

EDUARDO TORROJA - OFICINA TÉCNICA

PUENTE DE PALMONES

MEMORIA.

FECHA Diciembre de 1945

N.º 578.301

PUENTE DE PALMONES

M E M O R I A.

Dada la anchura del cauce y la fluidez del terreno que constituye el subsuelo y que obliga a cimentarse por pilotes, resulta obligada la solución de tramos rectos relativamente cortos para poder establecer una viga de poca altura, pues es condición imprescindible la de reducir al máximo la visibilidad del puente, por exigencias militares.

Como por otra parte no conviene proyectarlo con un número excesivo de pilas, se ha adoptado como solución intermedia, la de luces de 24 metros que, mediante el establecimiento de armaduras pretensadas, permite reducir la altura eficaz de viga a 1,60 metros, con lo cual puede bajarse la rasante respecto a la actual y disminuirse al máximo la visibilidad del conjunto.

Como la esbeltez llega a ser del $\frac{1}{15}$, si se

empleara una viga de tipo normal precisaría una gran cantidad de hierro, y por ello se ha considerado que en las circunstancias actuales, dada la gran escasez de este material y las órdenes recibidas de economizarlo al máximo, la mejor solución es emplear un tipo de viga pretensada con la mayor reducción posible de sección de hierro, aún a trueque de emplear en algunos elementos aceros especiales.

La disposición adoptada es de tramos aparentemente independientes, apoyados sobre los pilares, de forma que permita un asiento cualquiera de los cimientos sin provocar esfuerzos hiperestáticos peligrosos, y con unos cables a lo largo de toda la longitud del puente que mediante una tensión previa permitan absorber las tracciones correspondientes a la cabeza inferior, disminuyendo así la sección de hierro de la armadura de tracción, que no necesita trabajar más que bajo la acción del peso muerto de los tramos hasta la total terminación de los mismos, momento en que pueden ya colocarse los citados cables y hacerse el pretensado de las cabezas de una vez para todos los tramos.

De este modo se logra reducir el volumen de hormigón a 0,42 metros cúbicos por metro cuadrado, y el peso de la armadura a 55 kg/m², lo que dada la esbeltez del puente, puede considerarse como un record en este sentido de economía.

Las cargas prácticas empleadas en el cálculo, son: 1.200 kg/cm² para el acero normal, 1.800 kg. para el acero fino tipo S2 de Altos Hornos, 53 kg/mm² para los cables de acero, y 50 kg/cm² para el hormigón a compresión. Todas estas cifras se ajustan a los coeficientes de seguridad que obliga la Instrucción para Obras de Hormigón, cumpliendo los materiales las que se especifican en el Pliego particular de este mismo proyecto.

La calzada del puente que es de 8 metros de anchura, se considera dividida transversalmente en dos partes, al objeto de poder dar la circulación por una de ellas para hacer el desvío de la carretera y luego construir la otra.

La ejecución requiere el montaje de cimbra para el hormigonado de varios tramos simultáneamente, si bien puede irse retirando sin necesidad de mantenerla en todos ellos, gracias a que la armadura propia del tramo va dispuesta con sección suficiente para soportar el peso muerto.

Los cables que son dos por viga, corren paralelamente a ella, atravesando mediante entubado las pequeñas cabezas de compresión que ha sido necesario establecer en la cabeza inferior junto a los apoyos, precisamente para soportar la compresión que produce el tesado de estos cables, que van hormigonados en sus cabezas sobre piezas móviles que permiten la

puesta en tracción de cada pareja de ellos independientemente, mediante gatos hidráulicos horizontales, con lo cual el puente queda en condiciones de soportar, no solamente el peso propio, sino también la sobrecarga del tren nº 1 según marca la Instrucción de Puentes.

Dada la gran longitud de viga, hay que tener en cuenta la distensión que se ha de producir en el cable por efecto de la retracción y deformaciones lentas del hormigón durante el primer año, por lo cual será necesario repetir esta maniobra después de pasado éste, y solamente entonces podrá hormigonarse la pequeña ménsula que aparece en la cabeza inferior, e inyectar el entubado por donde corre el cable para que éste quede totalmente defendido de la intemperie y unido perfectamente en su trabajo al hormigón de la viga.

Las comprobaciones de cálculo que se expresan a continuación, se ajustan también a las normas de la Instrucción para Obras de Hormigón, como puede comprobarse siguiendo el desarrollo detallado de los mismos.

PUENTE DE PALMONES

CALCULO DEL TABLERO.

FORJADO DE ANDEN.-

Luz: 0,68 m.

Sobrecarga: 450 kg/m²

Peso muerto uniforme: 192 kg/m²

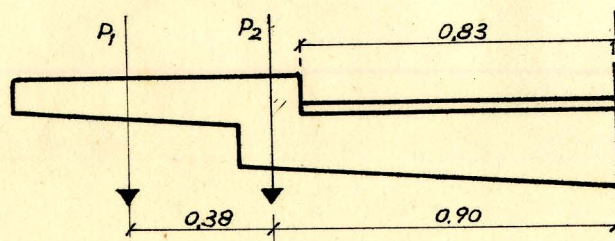
Peso muerto triangular: 29 kg/total

Momento flector:

$$(450+192) \times \frac{0,68^2}{2} + 29 \times 0,28 = 155 \text{ mkg/m.l.}$$

Se dispone una sección de 12 centímetros de canto total en arranques y 8 cm. en el borde, y una armadura de 4 \varnothing 8 p.m.l. , con lo que está holgadamente resistida.

FORJADO VOLADO LATERAL.-



Las cargas y sobrecargas que actúan sobre este elemento, son las siguientes:

$$P_1 = 520 \text{ kg/m.l.}$$

$$P_2 = 170 \text{ "}$$

Pavimento de asfalto: 65 kg/m².

Peso propio: Uniforme = 360 kg/m²

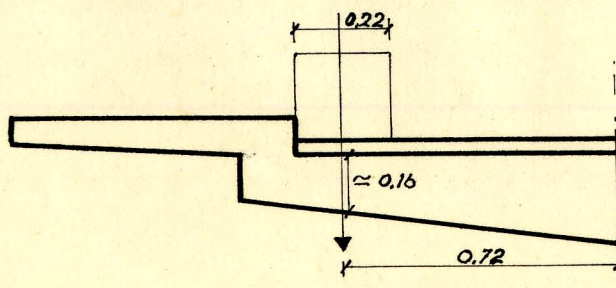
Peso propio: Triangular = 250 kg/m.l. a 0,28 metros del arranque

Además de estas cargas, se tienen las que marca la Instrucción Oficial para el Cálculo de Tramos Metálicos para Carreteras; es decir, el rodillo compresor de 20 toneladas ó la puntual de 13 ton, siendo esta última la más desfavorable, y por consiguiente, para la que se comprobará el forjado.

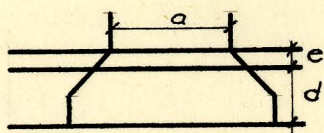
Evidentemente, la carga puntual de 13 ton ha de considerarse repartida en una superficie finita; se toma para determinar esta superficie, una carga de compresión admisible en el asfalto, que forma la calzada, de 15 kg/cm² con lo que se tiene:

$$\frac{13.000}{15} = 870 \text{ cm}^2.$$

que se supone es la correspondiente a un rectángulo de 22 cm. de ancho por 40 cm. de largo, en sentido longitudinal al tramo.



La Instrucción Oficial para el Proyecto y Ejecución de Obras de Hormigón admite que, cuando no se estudia el reparto elástico de las cargas concentradas, se pueden considerar éstas repartidas en una longitud igual a los $\frac{4}{3}$ de su distancia al apoyo; por otra parte, la longitud de reparto de la carga en el eje de aplicación de la fuerza, según la antedicha Instrucción, es



$$a + 2e + d.$$

Con lo expuesto, la longitud total en que se supone repartida la carga en la zona de arranque, es:

$$0,40 + 2 \times 0,03 + 0,16 + \frac{4}{3} \times 0,72 = 1,58 \text{ m.}$$

y el momento flector por m.l. de forjado en dicho arranque, tiene un valor de:

$$\begin{aligned} & -(520 \times 1,28 + 170 \times 0,90 + 425 \times \frac{0,83^2}{2} + 250 \times 0,28 + \frac{13.000}{1,58} \times 0,72) = \\ & = - 6.955 \text{ mkg.} \end{aligned}$$

El esfuerzo cortante en arranque vale:

$$T = \frac{13.000}{1,58} + 520 + 170 + 425 \times 0,83 + 250 = 9.520 \text{ kg/m.l.}$$

COMPROBACION DE LA SECCION DE ARRANQUE.-

Canto total: $d = 37 \text{ cm.}$

Canto útil: $c = 35 \text{ "}$

Ancho: $a = 100$ cm.

Armadura de tracción: $s = 12,4$ cm².

Coefficiente de equivalencia: $m = 12$

Profundidad de fibra neutra: $g = 8,82$ cm.

