c = (\delta'' - \delta')$ sen $\varphi = \Delta\delta$ sen

para el segundo y demás. A continuación se calculan las flechas en las secciones consideradas

$$\delta = \theta x' = \frac{M}{E\ I}\ \Delta s\ \ x'$$

$\theta = \frac{M}{E\ I}\ \Delta s$ Giros parciales x 1000		Sección 2 x' m.	Sección 2 δ mm	Sección 3 x'	Sección 3 δ
1	0,0972	9,61	0,934	19,74	1,92
			0,934		
2	0,106			10,13	1,07
					2,99
3	0,114				
4	0,114				
5	0,110				
6	0,108				
7	0,104				
8	0,103				

$$\theta = \frac{M}{E\ I}\Delta s$$

	Giros parciales. x 1000	Sección 4 x'		Sección 5 x'	
1	0,0972	30,34	2,95	41,34	4,02
2	0,106	20,73	2,19	31,73	3,36
3	0,114	10,60	1,21	21,60	2,46
			6,35		
4	0,114			11,00	1,25
					11,09
5	0,110				
6	0,108				
7	0,104				
8	0,103				

$$\theta = \frac{M}{E\ I}\Delta s$$

	Giros parciales x 1000	Sección 6 x'		Sección 7 x'		Sección 8 x'	
1	0,0972	52,60	5,11	64,04	6,20	75,58	7,35
2	0,106	42,99	4,55	54,43	5,76	65,97	6,98
3	0,114	38,86	4,43	44,30	5,05	55,84	6,45
4	0,114	22,26	2,54	33,70	3,84	45,24	5,16
5	0,110	11,26	1,24	22,70	2,50	34,24	3,76
			17,87				
6	0,108			11,44	1,24	22,98	2,48
					24,61		
7	0,104					11,54	1,20
							33,38
8	0,103						

	Flechas δ_y	Diferencias $\Delta\delta_y$	sen φ	$c = \Delta\delta$ sen	Nudos de la cercha
	m/m	m/m		m/m	
1	0,0				
2	0,934	0,934	0,645	0,6	(3)
3	2,99	2,056	0,560	1,15	(5)
4	6,35	3,36	0,460	1,55	(7)
5	11,09	4,74	0,350	1,66	(9)
6	17,87	6,78	0,260	1,76	(11)
7	24,61	6,74	0,140	0,94	(13)
8	33,38	8,77	0,060	0,53	(15)

Como las correcciones a efectuar son muy pequeñas las haremos sobre cada dos barras seguidas, cuyo nudo común es el que se expresa en el cuadro anterior.

DIMENSIONES DE LAS BARRAS DE LA CIMBRA EN MONTAJE.-

Los acortamientos de las barras de las cabezas por unidad de longitud se tienen dibujados en los planos 5-3 y 5-4. Multiplicando el valor medio correspondiente a cada barra, en régimen de trabajo. Restando de éstos los ultimamente hallados, tendremos las dimensiones en que hay que agrandar las barras teóricas al montaje.

Cabeza superior Barras	dimensiones en trabajo.	Acortamientos unitarios. m/m	Acortamientos	Corrección por apertura de clave.	Dimensiones en montaje.
0-1	6,884	0,84	0,0058		6,890
1-2	6,719	0,79	0,0053		6,724
2-3	6,574	0,73	0,0048	-0,0006	6,578
3-4	6,451	0,70	0,0045		6,455
4-5	6,352	0,66	0,0042	-0,00115	6,355
5-6	6,264	0,63	0,0040		6,268
6-7	6,178	0,62	0,0038	-0,0015	6,180
7-8	6,116	0,60	0,0037		6,120
8-9	6,057	0,59	0,0036	-0,0017	6,059
9-10	6,005	0,60	0,0036		6,009
10-11	5,972	0,62	0,0036	-0,0018	5,974
11-12	5,944	0,64	0,0038		5,948
12-13	5,920	0,67	0,0040	-0,0009	5,923
13-14	5,897	0,69	0,0041		5,901
14-15	5,881	0,72	0,0042	-0,0005	5,885
15-16	5,878	0,73	0,0043		5,882

