

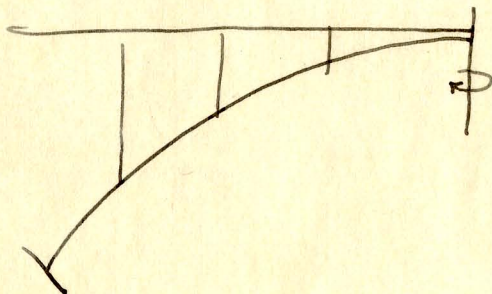
363.536
31-10-40

DETERMINACION
DE LOS ESFUERZOS DE TORSION
EN EL ARCO DEL ESQA

Mayo 1.940

Dadas las grandes dimensiones del arco del Esla, y particularmente su gran flecha, se consideró prudente hacer un estudio detallado de los esfuerzos de torsión y de flexión transversal que puede producir el empuje del viento actuando sobre todo el frente del arco y de la palizada de tablero; y creemos que puede ser interesante, para algún otro caso análogo, exponer el método seguido y los resultados obtenidos, especialmente en lo que se refiere al reparto de las tensiones de esfuerzo cortante por torsión en una sección tabicada.

Aun cuando el empuje correspondiente a la velocidad máxima de viento registrada por las estaciones metereológicas de la región no pasa de los 75 kg/m², se adopta la cifra de 150 kg/m² que aconseja la Instrucción de puentes metálicos para obras de este tipo.



(Fig. 1)

Con este dato se determinaron los empujes horizontales sobre el arco, los montantes y el tablero, y, en consecuencia, los empujes totales perpendiculares al plano de la directriz del arco ^{que actúan sobre} ~~en~~ cada una de las doce dovelas en que se consideró dividido; y los mo- ^{mentos flectores} ~~en~~ ^{en} ~~ellos~~, se

~~hallaron los mo-~~

~~mentos flectores, alrededor de las tangentes a la directriz, pro-~~

~~dueidos por los montantes sobre el arco bajo la acción del viento que actúa en aquéllos y en el tablero por encima del arco.~~

Dada la simetría del conjunto respecto a la vertical de clave, puede considerarse el semiarco como una ménsula curva empotrada en el arranque, y soportando, además de los empujes antedichos, una ~~rea-~~^{reac-}ción hiperestática en clave, que en este caso, por razón de las simetrías, se reduce exclusivamente a una flexión alrededor de la vertical de clave.

Puede aplicarse fácilmente el teorema de Castigliano teniendo en cuenta los trabajos de flexión y de torsión, pues no habiendo por simetría corrimiento angular de clave, se obtiene la ecuación:

$$\int_a^c \frac{M_f}{EI} \frac{dM_f}{dm} ds + \int_a^c \frac{M_t}{G I'} \frac{dM_t}{dm} ds = 0 \text{ ----- (1)}$$

en la que la integral se extiende de arranque a clave, y en la cual:

M_f son los momentos de flexión.

M_t los de torsión.

m el momento hiperestático en clave.

ds el elemento diferencial de directriz.

E, G , los módulos de elasticidad longitudinal y transversal.

I los momentos de inercia de las secciones respecto a su eje de simetría vertical.

I' los momentos polares ficticios o reducidos que luego determinaremos.

Siendo M_f' y M_t' los momentos isostáticos en la ménsula del semi-arco, m el momento hiperestático de clave, y φ el ángulo de la tangente a la directriz con la horizontal, se tiene

$$M_f = M_f' + m \cos \varphi$$

$$M_t = M_t' + m \operatorname{sen} \varphi$$

Basta pues sustituir estos valores en la ecuación anterior para tener la ecuación en m que puede resolverse haciendo las integraciones analítica o gráficamente; pero surge la dificultad en la determinación de los momentos ficticios I' que no son, como en una sección circular, los momentos polares, sino estos multiplicados por un coeficiente que depende del especial reparto de tensiones en la sección como hemos de ver.