Momento de inercia: $I = 124.900$ cm⁴.

Tensión a compresión en el hormigón: $H = 49$ kg/cm²

Tensión a tracción en el acero: $A = 1.760$ kg/cm²

Tensión cortante en el hormigón: $B = 3,00$ kg/cm²

Para comprobar a cizalladura, se determina primeramente el ancho de reparto de aplicación de la carga en los dos sentidos, considerando un espesor medio de forjado de 16 cm.; estos anchos son:

$$40 + 3 \times 2 + 16 = 62 \text{ cm.}$$

$$22 + 3 \times 2 + 16 = 44 \text{ "}$$

y la tensión cortante vale:

$$\frac{13.000}{(44+62) \times 16 \times 2} = 3,80 \text{ kg/cm}^2.$$

FORJADO VOLADO INTERIOR.-

Este forjado es semejante al calculado anteriormente, diferenciándose únicamente en que no lleva forjado de andén.

Momento flector en arranque:

$$-(425 \times \frac{0,83^2}{2} + 250 \times 0,28 + \frac{13.000}{1,58} \times 0,72) = - 6.140 \text{ mkg.}$$

COMPROBACION DE LA SECCION.-

$$d = 35 \text{ cm.}$$

$$c = 33 \text{ "}$$

$$a = 100 \text{ "}$$

$$s = 11,3 \text{ cm}^2$$

$$m = 12$$

$$g = 8,2$$

$$I = 101.700 \text{ cm}^4$$

$$H = 50 \text{ kg/cm}^2.$$

$$A = 1.800 \text{ kg/cm}^2.$$

FORJADO ENTRE VIGAS.-

En este forjado han de considerarse dos hipótesis: En la primera de ellas, se supone situada la carga de 13 toneladas en el centro del forjado y estando descargados los laterales, con lo que se obtiene el momento positivo máximo; y la segunda, actuando la citada carga en la posición ya calculada en el voladizo lateral y estando descargado el otro voladizo y el forjado entre vigas, obteniéndose con ello el momento negativo en el centro del vano.

El peso propio del forjado es de 600 kg/m² y el del pavimento 66 kg/m², ó sea un total de 666 kg/m².

La carga de 13 toneladas, situada en el centro del vano, se reparte en un ancho de:

$$\frac{2}{3} \times 2,34 + 0,40 + 2 \times 0,03 + 0,25 = 2,27 \text{ m.}$$

1a hipótesis: Máximo momento positivo en el centro:

$$666 \times \frac{2,34^2}{8} + \frac{13.000}{2,27} \times \frac{2,34}{4} - \left(\frac{6.955 + 6.140}{2} - \frac{13.000 \times 0,72}{1,58} \right) =$$
$$= 3.180 \text{ mkg/m.l.}$$

Comprobación de la sección:

$$d = 23 \text{ cm.}$$

$$c = 21 \text{ cm.}$$

$$a = 100 \text{ cm.}$$

$$s = 9,1 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Armadura de compresión: } u = 9,1 \text{ cm}^2.$$

$$m = 12$$

$$g = 5,23 \text{ cm.}$$

$$I = 33.070 \text{ cm}^4$$

$$H = 50,3 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = 1.820 \text{ "}$$

La tensión cortante no es preciso comprobarla por ser menor de la admisible.

2a Hipótesis: Máximo momento negativo en el centro:

$$666 \times \frac{2,34^2}{8} - \left(\frac{6.955 + 6.140}{2} - \frac{13.000}{1,58} \times \frac{0,72}{2} \right) = 3.135 \text{ mkg/m.l.}$$

Es decir, que por ser iguales los momentos positivo y negativo, la armadura es simétrica.

VIGA DE 24 METROS DE LUZ.-

El cálculo de estas vigas se hará en tres fases: la primera corresponde al momento de descimbrado antes de tensarse los cables, en cuyo caso solamente actúa el peso muerto; la segunda estando tensados los cables y pudiendo actuar la sobrecarga, y la tercera, cuando se hormigonan los cables actuando unidos al resto de la estructura.

El cálculo de estas vigas se hará para la mitad de la sección transversal.

El peso muerto por metro lineal de tramo es:

Hormigón:

0,08x0,60	= 0,04800
0,02x0,60	= 0,01200
0,13x0,15	= 0,01950
4,00x0,04x0,666	= 0,10666
0,113x0,855	= 0,09662
0,211x0,855x0,5	= 0,09020
0,25x1,662x2	= 0,83100
0,20x2,09	= 0,41800
0,11x0,705	= 0,07755
0,172x0,705x0,5	= 0,06063
0,124x0,44x0,5	= 0,02728
0,082x0,34x0,5	= <u>0,01394</u>
	1,80138x2.400 = 4.323

Pavimento de asfalto: 66x4 = 264

Total: 4.587 kg

1ª Fase sección central (Peso muerto):

En el momento del descimbrado, el momento flector en el centro de la luz vale:

$$4.587 \times \frac{24^2}{8} = 330.200 \text{ mkg.}$$

Comprobación de la sección:

Con las dimensiones de escuadrías indicadas en la sección transversal, no teniendo en cuenta el forjado de anclaje, y con 154 cm² de armadura de tracción, la profundidad de la fibra neutra se deduce de la ecuación

$$1.066,6(g-2,4)+966,2(g-9,7)+902(g-22,3)+25x2(g-4)^2x \\ x \frac{1}{2} +4.180(g-15,5)+775,5(g-9,5)+606,3(g-20,7)+ \\ +272,8(g-31,1)+139,4(g-29,7)-154 m. (160,2-g) = 0$$

y tomando $m = 12$ y simplificando se tiene:

$$25 g^2 + 10.557 g - 425.160 = 0$$

de donde:

$$g = 37$$

$$I = 1.066,6x34,6^2 + 966,2x27,3^2 + 902x14,7^2 + 50x \frac{33^3}{3} + \\ + 4.180x21,5^2 + 775,5x27,5^2 + 606,3x16,3^2 + 272,8x \\ x5,9^2 + 139,4x7,3^2 + 1.848x123,2^2 + 209x \frac{20^3}{12} + 85,5x \\ x \frac{11,3^3}{12} + 70,5x \frac{11^3}{12} = 33.694.000 \text{ cm}^4.$$

$$H = \frac{330.200 \times 100}{33.694.000} \times 37,0 = 36,5 \text{ kg/cm}^2.$$

$$A = \frac{330.200 \times 100}{33.694.000} \times 123,2 \times 12 = 1.460 \text{ kg/cm}^2.$$

2ª Fase. Sección central. (Peso muerto)

Mediante los cables de acero dispuestos (véase más adelante la comprobación de los cables) se aplica una compresión de 225.000 kg., en un punto situado 6 cm. más alto que la cara inferior de vigas; esta compresión produce un momento flector de sentido contrario al del peso muerto del cual habrá que deducirlo.

El momento flector originado por los cables ha de referirse al centro de gravedad de la sección llena de hormigón incluida la armadura, con lo que el momento estático de la sección respecto a la cara inferior es:

$$\begin{aligned} & 1.066,6 \times 167,8 + 966,2 \times 160,5 + 902 \times 147,9 + 25 \times 2 \times \frac{166,2^2}{2} + \\ & + 4.180 \times 154,7 + 775,5 \times 160,7 + 606,3 \times 149,5 + 272,8 \times 139,1 + \\ & + 139,4 \times 140,5 + 154 \times 12 \times 10 = 2.097.000 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

y la sección:

$$\begin{aligned} & 1.066,6 + 966,2 + 902 + 25 \times 2 \times 166,2 + 4.180 + 775,5 + 606,3 + \\ & + 272,8 + 139,4 + 1.848 = 19.066,8 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

de donde se deduce la distancia del centro de gravedad a la cara inferior, y cuyo valor es:

$$\frac{2.097.000}{19.066,8} = 110 \text{ cm.}$$

con lo que el brazo de la fuerza vale

$$110 - 6 = 104 \text{ cm.}$$

y el momento en el centro de la luz es:

$$-225.000 \times 104 = - 234.000 \text{ mkg.}$$

: En este momento, es decir, cuando todavía no actúa la sobrecarga, los esfuerzos de la sección son:

Compresión: 225.000 kg.

Momento flector: $330.200 - 234.000 = 96.200 \text{ mkg.}$

Comprobación de la sección:

Momento de inercia de la sección total llena

$$\begin{aligned} & 1.066,6 \times 57,8^2 + 966,2 \times 50,5^2 + 902 \times 37,9^2 + 25 \times 2 \times \frac{56,2^3}{3} + \\ & + 25 \times 2 \times \frac{110^3}{3} + 4.180 \times 44,7^2 + 775,5 \times 50,7^2 + 606,3 \times 39,5^2 + \\ & + 272,8 \times 29,1^2 + 139,4 \times 30,5^2 + 1.848 \times 100^2 + 85,5 \times \frac{11,3^3}{12} + \\ & + 209 \times \frac{20^3}{12} + 70,5 \times \frac{15^3}{12} = 62.757.000 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

Las tensiones de trabajo en el hormigón, son:

$$\text{Cabeza superior: } - \frac{225.000}{19.067} - \frac{96.200 \times 100}{62.757.000} \times 60,2 = - 21,0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Cabeza inferior: } \frac{225.000}{19.067} + \frac{96.200 \times 100}{62.757.000} \times 110,0 = + 5,0 \text{ "}$$

La tracción resultante en el hormigón es perfectamente admisible, ya que no llega a ser la cuarta parte de la de compresión y existe armadura sobrada para resistir su totalidad.

