ANEJO A.2

FORMULA DE PANDEO PARA LAS PILAS

ANEJO A.2

Fórmula de pandeo para las pilas

Las pilas del acueducto están articuladas arriba y abajo, por lo cual y al ser algunas muy esbeltas se hace preciso estudiar su pandeo, pero considerando que el hormigón no es un material hookeano.

Según Engesser la carga crítica de pandeo, en una pieza articulada en sus dos extremos y constituída por un material que no cumpla la ley de Hooke, viene dada por la fórmula:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 E_{crit}\, I}{l^2}$$

Siendo E_{crit} el módulo de elasticidad del material para la tensión σ_{crit}. La ecuación anterior se puede poner en la forma:

$$\sigma_{crit} \cdot S = \frac{\pi^2 E_{crit}\, I}{l^2}$$

$$\sigma_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E_{crit} \cdot I}{l^2 \cdot S} \qquad (1)$$

Teniendo en cuenta que el material de la pila es hormigón, se adopta como ley tensiones unitarias-deformaciones unitarias, la parábola de grado 2,33 (*), es decir:

$$1 - \frac{\sigma}{R} = \left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right)^{7/3}$$

El módulo de elasticidad para un punto (σ , δ) será:

$$\frac{d\sigma}{d\delta} = E = \frac{7}{3}\ \frac{R}{\Delta}\ \left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right)^{4/3}$$

Si llamamos E_o el módulo inicial se tiene:

$$E_o = \frac{7}{3}\frac{R}{\Delta} \qquad \text{"}\ \Delta = \frac{7}{3}\ \frac{R}{E_o}$$

$$E = \frac{7}{3}\ \frac{E_o 3}{7 \cdot R}\ R_o \times \left(1 - \frac{\sigma}{R}\right)^{4/7} = E_o \left(1 - \frac{\sigma}{R}\right)^{4/7}$$

o bien

$$E_{crit} = E_o \times \left(1 - \frac{\sigma_{crit}}{R}\right)^{4/7}$$

(*) Como justificación de esta hipótesis, véase "Sobre el comportamiento anelástico del hormigón armado en piezas prismáticas" E. Torroja. Publ. nº 54 del I.T.C.C.

Sustituyendo en la fórmula (1) se obtiene:

$$\sigma_{crit} = \frac{\pi^2 I}{\ell^2 S} E \left(1 - \frac{\sigma_{crit}}{R}\right)^{4/7}$$

Si llamamos

$$\frac{\pi^2 I}{\ell^2 S} E_o = K \quad \text{se tiene}$$

$$\sigma_{crit} = k \left(1 - \frac{\sigma_{crit}}{R}\right)^{4/7}$$

Para la resolución de esta ecuación, que por métodos analíticos es muy enojosa, se da en la fig. A2.1, un ábaco que permite, entrando con el valor:

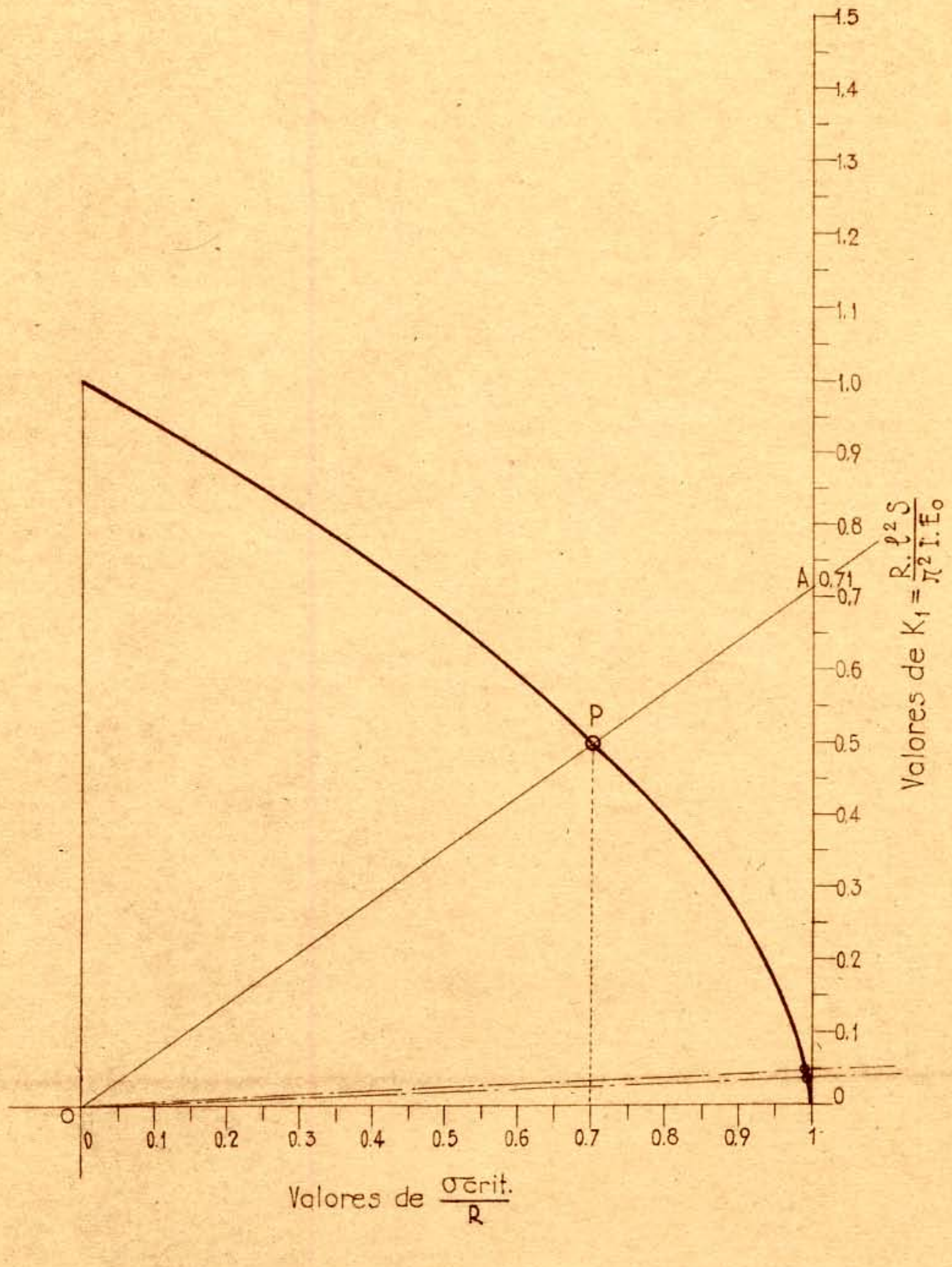
$$k_1 = \frac{R\,\ell^2\,S}{\pi^2\,I\,E}$$

obtener fácilmente la relación $\sigma_{crit} : R$

Donde R es la carga de rotura en compresión del hormigón, l la luz de la pieza, S la sección transversal e I el momento de inercia.

En la citada fig. A2.1 se ha puesto un ejemplo correspondiente a $k_1 = 0{,}71$. Se lleva este valor a la escala de la derecha en el punto A, se une A con el origen O, y esta recta AO corta a la curva en P; la obcisa de este punto da el valor de σ_{crit} que en este caso es:

$$\sigma_{crit} = 0{,}7\ R$$



1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
A
0.71
P
O
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
Valores de $\frac{\sigma crit.}{R}$
Valores de $K_1 = \frac{R.\ \ell^2 S}{\pi^2 I.\ E_o}$

Fig. A2.1