PLANTEAMIENTO TEORICO DEL PROBLEMA DE TORSION.-

Aun cuando sea repetir el planteamiento y desarrollo teóricos de un problema conocido y tratado en todos los libros elementales de elasticidad, creemos preferible hacer rápida y sucitamente la exposición completa de la teoría, aplicable a una pieza prismática cualquiera de sección sensiblemente constante con dos ejes perpendiculares de simetría y de directriz recta o asimilable a ella por lo grande de su radio de curvatura $\frac{r}{\rho}$ frente a las dimensiones transversales de la sección. Arrancaremos pues, dándolas por conocidas, de las ecuaciones de equilibrio interno y de compatibilidad y de las de contorno que constituyen la base general de la teoría de la elasticidad.

Tomemos como origen de coordenadas el centro de la sección,

como ejes coordenados XX, YY, los dos ejes de simetría de la misma y como eje ZZ la normal a ellos por el origen.

Sean σ_x σ_y σ_z las tensiones paralelas a la dirección que marca el subíndice en un punto cualquiera normales al elemento diferencial de superficie a que se refieren, y sean τ_{xy} τ_{xz} τ_{yz} las tensiones tangenciales en el plano ^{normal a la dirección que indica el primer subíndice, y actuando según la dirección del segundo, como es corriente.} ~~normal a la dirección que indica el primer subíndice, y actuando según la dirección del segundo, como es corriente.~~ ~~ces correspondientes y actuando sobre superficies perpendiculares a ellos.~~

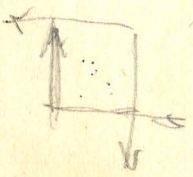
Las tres ecuaciones diferenciales de equilibrio son como siempre:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{d\tau_{xy}}{dy} + \frac{d\tau_{xz}}{dz} + X &= 0 \\ \frac{d\sigma_y}{dy} + \frac{d\tau_{xy}}{dx} + \frac{d\tau_{yz}}{dz} + Y &= 0 \\ \frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{d\tau_{xz}}{dx} + \frac{d\tau_{yz}}{dy} + Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

en las que X Y Z son las fuerzas que actúan en el interior del elemento volumétrico diferencial, y que, en este caso de sollicitación externa exclusivamente por torsión son nulas.

Las seis ecuaciones de compatibilidad puestas en la forma corriente en función de las tensiones son:

$$\left. \begin{aligned} (1+\nu) \nabla^2 \sigma_x + \frac{d^2 \theta}{dx^2} = 0 \quad " \quad (1+\nu) \nabla^2 \tau_{yz} + \frac{d^2 \theta}{dy dz} = 0 \\ (1+\nu) \nabla^2 \sigma_y + \frac{d^2 \theta}{dy^2} = 0 \quad " \quad (1+\nu) \nabla^2 \tau_{xz} + \frac{d^2 \theta}{dx dz} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$



$$(1+\nu) \nabla^2 \sigma_z + \frac{d^2 \theta}{dz^2} = 0 \quad " \quad (1+\nu) \nabla^2 \tau_{xy} + \frac{d^2 \theta}{dx dy} = 0 \quad \left. \vphantom{\frac{d^2 \theta}{dz^2}} \right\} (3)$$

en las que ν es el coeficiente de Poisson, ~~$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$~~

$$\sigma = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$$

Por último las ecuaciones de equilibrio en el contorno son:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n &= X_0 \\ \tau_{xy} m + \tau_{yz} n + \tau_{yx} l &= Y_0 \\ \tau_{xz} n + \tau_{yz} l + \tau_{zy} m &= Z_0 \end{aligned} \right\} (4)$$

siendo en ellas l m n los cosenos directores de la normal a la superficie con los ejes XX, YY, ZZ, respectivamente y X_0 Y_0 Z_0 las proyecciones sobre el eje respectivo de las reacciones exteriores en la superficie.

Es fácil comprobar que el sistema se satisface completamente con la solución dada por

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0 \quad " \quad \tau_{xy} = 0 \quad " \quad \tau_{xz} = \frac{d \phi}{dy} \quad " \quad \tau_{yz} = - \frac{d \phi}{dx} \quad (5)$$

siendo ϕ una función de x y de y solamente (independiente de z) y que cumpla la condición:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{d^2 \phi}{dy^2} = \text{const.} \quad (6)$$

y además la condición de mantenerse constante a lo largo de un con-

de la sección normal.

torno. En efecto, sustituyendo en los sistemas (2) y (3), todas las ecuaciones se satisfacen por anularse todos los términos.