2ª Fase. Sección de apoyo (Peso muerto).-

Estando tensados los cables y no actuando la sobrecarga, los esfuerzos en la sección son:

$$N = - 225.000 \text{ kg.}$$

$$M = - 225.000 \times 0,931 = - 209.500 \text{ mkg.}$$

La tensión máxima a compresión en la cara inferior de la sección es:

$$H = - \frac{225.000}{20.520} - \frac{209.500 \times 100}{77.412.000} \times 102,5 = - 38,7 \text{ kg/cm}^2$$

y la máxima a la tracción en la cara superior vale:

$$H' = - \frac{225.000}{20.520} - \frac{209.500 \times 100}{77.412.000} \times (-67,7) = 7,3 \text{ kg/cm}^2.$$

(El momento de inercia, área, etc., de la sección, están deducidos más adelante en el cálculo a esfuerzo cortante e igualmente para las secciones I y II que se comprueban a continuación).

Esta tensión de tracción es menor que la cuarta parte de la de compresión, por lo cual la comprobación es válida, y precisándose disponer una sección de armadura capaz de soportar la totalidad de la tracción.

El área de la zona que queda por encima de la fi-

bra neutra es de 12.094 cm² y por debajo, de 8.425 cm²; el brazo mecánico vale:

$$B = \frac{575.000}{12.094} + \frac{575.000}{8.425} = 116 \text{ cm.}$$

con lo que la tracción total es:

$$- \frac{225.000 \times 12.094}{20.520} + \frac{209.500 \times 100}{116} = 48.000 \text{ kg.}$$

La armadura de repartición del forjado está formada por 30 \emptyset de 8 m/m, la de barras superiores de vigas de 4 \emptyset de 12 m/m y las levantadas de las mismas son 4 \emptyset de 28 m/m, ó sea una sección total de:

$$0,5 \times 30 + 1,12 \times 4 + 6,16 \times 4 = 44,1 \text{ cm}^2.$$

Tensión de trabajo a tracción en esta armadura:

$$\frac{48.000}{44,1} = 1.090 \text{ kg/cm}^2.$$

2ª Fase. Sección I. (Peso muerto.-

(Véase comprobación a esfuerzo cortante).

$$H = - \frac{225.000}{19.535} - \frac{173.250 \times 100}{67.410.000} \times 107,3 = - 39,1 \text{ kg/cm}^2$$

$$H' = \frac{225.000}{19.535} - \frac{173.250 \times 100}{67.410.000} \times (-62,9) = 4,7 \quad "$$

Esta tracción es admisible en el hormigón, y además está asegurada por la armadura de repartición del forjado y de la cara superior de vigas.

2ª Fase. Sección II (Peso muerto):

$$H = - \frac{225.000}{17.915} - \frac{147.000 \times 100}{51.280.000} \times (116,2) = - 45,9 \text{ kg/cm}^2$$

$$H' = \frac{225.000}{17.915} - \frac{147.000 \times 100}{51.280.000} \times (-54,0) = 3,00 \text{ "}$$

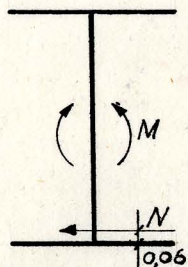
2ª Fase. Sección central. (Peso muerto y sobrecarga).-

La sobrecarga equivalente que indica la Instrucción para la redacción de Proyectos de Tramos para Carreteras para luz de 24 metros, es:

$$450 \times 0,75 + (1.800 + \frac{2.000 - 1.800}{5}) \times 2 = 4.020 \text{ kg/m.l.}$$

y el momento flector en el centro:

$$4.020 \times \frac{24^2}{8} = 290.000 \text{ mkg.}$$



Con esto, los esfuerzos totales en la sección central son:

Compresión según croquis: 225.000 kg.

Momento flector: $330.200 + 290.000 = 620.200 \text{ mkg.}$

La comprobación de esta sección habría de hacerse a flexión compuesta pero refiriendo el momento flector al eje de la armadura de tracción se puede hacer la comprobación a flexión simple siguiendo el procedimiento publicado en Junio de 1940 en la Revista de Ob. Pub. por Don Eduardo Torreja.

Momento flector respecto al eje de la armadura de

tracción:

$$620.200 - 225.000 \times 0,04 = 611.200 \text{ mkg.}$$

Comprobación de la sección:

Armadura ficticia de tracción: $s' = 325 \text{ cm}^4$.

$$m = 12$$

$$25g^2 + 12.609g - 753.870 = 0$$

$$g = 54,0$$

$$\begin{aligned} I = & 1.066,6 \times \overline{51,6}^2 + 966,2 \times \overline{44,3}^2 + 902 \times \overline{31,7}^2 + 50 \times \frac{50^3}{3} + \\ & + 4.180 \times \overline{38,5}^2 + 775,5 \times \overline{44,5}^2 + 606,3 \times \overline{23,3}^2 + 272,8 \times \overline{22,9}^2 + \\ & + 139,4 \times \overline{24,3}^2 + 325 \times 12 \times \overline{106,2}^2 + 209 \times \frac{20^3}{12} + 85,5 \times \frac{11,3^3}{12} + \\ & + 70,5 \times \frac{11^3}{12} = 60.155.000 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

$$H = \frac{611.200 \times 100}{60.155.000} \times 54 = 55 \text{ kg/cm}^2.$$

$$A = \frac{611.200 \times 100}{60.155.000} \times 106,2 \times 12 = 1.290 \text{ kg/cm}^2.$$

La sección real de armadura de tracción es

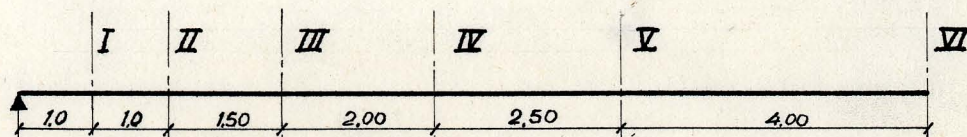
$$325 - \frac{225.000}{1.290} = 150 \text{ cm}^2$$

que es la dispuesta.

1ª y 2ª Fases. Esfuerzos cortantes. (Peso muerto y sobrecarga.)

Las tensiones cortantes se determinarán, tanto en

magnitud como en dirección, mediante los círculos de Mohr trazados en las seis secciones indicadas en el croquis; para ello se establecen primeramente los es



fuerzas tangenciales y momentos flectores, ambos para peso muerto y sobrecarga separadamente, en cada una de las secciones, y después las tensiones unitarias para distintas fibras de la sección, con lo que se tienen los datos para el trazado de los círculos de Mohr.

Sobrecarga equivalente para esfuerzo cortante:

$$450 \times 0,75 + (2.000 + \frac{2.200 - 2000}{5}) \times 2 = 4.420 \text{ kg/m.l.}$$

Esfuerzos cortantes por peso muerto:

$$\begin{aligned} T_I &= 4.587 \times 11,00 = 50.460 \text{ kg.} \\ T_{II} &= \text{ " } \times 10,00 = 45.870 \text{ " } \\ T_{III} &= \text{ " } \times 8,50 = 38.990 \text{ " } \\ T_{IV} &= \text{ " } \times 6,50 = 29.820 \text{ " } \\ T_V &= \text{ " } \times 4,00 = 18.350 \text{ " } \\ T_{VI} &= \text{ " } \times 0 = 0 \text{ " } \end{aligned}$$

Esfuerzos cortantes por sobrecarga, actuando és ta desde la sección considerada hasta el apoyo opues to.

$$T'_{I} = \frac{4.420}{24} \times 23,0 \times 11,50 = 48.710 \text{ kg.}$$

$$T'_{II} = \frac{4.420}{24} \times 22,0 \times 11,00 = 44.570 \text{ "}$$

$$T'_{III} = \frac{4.420}{24} \times 20,5 \times 10,25 = 40.590 \text{ "}$$

$$T'_{IV} = \frac{4.420}{24} \times 18,5 \times 9,25 = 31.520 \text{ "}$$

$$T'_{V} = \frac{4.420}{24} \times 16,0 \times 8,00 = 23.570 \text{ "}$$

$$T'_{VI} = \frac{4.420}{24} \times 12,0 \times 6,00 = 13.260 \text{ "}$$

Momentos flectores por peso muerto:

$$M_I = \frac{4.587}{2} \times 1,00 \times 23,00 = 52.750 \text{ mkg.}$$

$$M_{II} = \quad \times 2,00 \times 22,00 = 100.910 \text{ "}$$

$$M_{III} = \quad \times 3,50 \times 20,50 = 164.560 \text{ "}$$

$$M_{IV} = \quad \times 5,50 \times 18,50 = 233.360 \text{ "}$$

$$M_V = \quad \times 8,00 \times 16,00 = 293.440 \text{ "}$$

$$M_{VI} = \quad \times 12,00 \times 12,00 = 330.200 \text{ "}$$

Momentos flectores por sobrecarga equivalente de
esfuerzo cortante:

$$M'_{I} = 48.710 \times 1,00 = 48.710 \text{ mkg.}$$

$$M'_{II} = 44.570 \times 2,00 = 89.140 \text{ "}$$

$$M'_{III} = 40.590 \times 3,50 = 142.070 \text{ mkg.}$$

$$M'_{IV} = 31.520 \times 5,50 = 173.360 \text{ mkg.}$$

$$M'_{V} = 18.980 \times 8,00 = 151.840 \text{ "}$$

$$M'_{VI} = 13.260 \times 12,00 = 159.120 \text{ "}$$

Además, se tiene una compresión de 225.000 kg. a 6 cm. de la cara inferior de vigas.

