ANEJO A.1

ARTICULACION DEL ARCO EN LA CLAVE

ANEJO A 1

Articulación del arco en la clave

El pretensado longitudinal del acueducto se establece mediante el empuje horizontal de un arco central triarticulado, constituido por dos bielas simétricas. Las dos articulaciones inferiores A, A' se mantienen en un plano horizontal. La rótula de clave, está formada por el contacto, en el punto M, de dos superficies cilíndricas simétricas que forman el camino de rodadura.

El problema estriba en determinar la forma de esta superficie para que cuando se trasladen en un sentido u otro las articulaciones A y A', por efecto de las dilataciones térmicas, retracción, etc., el empuje horizontal sobre el acueducto no varíe.

Con la notación de la fig. A 1.1, siendo P el peso del semi-arco, H el empuje horizontal constante, G el centro de gravedad del semi-arco que es un punto fijo dentro de la pieza, d la distancia de G a la rótula A, y M el punto de contacto en la rótula de clave en un instante dado; la condición que deberán cumplir la altura h y la distancia d para que H sea constante se obtendrá tomando momentos respecto a A.

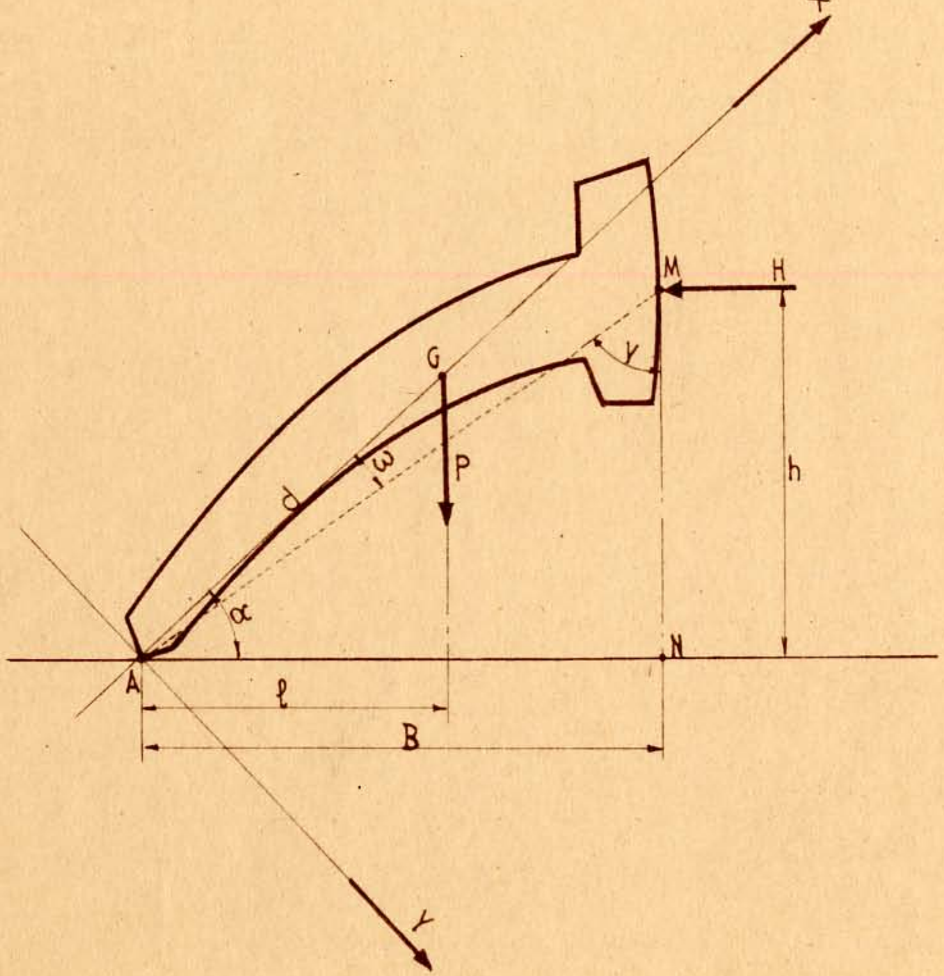

Fig. A1.1

$$Pl = Hh \qquad P.d.\cos\alpha = Hh$$

$$\frac{\cos\alpha}{h} = \frac{H}{Pd} = k \qquad (1)$$

siendo k una constante por serlo H,P, y d.