Cabeza inferior Barras	dimensiones en trabajo,	Acortamientos unitarios. m/m	Acortamientos	Corrección por apertura de clave.	Dimensiones en montaje.
0-1'	3,350	0,31	0,0009		3,351
1'-2'	6,579	0,32	0,0021		6,581
2'-3'	6,431	0,36	0,0023		6,433
3'-4'	6,274	0,38	0,0024	-0,0006	6,276

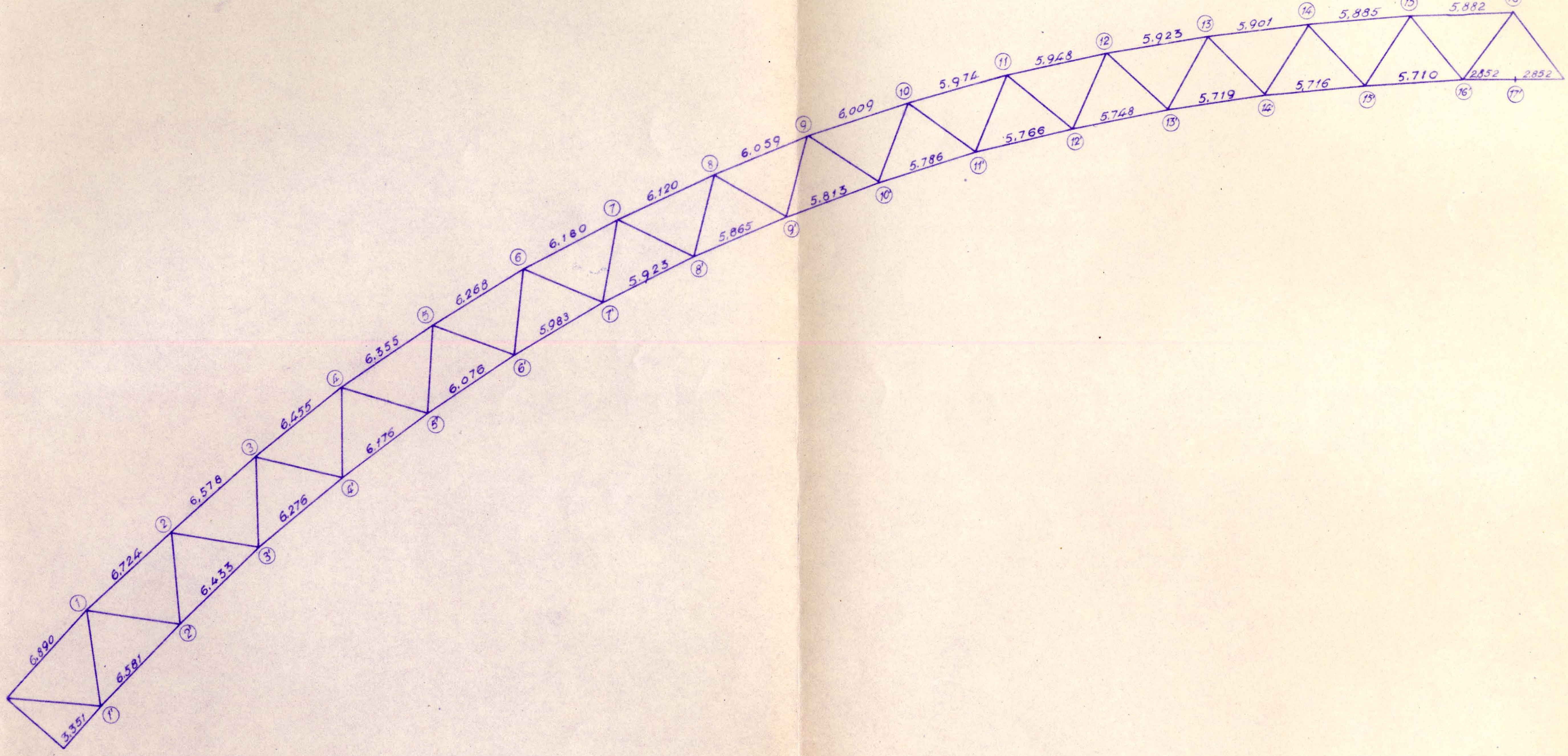
4'-5'	6,173	0,43	0,00266		6,176
5'-6'	6,074	0,46	0,0028	-0,00115	6,076
6'-7'	5,980	0,48	0,0029		5,983
7'-8'	5,922	0,51	0,0030	-0,0015	5,923
8'-9'	5,862	0,53	0,0031		5,865
9'-10'	5,811	0,56	0,0033	-0,0017	5,813
10'-11'	5,783	0,58	0,0034		5,786
11'-12'	5,764	0,61	0,0035	-0,0018	5,766
12'-13'	5,745	0,61	0,0035		5,748
13'-14'	5,717	0,58	0,0033	-0,0009	5,719
14'-15'	5,713	0,52	0,0030		5,716
15'-16'	5,708	0,44	0,0025	-0,0005	5,710
16'-17'	2,851	0,41	0,0012		2,852