El cálculo de las tensiones unitarias se hará pa

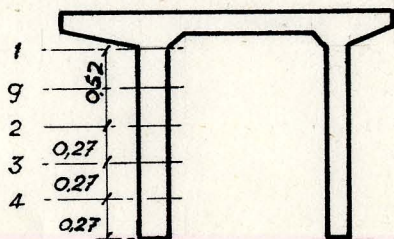
ra las fibras indicadas en el croquis, siendo

la de subíndice g la co

rrespondiente a la fibra

neutra; como en dicho

cálculo se supone que la



pieza de hormigón es capaz de soportar las tracciones, las secciones han de considerarse llenas incluyendo la armadura de tracción cuyo valor se ve en el Anejo nº 1.

Como en cada una de las tres hipótesis, la figura se mantiene la misma dentro de la sección, se determinan primero los valores de profundidad de fibra neutra, momento de inercia, momentos estáticos de las distintas fibras, etc. de cada una de dichas secciones.

Aún cuando para el esfuerzo cortante no es preciso determinar los valores antedichos de la sección de apoyo, se incluyen también por ser necesarios para otros casos.

Para la deducción de estos valores véanse los planos.

Sección de apoyo:

M_E = Momento estático de la sección respecto a la cara inferior de vigas:

$$2.097,000 - 154 \times 12 \times 10 + (100 \times \frac{15^2}{2} + 100 \times \frac{3}{2} \times 16) \times 2 = 2.103.400 \text{ cm}^3.$$

S_E = Sección llena inclinada de la armadura de la cara inferior:

$$19.067 - 1.848 + (100 \times 15 + 100 \times \frac{3}{2}) \times 2 = 20.520 \text{ cm}^2$$

h = Distancia de la fibra neutra a la cara inferior de vigas:

$$\frac{2.103.400}{20.520} = 102,5 \text{ cm.}$$

I = Momento de inercia:

$$1.066,6 \times \overline{65,3}^2 + 966,2 \times \overline{58}^2 + 902 \times \overline{45,4}^2 + 50 \times \frac{\overline{63,7}^3}{3} + 50 \times \frac{\overline{102,5}^3}{3} + 4.180 \times \overline{52,2}^2 + 775,5 \times \overline{58,2}^2 + 606,3 \times \overline{47}^2 + 272,8 \times \overline{36,6}^2 + 139,4 \times \overline{58,0}^2 + 3.000 \times \overline{95,0}^2 + 300 \times \overline{86,5}^2 + 209 \times \frac{\overline{20}^3}{12} + 85,5 \times \frac{\overline{11,3}^3}{12} + 70,5 \times \frac{\overline{15}^3}{12} + 200 \times \frac{\overline{15}^3}{12} = 77.412.000 \text{ cm}^4.$$

m_1 = Momento estático de la superficie que queda por

encima de la fibra 1 respecto a la neutra:

$$1.066,6 \times 65,3 + 966,2 \times 58 + 902 \times 45,4 + 50 \times 33,2 \times 47,1 + 4.180 \times 52,2 + 775,5 \times 58,2 + 606,3 \times 47 + 272,8 \times 36,6 + 139,4 \times 38,0 = 551.800 \text{ cm}^3$$

m_g = Momento estático de la superficie que queda por encima de la fibra neutra respecto a sí misma:

$$551.800 + 50 \times \frac{30,5^2}{2} = 575.000 \text{ cm}^3.$$

m_2 = Iden iden iden que queda por debajo de la fibra 2 respecto a la neutra:

$$3.000 \times 95,0 + 300 \times 86,5 + 50 \times 81 \times 62,0 = 562.000 \text{ cm}^3.$$

m_3 = Iden iden de la 3.

$$3.000 \times 95,0 + 300 \times 86,5 + 50 \times 54 \times 75,5 = 515.000$$

m_4 = Iden iden de la 4:

$$3.000 \times 95,0 + 300 \times 86,5 + 50 \times 27 \times 89,0 = 431.000$$

Sección I:

$$M_E = 2.078.500 + \left(60 \times \frac{15^2}{2} + 60 \times \frac{3}{2} \times 16 \right) \times 2 + 28 \times 12 \times 5 = 2.096.800 \text{ cm}^3.$$

$$S_E = 17.219 + \left(60 \times 15 + 60 \times \frac{3}{2} \right) \times 2 + 28 \times 12 = 19.535 \text{ cm}^3$$

$$h = \frac{2.096.800}{19.535} = 107,3 \text{ cm}.$$

$$I = 1.066,6x60,5^2 + 966,2x53,2^2 + 902x40,6^2 + 50x \frac{58,9^3}{3} + 50x \frac{107,3^3}{3} + 4.180x47,4^2 + 775,5x53,4^2 + 606,3x42,2^2 + 272,8x31,8^2 + 139,4x33,2^2 + 1.800x99,8^2 + 180x91,3^2 + 336x102,3^2 + 203.000 = 67.410.000 \text{ cm}^4.$$

$$m_1 = 1.066,6x60,5 + 966,2x53,2 + 902x40,6 + 50x33,2x42,3 + 775,5x53,4 + 4.180x47,4 + 606,3x42,2 + 272,8x31,8 + 139,4x33,2 = 501.200 \text{ cm}^3$$

$$m_g = 501.200 + 50x \frac{25,7^2}{2} = 517.700 \text{ cm}^3.$$

$$m_2 = 1.800x99,8 + 180x91,3 + 336x102,3 + 50x81x66,8 = 501.000 \text{ cm}^3$$

$$m_3 = 1.800x99,8 + 180x91,3 + 336x102,3 + 50x54x80,3 = 447.000 \text{ "}$$

$$m_4 = 1.800x99,8 + 180x91,3 + 336x102,3 + 50x27x93,8 = 357.200 \text{ "}$$

Sección II:

$$M_E = 2.078.500 + 58x12x5 = 2.082.000 \text{ cm}^3$$

$$S_E = 17.219 + 58x12 = 17.915 \text{ cm}^2.$$

$$h = \frac{2.082.000}{17.915} = 116,2$$

$$I = 1.066,6x51,6^2 + 966,2x44,3^2 + 902x31,7^2 + 50x \frac{50^3}{3} + 50x \frac{116,2^3}{3} + 4.180x38,5^2 + 775,5x44,5^2 + 606,3x33,3^2 + 272,8x22,9^2 + 139,4x24,3^2 + 58x12x111,2^2 + 172.000 = 51.280.000 \text{ cm}^4$$

$$m_1 = 1066,6x51,6 + 966,2x44,3 + 902x31,7 + 50x33,2x33,4 + 4.180x38,5 + 775,5x44,5 + 606,3x33,3 + 272,8x22,9 + 139,4x24,3 = 406.500 \text{ cm}^3$$

$$m_g = 406.500 + 50 \times \frac{16,8^2}{2} = 413.550 \text{ cm}^3.$$

$$m_2 = 58 \times 12 \times 111,2 + 50 \times 81 \times 75,7 = 384.000 \text{ cm}^3$$

$$m_3 = 58 \times 12 \times 111,2 + 50 \times 54 \times 89,2 = 317.300 \text{ "}$$

$$m_4 = 58 \times 12 \times 111,2 + 50 \times 27 \times 102,7 = 216.300 \text{ "}$$