Sustituyendo en las ecuaciones de contorno, para las superficies laterales en las que $n = 0$ por ser paralelas al eje Z , las dos primeras ecuaciones se anulan, y la tercera toma la forma:

$$\tau_{xz} \ell + \tau_{yz} m = 0 \text{ ó bien: } \frac{\delta \phi}{dy} \frac{dy}{ds} + \frac{\delta \phi}{dx} \frac{dx}{ds} = \frac{d\phi}{ds} = 0 \quad (7)$$

siendo ds el elemento diferencial de contorno de la sección y dx dy sus dos proyecciones; ecuación que se cumple también puesto que ϕ es constante a lo largo del contorno de una sección normal cualquiera según dijimos al definir o condicionar esta función.

Por último, sustituyendo en las mismas ecuaciones de contorno, para las superficies o secciones extremas de la pieza en las que se aplican los pares de torsión y en las que

$$\ell = m = 0 \quad " \quad n = 1$$

se comprueba que la última ecuación queda satisfecha, y las dos primeras dan

$$\tau_{xz} = X_0 \quad " \quad \tau_{yz} = Y_0$$

Admitiendo, de acuerdo con el principio de Saint Venant, que las reacciones externas que provocan la torsión se reparten en la superficie de las secciones extremas con arreglo a las mismas leyes que las tensiones internas, basta, ~~plus~~ ^{con}, que las tensiones X_0 Y_0 , o sus iguales τ_{xz} τ_{yz} integradas en toda la superficie de la sección, den como resultante un par; par _Z que _Z, por estar situadas las tensiones en el plano de la sección, será un par ó mo-

mento de torsión.

Efectivamente, esta condición se cumple porque la integral de las proyecciones sobre los ejes XX YY son:

$$\iint \tau_{xz} dx dy = \iint \frac{d\phi}{dy} dx dy = \int dx \int \frac{d\phi}{dy} dy = 0$$

$$\iint \tau_{yz} dx dy = - \int dy \int \frac{d\phi}{dx} dx = 0$$

ya que ϕ es constante en todos los puntos de un contorno.

Del mismo modo, tomando momentos respecto al centro de la sección:

$$\begin{aligned} - \iint \tau_{xz} x dx dy + \iint \tau_{yz} y dx dy &= - \iint \frac{d\phi}{dy} y dx dy - \\ \iint \frac{d\phi}{dx} x dx dy &= - \int y \phi dx + \iint \phi dy dx - \int \phi x dy + \\ + \iint \phi dx dy &= - \int \phi y dx - \int \phi x dy + 2 \iint \phi dx dy = 2 \iint \phi dx dy \end{aligned}$$

(8)

expresión que habrá de igualarse al momento de torsión de las fuerzas exteriores.

Vemos pues que la solución dada por las expresiones (5), siendo ϕ una función que cumpla las dos condiciones (6) y (7), satisface rigurosamente el problema.

Para determinar los corrimientos correspondientes a este estado de tensiones, llamando u v w sus componentes según los tres ejes XX, YY, ZZ, $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ las deformaciones longitudinales co-
niendo

respondientes, y γ_{xy} γ_{yz} γ_{xz} las tres deformaciones transversales o de deslizamiento, tenemos, con arreglo siempre a la teoría de la elasticidad:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x = \frac{\Delta u}{u} &= \frac{1}{E} \left[\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z) \right] = \frac{du}{dx} \\ \varepsilon_y = \frac{\Delta v}{v} &= \frac{1}{E} \left[\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z) \right] = \frac{dv}{dy} \\ \varepsilon_z = \frac{\Delta w}{w} &= \frac{1}{E} \left[\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y) \right] = \frac{dw}{dz} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{1}{G} \tau_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx}$$

Sustituyendo los valores de las tensiones halladas, queda:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = 0 \quad \text{"} \quad \frac{du}{dx} = \frac{dv}{dy} = \frac{dw}{dz} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \frac{d\phi}{dz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} \\ \gamma_{xz} &= \frac{1}{G} \frac{d\phi}{dy} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

expresiones que nos conducen a la solución:

$$u = -\alpha y z \quad " \quad v = \alpha x z \quad \text{-----} \quad (11)$$

en las que α es el ángulo de giro por unidad de longitud de directriz que sufre la pieza por efecto de la torsión y cuya expresión en función de los corrimientos es:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} \right) = -\alpha.$$