Si se toma el punto A como polo y la recta AG como origen de argumentos, la ecuación de la recta que pasando por M sea paralela a la AN es:

$$\rho\cos\left[\frac{\Pi}{2} - (\omega - \alpha)\right] = h$$

o bien, teniendo en cuenta (1):

$$k\rho\ \mathrm{sen}\ (\omega - \alpha) = \cos\alpha \qquad (2)$$

Esta recta representa la posición del empuje H, ya que, por simetría el empuje en clave es horizontal a la altura h sobre el eje AN del acueducto. La curva buscada M ha de ser normal a esta dirección. Recíprocamente, la recta (2) es la normal a la curva M que forma un ángulo α con la recta AG

Eliminando α del sistema:

$$k\rho\ \mathrm{sen}\ (\omega - \alpha) = \cos\alpha \qquad (2)$$
$$k\rho\ \cos\ (\omega - \alpha) = \mathrm{sen}\ \alpha \qquad (3)$$

formado por la ecuación (2) y su derivada respecto a la variable α, se obtiene la expresión de la evoluta de la curva M, o envolvente delas normales. Como la solución del sistema formado por (2) y (3) es:

$$k\rho = 1 \qquad \omega = \frac{\pi}{2}$$

como se puede deducir elevando al cuadrado (2) y (3) y sumando, se llega a la conclusión de que la envolvente de las normales se reduce a un punto. La curva M buscada es, por consiguiente, una circunferencia cuyo centro está situado a una distancia

$$\rho = \frac{1}{k} = \frac{Pd}{H}$$

del origen A y sobre la perpendicular a la recta AG. (Vease fig. A 1.2)

Es decir que la directriz de la superficie cilíndrica buscada es una circunferencia que tiene su centro en la normal trazada por el punto de la rótula de arranque, A, a la recta que une el centro de gravedad de un semi-arco con el punto A citado, y está situado a una distancia de este punto, y por encima, igual al valor $\frac{P.d}{H}$.

En lo anterior, se admite que es despreciable el movimiento de rodadura de la rótula de arranque, es decir, que se supone una articulación de giro.

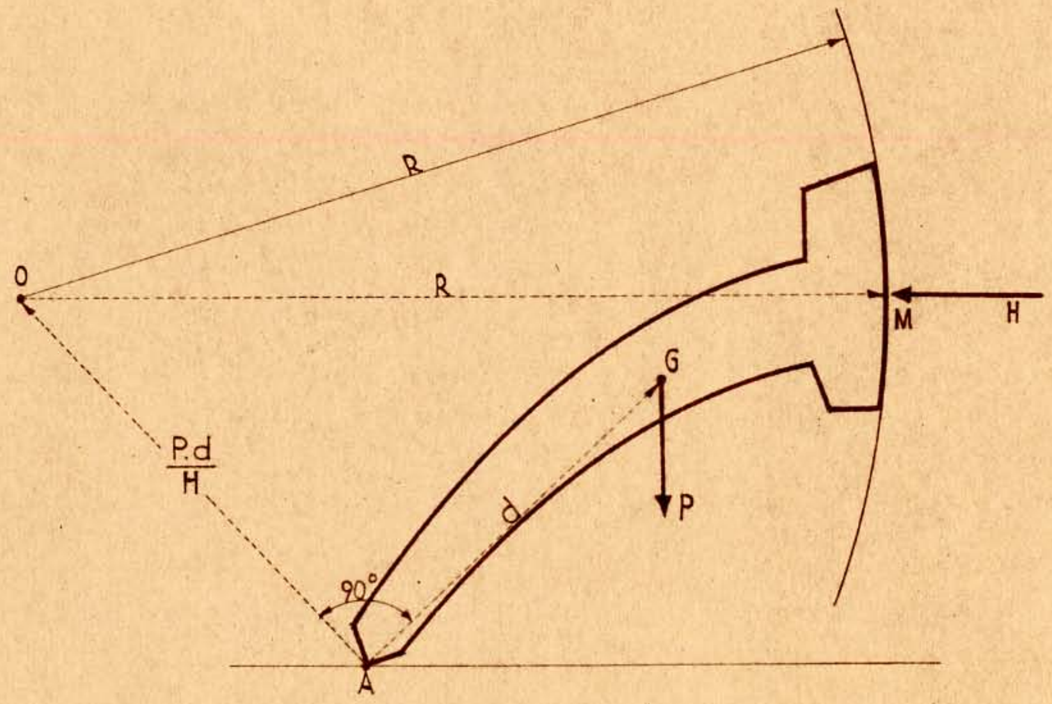

Fig. A1.2