Sección III:

$$M_E = 2.078.500 + 77 \times 12 \times 7 = 2.085.000 \text{ cm}^3$$

$$S_E = 17.219 + 77 \times 12 = 18.140 \text{ cm}^2$$

$$h = 114,9 \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} I &= 1.066,6 \times 52,9^2 + 966,2 \times 45,6^2 + 902 \times 33,0^2 + 50 \times \frac{51,3^3}{3} + \\ &+ 50 \times \frac{114,9^3}{3} + 4.180 \times 39,8^2 + 775,5 \times 45,8^2 + 606,3 \times 34,6^2 + \\ &+ 272,8 \times 24,2^2 + 139,4 \times 25,6^2 + 77 \times 12 \times 107,9^2 + 172.000 = \\ &= 53.580.000 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= 1.066,6 \times 52,9 + 966,2 \times 45,6 + 902 \times 33 + 50 \times 33,2 \times 34,3 + \\ &+ 4.180 \times 39,8 + 775,5 \times 45,8 + 606,3 \times 34,6 + 272,8 \times 24,2 + \\ &+ 139,4 \times 25,6 = 420.300 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

$$m_g = 420.300 + 50 \times \frac{18,1^2}{2} = 428.470$$

$$m_2 = 77 \times 12 \times 107,9 + 50 \times 81 \times 74,4 = 401.000$$

$$m_3 = 77 \times 12 \times 107,9 + 50 \times 54 \times 87,9 = 337.000$$

$$m_4 = 77 \times 12 \times 107,9 + 50 \times 27 \times 101,4 = 236.000$$

Sección IV:

$$M_E = 2.078.500 + 116 \times 12 \times 9 = 2.091.000 \text{ cm}^3$$

$$S_E = 17.219 + 116 \times 12 = 18.610 \text{ cm}^2.$$

$$h = 112,4 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} I &= 1.066,6x55,4^2 + 966,2x48,1^2 + 902x35,5^2 + 50x\frac{53,8^3}{3} + 50x \\ & \quad x\frac{112,4^3}{3} + 4.180x42,3^2 + 775,5x48,3^2 + 606,3x37,1^2 + \\ & \quad + 272,8x26,7^2 + 139,4x28,1^2 + 116x12x103,4^2 + 172.000 = \\ & = 58.390.000 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= 1.066,6x55,4 + 966,2x48,1 + 902x35,5 + 50x33,2x37,2 + \\ & \quad + 4.180x42,3 + 775,5x48,3 + 606,3x37,1 + 272,8x26,7 + \\ & \quad + 139,4x28,1 = 447.900 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$m_g = 447.900 + 50x\frac{20,6^2}{2} = 458.500$$

$$m_2 = 116x12x103,4 + 50x81x71,9 = 434.000$$

$$m_3 = 116x12x103,4 + 50x54x85,4 = 374.000$$

$$m_4 = 116x12x103,4 + 50x27x98,9 = 277.000$$

Sección V:

$$M_E = 2.078.500 + 135x12x10 = 2.094.700 \text{ cm}^3$$

$$S_E = 17.219 + 135x12 = 18.840 \text{ cm}^2.$$

$$h = 111,2$$

$$\begin{aligned} I &= 1.066,6x56,6^2 + 966,2x49,3^2 + 902x36,7^2 + 50x\frac{55,1^3}{3} + \\ & \quad + 50x\frac{111,2^3}{3} + 4.180x43,5^2 + 775,5x49,5^2 + 606,3x38,3^2 + \\ & \quad + 272,8x27,9^2 + 139,4x29,3^2 + 135x12x101,2^2 + \\ & \quad + 172.000 = 60.550.000 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= 1.066,6x56,6 + 966,2x49,3 + 902x36,7 + 50x33,2x38,4 + \\ & \quad + 4.180x43,5 + 775,5x49,5 + 606,3x38,3 + 272,8x27,9 + \\ & \quad + 139,4x29,3 = 459.800 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

$$m_g = 459.800 + 50 \times \frac{21,8^2}{2} = 471.600$$

$$m_2 = 135 \times 12 \times 101,2 + 50 \times 81 \times 70,7 = 450.300$$

$$m_3 = 135 \times 12 \times 101,2 + 50 \times 54 \times 84,2 = 391.300$$

$$m_4 = 135 \times 12 \times 101,2 + 50 \times 27 \times 97,7 = 295.900$$

Sección VI:

$$M_E = 2.097.000 \text{ cm}^3$$

$$S_E = 19.067 \text{ cm}^2$$

$$h = 110 \text{ cm.}$$

$$I = 62.757.000$$

$$m_1 = 1.066,6 \times 57,8 + 966,2 \times 50,5 + 902 \times 37,9 + 50 \times 33,2 \times 39,6 + \\ + 41.80 \times 44,7 + 775,5 \times 50,7 + 606,3 \times 39,5 + 272,8 \times 29,1 + 139,4 \times \\ \times 30,5 = 471.800 \text{ cm}^3.$$

$$m_g = 471.800 + 50 \times \frac{23^2}{2} = 485.000$$

$$m_2 = 154 \times 12 \times 100 + 50 \times 81 \times 69,5 = 466.200$$

$$m_3 = 154 \times 12 \times 100 + 50 \times 54 \times 83,0 = 408.900$$

$$m_4 = 154 \times 12 \times 100 + 50 \times 27 \times 96,5 = 315.000$$

A continuación se deducen las tensiones en cada una de las tres hipótesis.

1ª Hipótesis:

En el momento del descimbrado, es decir, actuando únicamente el peso muerto.

Sección I:

$$M_{II} = 52.750 \text{ mkg.}$$

$$T_{II} = 50.460 \text{ kg.}$$

Tensiones longitudinales:

$$\sigma_1 = \frac{52.750 \times 100}{67.410.000} \times (-25,7) = - 2,12 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_9 = \frac{52.750 \times 100}{67.410.000} \times 0 = 0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{52.750 \times 100}{67.410.000} \times 26,3 = 2,06 \text{ "}$$

$$\sigma_3 = \frac{52.750 \times 100}{67.410.000} \times 53,3 = 4,17 \text{ "}$$

$$\sigma_4 = \frac{52.750 \times 100}{67.410.000} \times 80,3 = 6,30 \text{ "}$$

Tensiones cortantes:

$$\tau_1 = \frac{50.460}{67.410.000} \times \frac{501.200}{50} = 7,50 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_9 = \frac{50.460}{67.410.000} \times \frac{517.700}{50} = 7,92 \text{ "}$$

$$\tau_2 = \frac{50.460}{67.410.000} \times \frac{501.000}{50} = 7,50 \text{ "}$$

$$\tau_3 = \frac{50.460}{67.410.000} \times \frac{447.000}{50} = 6,86 \text{ "}$$

$$\tau_4 = \frac{50.460}{67.410.000} \times \frac{357.200}{50} = 5,50 \text{ "}$$

Sección II:

$$M_{III} = 100.910 \text{ mkg.}$$

$$I_{III} = 45.870 \text{ kg.}$$

$$\sigma_1 = \frac{100.910 \times 100}{51.280.000} \times (-16,8) = - 3,28$$

$$\sigma_9 = \frac{100.910 \times 100}{51.280.000} \times 0 = 0$$

$$\sigma_2 = \frac{100.910 \times 100}{51.280.000} \times 35,2 = 6,88$$

$$\sigma_3 = \frac{100.910 \times 100}{51.280.000} \times 62,2 = 12,20$$

$$\sigma_4 = \frac{100.910 \times 100}{51.280.000} \times 89,2 = 17,50$$

$$\tau_1 = \frac{45.870}{51.280.000} \times \frac{406.500}{50} = 7,25$$

$$\tau_9 = \frac{45.870}{51.280.000} \times \frac{413.550}{50} = 7,38$$

$$\tau_2 = \frac{45.870}{51.280.000} \times \frac{384.000}{50} = 6,87$$

$$\tau_3 = \frac{45.870}{51.280.000} \times \frac{317.300}{50} = 5,67$$

$$\tau_4 = \frac{45.870}{51.280.000} \times \frac{216.300}{50} = 3,93$$

Sección III:

$$M_{IV} = 164.560 \text{ mkg.}$$

$$T_{IV} = 38.990 \text{ kg.}$$

$$\sigma_1 = \frac{164.560 \times 100}{53.580.000} \times (-18,1) = - 5,52$$

$$\sigma_9 = \frac{164.560 \times 100}{53.580.000} \times 0 = 0$$

$$\sigma_2 = \frac{164.560 \times 100}{53.580.000} \times 33,9 = 10,39$$

$$\sigma_3 = \frac{164.560 \times 100}{53.580.000} \times 60,9 = 18,60$$

$$\sigma_4 = \frac{164.560 \times 100}{53.580.000} \times 87,9 = 26,90$$

$$\tau_1 = \frac{38.990}{53.580.000} \times \frac{420.300}{50} = 6,13$$

$$\tau_9 = \frac{38.990}{53.580.000} \times \frac{428.470}{50} = 6,25$$

$$\tau_2 = \frac{38.990}{53.580.000} \times \frac{401.000}{50} = 5,88$$

$$\tau_3 = \frac{38.990}{53.580.000} \times \frac{337.000}{50} = 4,95$$

$$\tau_4 = \frac{38.990}{53.580.000} \times \frac{236.000}{50} = 3,46$$

Sección IV:

$$M_V = 233.360 \text{ mkg.}$$

$$T_V = 29.820 \text{ kg.}$$

$$\sigma_1 = \frac{233.360 \times 100}{58.390.000} \times (-20,6) = - 8,21$$

$$\sigma_g = \quad " \quad \times 0 = 0$$

$$\sigma_2 = \quad " \quad \times 31,4 = 12,50$$

$$\sigma_3 = \quad " \quad \times 58,4 = 23,30$$

$$\sigma_4 = \quad " \quad \times 85,4 = 34,10$$

$$\tau_1 = \frac{29.820}{58.390.000} \times \frac{447.900}{50} = 4,57$$

$$\tau_g = \quad " \quad \times \frac{458.500}{50} = 4,65$$

$$\tau_2 = \quad " \quad \times \frac{434.000}{50} = 4,43$$

$$\tau_3 = \quad " \quad \times \frac{374.000}{50} = 3,83$$

$$\tau_4 = \quad " \quad \times \frac{277.000}{50} = 2,84$$

Sección V:

$$M_{VI} = 293.440 \text{ mkg.}$$

$$T_{VI} = 18.350 \text{ kg.}$$

$$\sigma_1 = \frac{293.440 \times 100}{60.550.000} \times (-21,8) = - 10,58$$

$$\sigma_g = \quad " \quad \times 0 = 0$$

$$\sigma_2 = \quad " \quad \times 30,2 = 14,62$$

$$\sigma_3 = \quad " \quad \times 57,2 = 27,70$$

$$\sigma_4 = \quad " \quad \times 84,2 = 40,90$$

$$\tau_1 = \frac{18,350}{60.550.000} \times \frac{459.800}{50} = 2,78$$

$$\tau_9 = \quad " \quad \times \frac{471.600}{50} = 2,86$$

$$\tau_2 = \quad " \quad \times \frac{450.300}{50} = 2,73$$

$$\tau_3 = \quad " \quad \times \frac{391.300}{50} = 2,37$$

$$\tau_4 = \quad " \quad \times \frac{295.900}{50} = 1,79$$

Sección VI:

Esta sección no es preciso comprobarla ya que el esfuerzo cortante es nulo.

2ª Hipótesis:

Actuando el peso muerto y estando tensados los cables.

Las tensiones cortantes son iguales a las obtenidas en la 1ª Hipótesis.

Sección I:

$$M = 52.750 - 225.000 \times 1,003 = - 173.250 \text{ mkg.}$$

$$T = 50.460 \text{ kg.} \quad N = - 225.000 \text{ kg}$$

$$\sigma_1 = - \frac{225.000}{19.535} - \frac{173.250 \times 100}{67.410.000} \times (-25,7) = - 4,92$$

$$\sigma_9 = \quad " \quad \quad " \quad \times 0 = - 11,52$$

$$\sigma_2 = \quad " \quad \quad " \quad \times 26,3 = - 18,27$$

$$\sigma_3 = \quad " \quad \quad " \quad \times 53,3 = - 25,20$$

$$\sigma_4 = \quad " \quad \quad " \quad \times 80,3 = - 32,20$$

Sección II:

$$M = - 100.910 - 225.000 \times 1,102 = - 147.000 \text{ mkg.}$$

$$T = 45.870 \text{ kg.} \quad N = - 225.000 \text{ kg}$$

$$\sigma_1 = - \frac{225.000}{17.915} - \frac{147.000 \times 100}{51.280.000} \times (-16,8) = - 7,78$$

$$\sigma_g = \quad " \quad " \quad \times 0 = - 12,59$$

$$\sigma_2 = \quad " \quad " \quad \times 35,2 = - 22,70$$

$$\sigma_3 = \quad " \quad " \quad \times 62,2 = - 30,50$$

$$\sigma_4 = \quad " \quad " \quad \times 89,2 = - 38,20$$

Sección III:

$$M = - 164.500 - 225.000 \times 1,089 = - 80.000 \text{ mkg.} \quad T = 38.990 \text{ kg}$$

$$N = - 225.000 \text{ kg}$$

$$\sigma_1 = - \frac{225.000}{18.140} - \frac{80.000 \times 100}{53.580.000} \times (-18,1) = - 9,72$$

$$\sigma_g = \quad " \quad " \quad \times 0 = - 12,40$$

$$\sigma_2 = \quad " \quad " \quad \times 33,9 = - 17,47$$

$$\sigma_3 = \quad " \quad " \quad \times 60,9 = - 21,52$$

$$\sigma_4 = \quad " \quad " \quad \times 87,9 = - 25,82$$

Sección IV:

$$M = 233.360 - 225.000 \times 1,064 = - 6.000 \text{ mkg.} \quad T = 29.820 \text{ kg}$$

$$N = - 225.000 \text{ kg}$$

$$\sigma_1 = \frac{225.000}{18.610} - \frac{6.000 \times 100}{58.390.000} \times (-20,6) = - 11,90$$

$$\sigma_g = \quad " \quad " \quad \times 0 = - 12,10$$

$$\sigma_2 = \quad " \quad " \quad \times 31,4 = - 12,424$$

$$\sigma_3 = \quad " \quad " \quad \times 58,4 = - 12,70$$

$$\sigma_4 = \quad " \quad " \quad \times 85,4 = - 12,98$$

$$\sigma_4 = - \frac{225.000}{19.535} - \frac{124.540 \times 100}{67.410.000} \times 80,3 = - 26,34$$

$$\tau_1 = \frac{99.170}{67.410.000} \times \frac{501.200}{50} = 14,74$$

$$\tau_9 = " \times \frac{517.700}{50} = 15,25$$

$$\tau_2 = " / \times \frac{501.000}{50} = 14,75$$

$$\tau_3 = " \times \frac{447.000}{50} = 13,20$$

$$\tau_4 = " \times \frac{357.200}{50} = 10,50$$

Sección II:

$$M = - 147.000 + 89.140 = - 57.860 \text{ mkg.} \quad T = 45.870 +$$

$$+ 44.570 = 90.440 \text{ kg.} \quad N = - 225.000 \text{ kg.}$$

$$\sigma_1 = - \frac{225.000}{17.915} - \frac{57.860 \times 100}{51.280.000} \times (-16,8) = - 10,69$$

$$\sigma_9 = " \quad " \quad \times 0 = - 12,59$$

$$\sigma_2 = " \quad " \quad \times 35,2 = - 16,57$$

$$\sigma_3 = " \quad " \quad \times 62,2 = - 19,64$$

$$\sigma_4 = " \quad " \quad \times 89,2 = - 22,69$$

$$\tau_1 = \frac{90.440}{251.280.000} \times \frac{406.500}{50} = 14,40$$

$$\tau_9 = " \quad \times \frac{413.550}{50} = 14,60$$

$$\tau_2 = " \quad \times \frac{384.000}{50} = 13,50$$

$$\tau_3 = " \quad \times \frac{317.300}{50} = 11,20$$

$$\tau_4 = " \quad \times \frac{216.300}{51} = 7,65$$

Sección III:

$$M = - 80.000 + 142.070 = 62.070 \text{ mkg.} \quad T = 38.990 + 40.590 = \\ = 79.580 \text{ kg.} \quad N = - 225.000 \text{ kg.}$$

$$\sigma_1 = - \frac{225.000}{18.140} + \frac{62.070 \times 100}{53.580.000} \times (-18,1) = - 14,50$$

$$\sigma_9 = \quad \quad \quad " \quad + \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times 0 = - 12,40$$

$$\sigma_2 = \quad \quad \quad " \quad + \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times 33,9 = - 8,47$$

$$\sigma_3 = \quad \quad \quad " \quad + \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times 60,9 = - 5,35$$

$$\sigma_4 = \quad \quad \quad " \quad + \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times 87,9 = - 2,20$$

$$\tau_1 = \frac{79.580}{53.580.000} \times \frac{420.300}{50} = 12,50$$

$$\tau_9 = \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times \frac{428.470}{50} = 12,70$$

$$\tau_2 = \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times \frac{401.000}{50} = 11,95$$

$$\tau_3 = \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times \frac{337.000}{50} = 10,05$$

$$\tau_4 = \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times \frac{236.000}{50} = 7,02$$