Esta misma expresión se deduce de las ecuaciones (10) derivando la primera respecto a x , la segunda respecto a y y restando, con lo que queda:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} \right) = + \frac{1}{G} \left(2 \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{d^2 \phi}{dy^2} \right) = -2\alpha = \frac{1}{G} \left(-\frac{d\tau_{yz}}{dx} + \frac{d\tau_{xz}}{dy} \right) \quad \text{---} (12)$$

Antes de pasar a estudiar el procedimiento práctico de determinar la función ϕ y sus constantes, conviene señalar también que ha de verificarse a lo largo de un contorno, la condición:

$$\int \tau ds = 2 G \alpha \cdot A$$

siendo τ el esfuerzo cortante paralelo a la tangente al contorno de la sección, ds la longitud elemental del contorno s , A el área plana comprendida dentro del contorno, y n la dirección de la normal al contorno en el plano de la sección.

En efecto,

$$\tau = \tau_{yz} \cos(n, x) - \tau_{xz} \cos(n, y) = - \left(\frac{d\phi}{dx} \frac{dx}{dn} + \frac{d\phi}{dy} \frac{dy}{dn} \right) = - \frac{d\phi}{dn}$$

y de las ecuaciones (9) y (11) se obtiene:

$$\tau_{xz} = G \left(\frac{dw}{dx} - \alpha y \right) \quad \tau_{yz} = G \left(\frac{dw}{dy} + \alpha x \right)$$

$$\int \tau ds = - \int \frac{d\phi}{ds} ds = + \left(\tau_{xz} \frac{dx}{ds} + \tau_{yz} \frac{dy}{ds} \right) ds =$$

$$= + G \int \left(\frac{dw}{dx} dx + \frac{dw}{dy} dy \right) - G \alpha \int (y dx - x dy) = + 2 A. G \alpha \text{ ----- (13)}$$

por ser necesariamente nula en una línea cerrada la primera integral, al ser w función unívoca de x y y .

METODO TEORICO EXPERIMENTAL DE RESOLVER EL PROBLEMA.-

Ahora bien; dada la complejidad de la sección no puede pretenderse obtener analíticamente la expresión de ϕ (x y y). Pero puede obtenerse aplicando la analogía de Prandtl, como propuso Griffith experimentalmente, con solo darse cuenta de que la expresión $\phi = \phi' + \phi'' = m' \left[\psi' + a (x^2 + y^2) \right] + m'' \left[\psi'' + a (x^2 + y^2) \right] + \text{----- (14)}$ (en la que a es una constante) satisface el problema siempre que las ψ cumplan la condición:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{d^2 \psi}{dy^2} = 0 \text{ ----- (15)}$$

y tengan en los contornos los valores

$$+ a (x^2 + y^2) + b_n$$

siendo b_n una constante desconocida para cada contorno, con lo que se tendrá a lo largo de ellos: $\phi = \text{const.}$

Pero estas condiciones son las que cumplen una membrana desprovista de peso que arrancando de los contornos con las ordena-

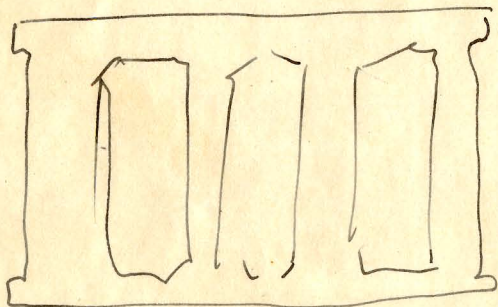
das:

$$a(x^2 + y^2) + b_n$$

no presente resistencia ni a esfuerzo cortante ni a flexión, sino que únicamente sufra en su plano tangente tensiones constantes e iguales en todos los puntos y en todas las direcciones, como se verifica en una membrana líquida que se sostiene por su tensión superficial y cuyo espesor es suficientemente pequeño para poder prescindir del peso propio; tal es, por ejemplo, una pompa de jabón, u otra solución análoga de gran tensión superficial.