COORDENADAS DE LOS NUDOS DE LA CABEZA SUPERIOR DE LA CIMBRA, EN MONTAJE.-

Nudos	x	y	Tangente (aproximada) en el nudo
0	-1,661	1,479	1,065
1	3,054	6,500	1,014
2	7,897	11,167	0,915
3	12,866	15,478	0,821
4	17,969	19,433	0,731
5	23,206	23,040	0,647
6	28,564	26,287	0,568
7	34,031	29,186	0,493
8	39,596	31,727	0,423
9	45,242	33,923	0,357
10	50,954	35,784	0,297
11	56,724	37,338	0,242
12	62,539	38,582	0,189
13	68,384	39,539	0,138
14	74,248	40,199	0,090
15	80,119	40,596	0,045
16	86,000	40,726	0

ALZADO DE LA CIMBRA CON DIMENSIONES EN MONTAJE

Escala 1:250



Eduardo Torroja 27/11/1939 ord. Torroja traz. Ponte dib. Andrés comp. proc.

Oficina Tecnica nº 363.241,1 Alzado de la cimbra con dimensiones en montaje Escala 1:250

Caso →	a		b		c		d		e		f	
Sección	$\sum\theta ds$ m/m	d	$\sum\theta ds$	d	$\sum\theta ds$	d	$\sum\theta ds$	d	$\sum\theta ds$	d	$\sum\theta ds$	d
0	-0,000650	4,98	-0,003050	4,98	-0,001260	4,98	+0,001010	4,98	0	"	0	"
1	+0,000135	4,60	-0,001544	4,60	-0,000380	4,60	+0,000480	4,60	-0,000081	" 1,91	-0,000027	1,42
2	-0,000737	4,38	+0,000542	4,38	+0,000408	4,38	-0,000155	4,38	-0,000126	" 1,94	-0,000070	1,39
3	-0,000862	4,19	+0,002450	4,19	+0,000469	4,19	-0,001044	4,19	-0,000107	" 2,37	-0,000058	1,55
4	+0,000135	4,15	+0,003365	4,15	-0,000073	4,15	-0,002050	4,15	0,000	" 2,35	0,0000	1,53

Caso	g		h		i		j			
Sección	$\sum\theta_{ds}$	d	$\sum\theta_{ds}$	d	$\sum\theta_{ds}$	d	$\sum\theta_{ds}$	d	sen φ	cos φ
0	0	"	0	"	0	"	0	"	0,747	0,664
1	-0,000016	1,17	-0,000063	-1,54	+0,00009	2,17	-0,000137	2,55	-0,645	0,761
2	-0,000126	1,08	-0,000296	-1,47	-0,000126	2,01	-0,000110	2,32	0,460	0,888
3	-0,000189	1,17	-0,000332	-1,54	-0,000176	1,97	+0,000004	2,28	0,260	0,991
4	0,000	1,19	0,000	-1,53	0,000	1,95	0,000	2,25	0,00	1,00

$$"\Delta_y = + d \operatorname{sen}\varphi \sum\theta_x ds$$

$$\Delta x = - d \cos\varphi \sum\theta_x ds$$