Sección IV:

$$M = - 6.000 + 173.360 = 167.360 \text{ mkg.} \quad T = 29.820 + \\ + 31.520 = 61.340 \text{ kg.} \quad N = - 225.000 \text{ kg.}$$

$$\sigma_1 = - \frac{225.000}{18.810} + \frac{167.360 \times 100}{58.390.000} \times (-20,6) = - 17,99$$

$$\sigma_9 = - \quad \quad \quad " \quad + \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times 0 = - 12,10$$

$$\sigma_2 = \quad \quad \quad " \quad + \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times 31,4 = - 3,15$$

$$\sigma_3 = \quad \quad \quad " \quad + \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times 58,4 = + 4,55$$

$$\sigma_4 = \quad \quad \quad " \quad + \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \times 85,4 = + 12,34$$

$$\tau_1 = \frac{61.340}{58.390.000} \times \frac{447.900}{50} = 9,38$$

$$\tau_9 = \quad " \quad \times \frac{458.500}{50} = 9,60$$

$$\tau_2 = \quad " \quad \times \frac{434.000}{50} = 9,10$$

$$\tau_3 = \quad " \quad \times \frac{374.000}{50} = 7,82$$

$$\tau_4 = \quad " \quad \times \frac{227.000}{50} = 5,82$$

Sección V:

$$M = 57.000 + 151.840 = 208.840 \text{ mkg.} \quad T = 18.350 + 23.570 =$$

$$41.920 \text{ kg.} \quad N = - 225.000 \text{ kg.}$$

$$\sigma_1 = - \frac{225.000}{18.840} + \frac{208.840 \times 100}{60.550.000} \times (-21,8) = - 19,50$$

$$\sigma_9 = \quad " \quad " \quad " \quad \times 0 = - 11,95$$

$$\sigma_2 = \quad " \quad + \quad " \quad \times 30,2 = - 1,60$$

$$\sigma_3 = \quad " \quad + \quad " \quad \times 57,2 = + 7,65$$

$$\sigma_4 = \quad " \quad + \quad " \quad \times 84,2 = + 16,90$$

$$\tau_1 = \frac{41.920}{60.550.000} \times \frac{459.800}{50} = 6,35$$

$$\tau_9 = \quad " \quad \times \frac{471.600}{50} = 6,52$$

$$\tau_2 = \quad " \quad \times \frac{450.300}{50} = 6,25$$

$$\tau_3 = \quad " \quad \times \frac{391.300}{50} = 5,41$$

$$\tau_4 = \quad " \quad \times \frac{295.900}{50} = 4,10$$

$$12,32 \times 1.200 = 14.800 \text{ kg.}$$

ó sea una tracción unitaria de:

$$\frac{14.800}{40 \times 50} = 7,40 \text{ kg/cm}^2$$

En la sección I la tracción unitaria es de 12 kg/cm² y deduciendo la soportada por las barras levantadas, queda de 4,60 kg/cm² que se resisten mediante 4 horquillas de 8 m/m a una separación de:

$$\frac{0,5 \times 2 \times 4 \times 1.200}{4,6 \times 50} = 21 \text{ cm.}$$

En la sección II se tiene:

τ_e = Tracción unitaria a resistir por los estribos:
 $10,5 - 7,4 = 3,1 \text{ kg/cm}^2.$

$$s_e = \text{Separación de horquillas: } \frac{0,5 \times 2 \times 4 \times 1.200}{3,1 \times 50} = 31 \text{ cm}$$

En la III se disponen cuatro estribos de 8 m/m a una separación de $\tau_e = 8,2 - 7,4 = 0,8$

$$s_e = \frac{0,5 \times 2 \times 2 \times 1.200}{0,8 \times 50} = 60 \text{ cm.}$$

En la sección IV. en dirección hacia la I, las horquillas son innecesarias, puesto que la tensión la resisten las barras levantadas, pero no obstante se disponen unos estribos. En dirección hacia la VI como no existen ~~en~~ barras levantadas la totalidad de la tensión, cuyo valor es de 5,50 kg/cm² la soportan 4 horquillas de 8 m/m a una separación de

$$\frac{0,5 \times 2 \times 4 \times 1.200}{5,5 \times 50} = 17,5 \text{ cm.}$$

En la sección V la separación entre las citadas horquillas es de

$$\frac{0,5 \times 2 \times 4 \times 1.200}{3,5 \times 50} = 27,5 \text{ cm.}$$

y en la VI

$$\frac{0,5 \times 2 \times 4 \times 1.200}{1,5 \times 5} = 64 \text{ cm.}$$

3ª Fase. Sección central. (Peso muerto y sobrecarga).-

Los cables, al ser homigonados, entran a formar parte de la sección y colaboran con ella en los esfuerzos a soportar motivados por la sobrecarga.

El momento flector en la sección central, por efecto exclusivamente de la sobrecarga, ya se vió que vale de 290.000 mkg.; las tensiones que produce a flexión simple se superponen a las producidas por efecto del peso muerto con lo que las correspondientes a las armaduras interiores de vigas disminuyen y las originadas en los cables se deducen a continuación. (La sección de cables es, como se verá más adelante, de 51,5 cm²).

Ecuación de la que se deduce la profundidad de la fibra neutra:

$$25g^2 + 10.557g - 425.160 - 51,5 \times 12(164,2 - g) = 0$$

Simplificando

$$25g^2 + 11.175g - 526.630 = 0$$

de donde:

$$g = 43,0 \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} I &= 1.066,6 \times 40,5^2 + 966,2 \times 33,3^2 + 902 \times 20,7^2 + 50 \times \frac{39,0^3}{3} + \\ &+ 4.180 \times 27,5^2 + 775,5 \times 33,5^2 + 606,3 \times 22,3^2 + 272,8 \times 11,9^2 + \\ &+ 139,4 \times 13,3^2 + 1.848 \times 117,2^2 + 51,5 \times 12 \times 121,2^2 + 157.400 = \\ &= 43.366.000 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

La tensión unitaria en los cables es de

$$\frac{290.000 \times 100}{43.366.000} \times 121,2 \times 12 = 972 \text{ kg/cm}^2$$

ó sea un esfuerzo total en los cables de

$$225.000 + 972 \times 51,5 = 275.000 \text{ kg.}$$

Se disponen 4 cables de acero de 160 kg. kg/mm² de carga de rotura y de 53 m/m de diámetro exterior, compuestos cada uno de 7 cordones de 61 alambres de 1,96 m/m de diámetro cada alambre lo que da una sección total de

$$3,14 \times \frac{0,196^2}{4} \times 7 \times 61 \times 4 = 51,53 \text{ cm}^2.$$

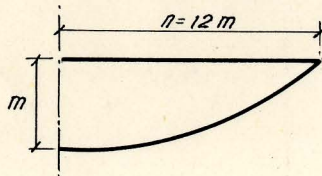
La tensión unitaria en los cables es

$$\frac{275.000}{51,53} = 5.350 \text{ kg/cm}^2.$$

con un coeficiente de seguridad de

$$\frac{160 \times 100 \times 0,8}{5.350} = 2,4$$

La armadura horizontal que ha de ponerse en las alas de la cabeza inferior para soportar el esfuerzo cortante que se produce entre dichas alas y el nervio se deduce de la siguiente forma:



La tracción en cada cable en la sección central es de 11.000 kg. y como el diagrama del momento es parabólico, el incremento de tracción

en el primer metro a partir del arranque es de

$$y = m - \frac{m}{h^2} x^2 = 11.000 - \frac{11.000}{12^2} \times 1^2 = 1.750 \text{ kg.}$$

que se resiste con 1 \varnothing de 8 m/m a 25 cm. de separación siendo la tensión cortante, en esta armadura de

$$\frac{1.750}{0,5 \times 4} = 875 \text{ kg/cm}^2.$$

Aún cuando este esfuerzo disminuye hacia el centro, en el que es nulo, se mantiene la misma armadura.

ROTULAS DE APOYO.-

Se disponen rótulas plásticas de hormigón horizontal y verticalmente. Con objeto de reducir al mínimo el esfuerzo cortante en la rótula vertical, se

maciza en forma de viga entre las vigas principales para que el ancho de la rótula horizontal sea de 8 cms.

La compresión máxima sobre la rótula horizontal es de 108.080 kg. que para una longitud de 259 cm. produce una tensión de trabajo a compresión de:

$$\frac{108.080}{8 \times 259} = 52 \text{ kg/cm}^2.$$

La horizontal soporta 225.000 kg. repartidos en dos rótulas, una en cada viga, de 110x8 cm. de sección con lo que la tensión a compresión vale:

$$\frac{225.000}{2 \times 8 \times 110} = 128 \text{ kg/cm}^2$$

tensión perfectamente admisible en este tipo de rótula.

RODILLOS PARA DILATACION.-

La carga máxima que transmite un tramo es de 108.100 kg. y se reparte en 259 cm. de longitud de rodillo ó sea:

$$\frac{108.100}{259} = 418 \text{ kg/cm.l.}$$

para resistirla se dispone un cilindro hueco de Uralita de 11 cm. de diámetro exterior, 5 cm. interior y relleno de mortero, perfectamente apisonado, compuesto por partes iguales en peso, de arena y cemento.

La pieza de apoyo entre rótulas horizontales y rodillos ha de soportar una flexión de

$$108.080 = 10.808 \text{ mkg.}$$

en todo su ancho, ó sea

$$\frac{10.808}{2,69} = 4.050 \text{ mkg. por m.l.}$$

El esfuerzo cortante por metro lineal de ancho es de 40.500 kg.