Vamos a ver, pues, como pueden determinarse las constantes m' , m'' , a y obtener todos los datos necesarios sin mas que realizar dos membranas de este tipo.

En este caso, tenemos además del contorno exterior, tres contornos interiores, y, por consiguiente tres constantes b_n que representan los desniveles o alturas a que quedan estos contornos interiores respecto a este exterior. La simetría de la sección hace que los dos contornos laterales tengan que estar a nivel con sus



(Fig. 2)

constantas iguales; Sean pues en una de las membranas ~~estas~~ ^{estos} desniveles y b'_c el desnivel o altura del contorno central igualmente respecto al exterior, y sean b'_l b''_c los valores respecti

b'_l estos

vos en una segunda membrana.

Las constantes m' m'' pueden entonces determinarse por la condición (13), que vimos anteriormente, según la cual la función ϕ ha de dar:

$$\left(\int \frac{d\phi}{dz} ds \right)_l = m' \int \frac{d\phi'_l}{dz'_l} ds_l + m'' \int \frac{d\phi''_l}{dz''_l} ds_l = + 2G\alpha A_l$$

$$\left(\int \frac{d\phi}{dz} ds \right)_c = m' \int \frac{d\phi'_c}{dz'_c} ds_c + m'' \int \frac{d\phi''_c}{dz''_c} ds_c = + 2G\alpha A_c$$

(16)

De este sistema de ecuaciones pueden obtenerse las constantes m' m'' a introducir en la expresión (14) de la función ϕ .

La constante a , única que queda por fijar, puede establecerse por la condición de que M_t tenga un valor determinado, pero es preferible imponer como dato el ángulo de giro α y determinar después el momento de torsión correspondiente que produce este giro.

Para ello, se dispone de la fórmula (12) que aplicada a la expresión (14), y teniendo en cuenta la (15) da:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{d^2 \phi}{dy^2} = -4 a (m' + m'') = - 2 G \alpha$$

(17)

APLICACION AL CASO PARTICULAR DEL ESLA.-

De acuerdo con la teoría anterior se construyeron dos membranas sobre unos determinados contornos que en planta seguían los contornos reales de la sección a escala 1/20 y cuyas abscisas correspondían a la ecuación:

$$a(x^2 + y^2) + b_n$$

tomando para ellos las constantes arbitrarias

$$\begin{aligned} a = 1/4 \quad " \quad b'_p &= 2,00 \text{ cm.} \quad " \quad b''_c = 1,63 \text{ cm.} \\ a = 1/4 \quad " \quad b'_p &= 1,00 \quad " \quad b''_c = 2,23 \end{aligned}$$

De las membranas obtenidas en esta forma (figs.) se obtuvieron los valores correspondientes de las superficies ϕ' ϕ'' (figs.), y de ellas los valores en los contornos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\int \frac{d\phi}{du} ds}{A_l} \right)' &= \frac{14,99}{4,29} = 3,50 \quad " \quad \left(\frac{\int \frac{d\phi}{du} ds}{A_l} \right)'' = \frac{9,42}{4,29} = 2,20 \\ \left(\frac{\int \frac{d\phi}{du} ds}{A_c} \right)' &= \frac{-3,16}{1,16} = -2,73 \quad " \quad \left(\frac{\int \frac{d\phi}{du} ds}{A_c} \right)'' = \frac{3,52}{1,15} = 3,03 \end{aligned}$$

con los que las ecuaciones (16) y (17) toman los valores:

$\begin{aligned} 3,50 m' + 2,20 m'' &= + 2 G \alpha \\ -2,73 m' + 3,03 m'' &= + 2 G \alpha \\ -4 \alpha (m' + m'') &= - 2 G \alpha \end{aligned}$	$\begin{aligned} 3,50 m' + 2,20 m'' &= \\ -2,73 m' + 3,03 m'' &= \\ m' &= \frac{0,83}{6,23} m'' = 0,1332 m'' \end{aligned}$
---	---

de las que se deduce

$$m' = \quad " \quad m'' = \quad " \quad g \alpha = \left(\frac{0,83}{6,23} + 1 \right) m'' = -2 G \alpha "$$