Comprobación de la sección:

$$a = b = 100 \text{ cm.}$$

$$d = 32 \text{ cm.}$$

$$c = 29 \text{ cm.}$$

$$t = 12,8 \text{ cm}^2$$

$$g = 8,0 \text{ cm.}^2$$

$$I = 84.500 \text{ cm}^4$$

$$H = 38,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = 1.200 \text{ "}$$

$$\tau = 15,3 \text{ "}$$

Se disponen las armaduras de esfuerzo cortante indicadas en el plano.

ESTRIBOS

FORJADO DE CALZADA.-

Como puede verse en los planos, los valadizos

laterales tienen una luz tan reducida que no es preciso su comprobación, puesto que están sobradamente asegurados con la armadura dispuesta.

El forjado entre vigas tiene una luz de 3,34 m, y un espesor; y la carga puntual de 13 toneladas se reparte en un ancho de

$$\frac{2}{3} \times 3,34 + 0,40 + 2 \times 0,03 + 0,28 = 2,97$$

Momento máximo en el centro:

$$\frac{13.000}{2,97} \times \frac{3,34}{4} + 750 \times \frac{3,34^2}{8} = 4.700 \text{ mkg.}$$

Comprobación de la sección:

$$d = 30 \text{ cm.}$$

$$c = 28 \text{ "}$$

$$a = 100 \text{ "}$$

$$s = 11,4 \text{ cm}^2$$

$$m = 12$$

$$g = 7,5 \text{ cm.}$$

$$I = 70.600 \text{ cm}^4$$

$$H = 50 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = 1.650 \text{ kg/cm}^2$$

VIGAS.-

$$\text{Luz} = 4,00 \text{ m.}$$

$$\text{Peso muerto: } 5,060 \text{ kg/m.l.}$$

La sobrecarga más desfavorable es la de 13.000 kg. actuando en el centro de una viga y para la com

probación de la pareja se suponen dos de estas fuerzas.

Momento flector en el centro:

$$5.060 \times \frac{4,0^2}{8} + 26.000 \times \frac{4,0}{4} = 36.120 \text{ mkg.}$$

Con la armadura dispuesta en los planos (4ø24) queda suficientemente resistida.

El esfuerzo cortante máximo es de

$$5.060 \times 2,00 + 26.000 = 36.120 \text{ kg.}$$

que da tensiones admisibles en el hormigón; no obstante se disponen cuatro estribos de 8 m/m a 20 cm. de separación en arranques y a 40 cm., en el centro capaces por sí de soportar el citado esfuerzo cortante.

VIGAS PARA TENSADO Y ANCLAJE DE CABLES.-

El tensado se hará mediante dos gatos en cada estribo, colocados lo más próximo posible a los arranques; esta distancia es como máximo de 0,40 m.

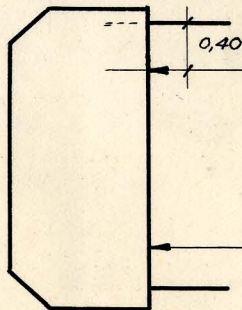
y la luz de la viga de 2,69 metros.

Momento máximo:

$$56.250 \times 0,4 = 22.500 \text{ mkg}$$

Esfuerzo cortante:

$$56.250 \text{ kg.}$$



$$a = 30 \text{ cm.}$$

$$b = 30 \text{ "}$$

$$d = 160 \text{ cm.}$$

$$c = 155 \text{ "}$$

$$t = 12,8 \text{ cm}^2$$

$$m = 12$$

$$g = 35 \text{ cm.}$$

$$I = 2.640.000 \text{ cm}^4$$

$$H = 30 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = 1.230 \text{ "}$$

$$\tau = 13 \text{ kg/cm}^2.$$

Se disponen tres estribos de $8 \text{ m/m}^{\frac{a}{10 \text{ cm}}}$ de separación constante hasta los 0,40 m. del apoyo y a 20 cm. en el resto.

Además estas vigas se arman transversalmente por la cara inferior para resistir la flexión por peso propio.

VIGUETAS PARA APOYO DE LAS VIGAS DE TENSADO.-

El peso de las vigas de tensado es de 3.500 kg. y la mitad de él se puede suponer que actúa en el centro de las viguetas; el peso propio de ésta es de 240 kg/m.l. y su luz de 4,00 m.

Momento en el centro:

$$240 \times \frac{4,0^2}{16} + 1.750 \times \frac{4}{6} = 1.400 \text{ mkg.}$$

Esfuerzo cortante

$$875+480 = 1.355 \text{ kg.}$$

Comprobación de la sección:

$$b = 25 \text{ cm.}$$

$$d = 40 \text{ "}$$

$$c = 36 \text{ "}$$

$$t = 3,4 \text{ cm}^2$$

$$m = 12$$

$$g = 9,3 \text{ cm.}$$

$$I = 35.800 \text{ cm}^4$$

$$H = 37 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = 1.260 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau = 1,5 \text{ kg/cm}^2$$

PANTALLA DE CONTENCION DE TIERRAS.-

Luz: 1,65 m.

Empuje total, incluido el efecto de sobrecarga aplicado a

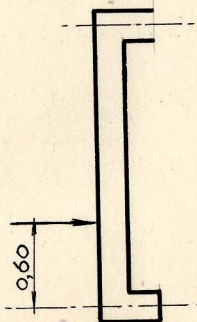
$$\frac{1}{2} \left(\frac{1.800 \times 1,8^2}{2} + 2.600 \times 1,8 \right) = 1.900 \text{ kg/m.l.}$$

Momento flector máximo en el forjado:

$$\frac{2}{9} \times 1.900 \times 1,65 = 700 \text{ mkg.}$$

$$a = 100 \text{ cm} \quad c = 13 \text{ cm} \quad d = 15 \text{ cm} \quad t = 5 \text{ cm}^2$$

$$g = 3,4 \text{ cm.} \quad I = 6.850 \text{ cm}^4 \quad H = 35 \text{ kg/cm}^2 \quad A = 1.180 \text{ kg/cm}^2.$$



El empuje en la vigueta de borde es de 2.330 kg/m.l. y produce un momento flector en el centro de:

$$\frac{2}{3} \times 1.900 \times \frac{3,35^2}{8} = 1.780 \text{ mkg.}$$

y un esfuerzo cortante de:

$$\frac{2}{3} \times 1.900 \times \frac{3,35}{2} = 2.120 \text{ kg.}$$

Comprobación de la sección:

$$a = 100 \text{ cm.}$$

$$b = 25 \text{ "}$$

$$d = 40 \text{ "}$$

$$c = 37 \text{ "}$$

$$t = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$m = 12$$

$$g = 5,8 \text{ cm.}$$

$$I = 59.000 \text{ cm}^4$$

$$H = 18,00 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = 1.130 \text{ "}$$

$$\tau = 2,5 \text{ "}$$

P I L A S .

PILA DE ANCLAJE.-

Para el cálculo de esta pila han de considerarse dos hipótesis: la 1ª corresponde al caso de estar cargados los dos tramos que apoyan en ella con la máxima sobrecarga, y la 2ª cuando actúa la sobrecarga en uno de ellos y en la zona opuesta se encuentran cuatro apisonadoras frenando en dirección a la pila.

1ª hipótesis:

Carga de los tramos: $108.100 \times 4 = 432.400$ kg.

Se supone una altura de pila de 6,00 metros.

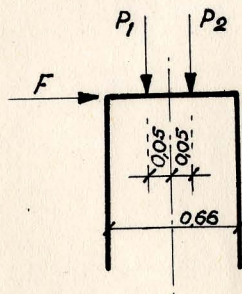
Peso propio de la pila: 10.600 kg.

Sección de la pila: $38 \times 40 \times 2 + 679 \times 66 = 47.850$ cm²

Tensión a compresión en el hormigón:

$$\frac{432.400 + 10.600}{47.850} = 9,3 \text{ kg/cm}^2.$$

2ª hipótesis:



Carga de tramo descargado:

$$P_1 = 110.100 \text{ kg.}$$

Carga de tramo sobrecargado:

$$P_2 = 216.200 \text{ kg.}$$

Peso propio de la pila: 10.600 kg

Se considera como esfuerzo de freno

nado el correspondiente a la $\frac{1}{7}$ parte del peso de las

EDUARDO TORROJA
OFICINA TÉCNICA

cuatro apisonadoras, ó sea:

$$F = \frac{20.000 \times 4}{7} = 11.400 \text{ kg.}$$

Momento flector:

$$11.400 \times 6,00 + 106.100 \times 0,05 = 73.700 \text{ mkg.}$$

Esfuerzo normal:

$$110.100 + 216.200 + 10.600 = 336.900 \text{ kg.}$$

Se dispone una armadura de 60 cm² por cada cara y comprobada a flexión compuesta se tiene una tensión a compresión en el hormigón de 25 kg/cm² y a tracción en el acero de 200 kg/cm².

Pila normal:

Esta pila es igual a la de anclaje en su la hipótesis, y ha de armarse con una sección mínima de:

$$\frac{443.000}{45} \times 0,008 = 78 \text{ cm}^2.$$