Introduciendo estos valores en la expresión (14) se obtiene la función ϕ que se ve en las figs. y que arroja un volumen de $\dots\dots$ diplo metros, cuyo duplo representa el momento de torsión que produce un giro $\alpha = \frac{\dots}{G}$

El cociente del momento de torsión por el ángulo del giro relativo de dos secciones distanciadas a la unidad, es:

$$\frac{Mt}{G\alpha} = \frac{2 \text{ Vol}}{G \alpha} =$$

y siendo el momento de inercia polar de la sección

$$I_p = 287,51 \text{ m}^4$$

puede escribirse:

$$Mt = G \alpha \frac{2 \text{ Vol}}{I_p} \quad I_p = K \quad I_p \quad G \alpha = I'_p \quad G \alpha \times 287,51 =$$

$$= G \alpha \cdot I_p.$$

en la que K es el coeficiente de reducción que hay que aplicar en este tipo de sección al momento de inercia polar.

Los máximos esfuerzos cortantes se producen según las tangentes a las curvas de nivel de la superficie ϕ y sus valores que se representan en la fig. 12 corresponden a las pendientes de esta superficie, bajo la acción del momento de torsión que produce el giro $\alpha = - \dots G$; o sea:

$$Mt_{G\alpha=1} = 0,365 I_p \quad (G \alpha = 1) = 0,365 I_p = I'$$

Para otro momento Mt las cotas de esta figura habrán de multiplicarse por:

$$\frac{mkg}{m^4} = \frac{k}{m^3} \frac{Mt}{0,365 I_p}$$

Admitido que K se mantiene constante para todas las secciones dada la gran semejanza de éstas y su variación relativamente pequeña se tienen los datos para plantear y resolver la ecuación (1) que da el valor de la reacción hiperestática, y con ello obtener los momentos de torsión y de flexión en una sección cualquiera del arco, todo ello en la forma corriente por lo que no entramos en su detalle.

En este caso, se han obtenido, en la sección mas cargada, con $I_p = 140,58 \text{ m}^4$ y $M_t = 680 \text{ tn m}$, un valor máximo de $66 \text{ tn/m}^2 = 6,6 \text{ kg/cm}^2$ que combinado con la compresión longitudinal representa mínimos de 16 kg/cm^2 representa una tracción máxima de kg/cm^2 en una dirección que forma con el plano de la sección como puede verse trazando el círculo de Mohr correspondiente.

Estas tensiones constantes han de combinarse con las compresiones longitudinales que sufre el arco por compresión compuesta para tener las direcciones e intensidades de las tracciones máximas, con objeto de disponer y armar particularmente las juntas de hormigonado.

Toda la parte experimental ha sido efectuada en el Laboratorio ICON de Investigaciones de la Construcción S.A. con membranas de una solución jabonosa de composición especial que mantenidas a 18° permitían hacer las observaciones sin necesidad de renovar con excesiva frecuencia las membranas.

Para mayor seguridad se repitieron las lecturas con el bastidor de contornos en la posición normal y en la invertida con objeto de tomar las medias de ambas lecturas y evitar así los errores debidos al peso propio de la membrana que en este caso

resultaban muy pequeños.

El modelo a escala 1/20 así como el dispositivo general de lectura mediante pantógrafo con punta especial a nivel variable, que se ve en la fig. permitía el trazado de varias curvas de nivel sin renovar la membrana.

A pesar de ello se requieren experimentadores hábiles y pacientes para desarrollar con éxito la experimentación, particularmente por la dificultad de precisar los puntos de contacto del estilete con la membrana; y probablemente si hubieran de realizarse estudios mas extensos o mas frecuentes de este tipo, sería útil la sustitución de este sistema de determinación de las curvas de nivel por puntos, por otro dispositivo optico de mayor eficacia. Pero, ha podido comprobarse nuevamente, no solo la posibilidad práctica de aplicar el procedimiento como ya lo habian hecho otros experimentadores, sino la gran ventaja y exactitud que con él se obtiene para el estudio del reparto de tensiones en casos como éste, de gran complicación.