

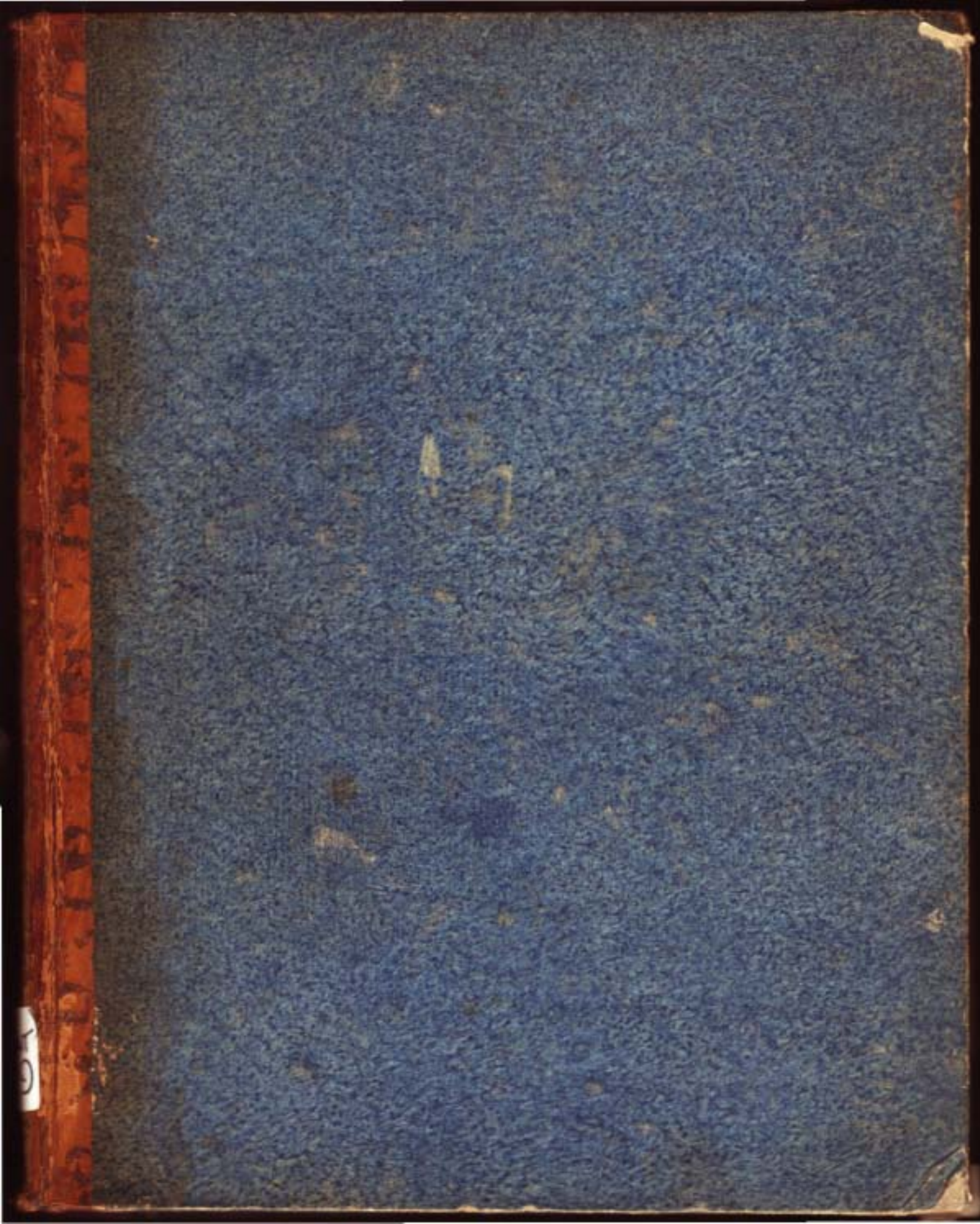
Betancourt y Molina, Agustín de

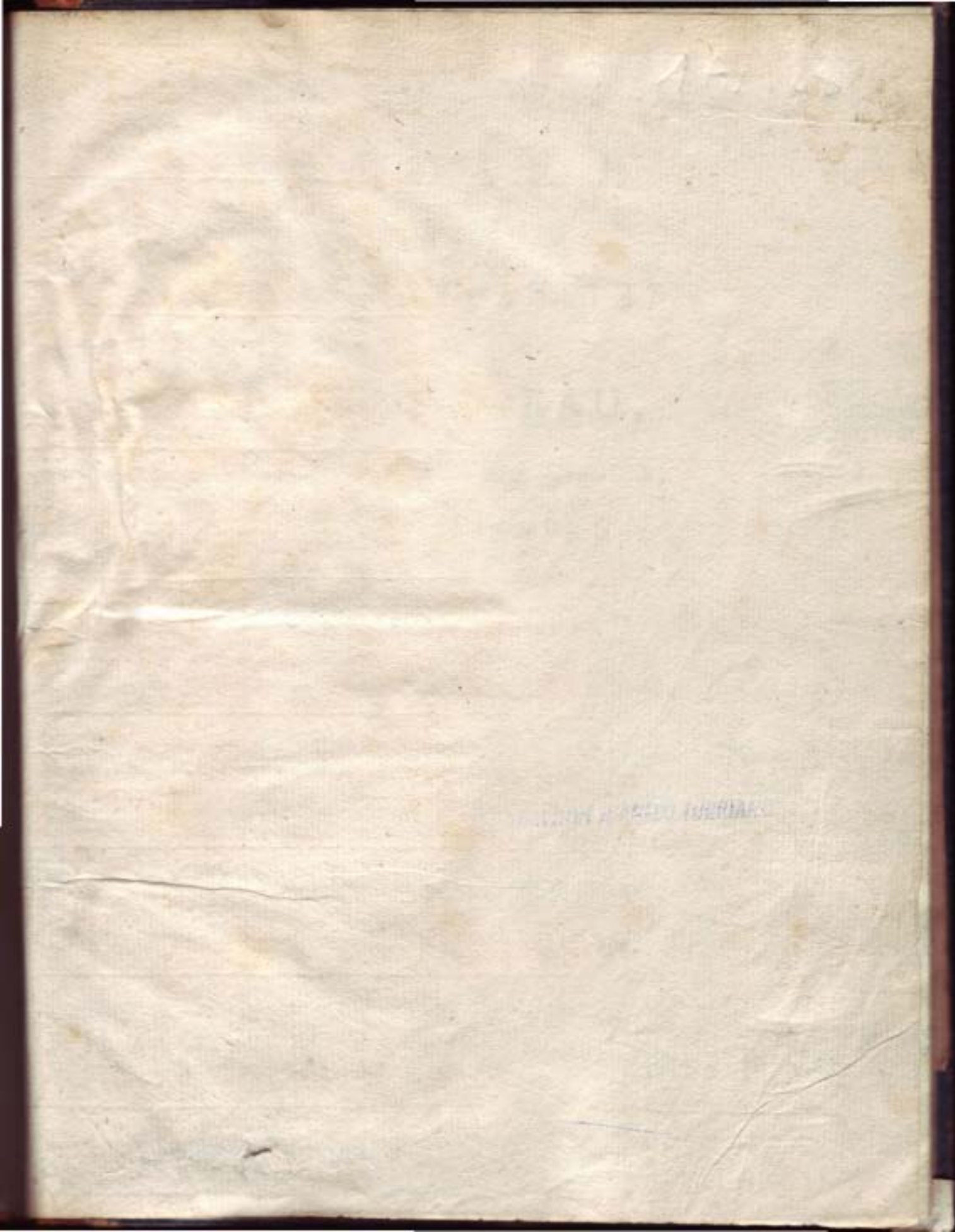
Mémoire sur la force expansive de la vapeur de
l'eau lu a la Academie Royale des Sciences /
par M. de Betancourt. - A Paris : chez
Laurent, [1790?]

IX, 38 p., 2 h. de tab. pleg., 2 h. lám.
pleg. ; 25 cm

Biblioteca de la Fundación Juanelo Turriano,
Madrid

Signatura: 4ANT/29 - Registro: 1925





#12

M É M O I R E
SUR
LA FORCE EXPANSIVE
DE LA
VAPEUR DE L'EAU,
LU A L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES ;
PAR M. DE BETANCOURT.



A P A R I S,
Chez LAURENT, libraire, rue de la Harpe,
n^o. 18.

E X T R A I T

*Des registres de l'Académie royale des Sciences, du 4
septembre 1790.*

NOUS avons été chargés par l'Académie d'examiner un mémoire sur la force expansive de la vapeur de l'eau, présenté par M. de Betancourt ; et nous allons lui en rendre compte.

Les observations des différens degrés de température que contracte l'eau en ébullition, sous les différentes pressions de l'atmosphère, et la formation de la vapeur de l'eau sous le récipient de la machine pneumatique, lorsque, par les températures ordinaires on diminue jusqu'à un certain point la pression, nous avoient appris que la force expansive de la vapeur n'est pas la même dans les différentes températures, et qu'en général elle croît d'une manière variable à mesure que sa température s'élève.

Mais il nous manquoit sur cet objet important une suite d'expériences exactes et directes, au moyen de laquelle, étant donné le degré de température de l'eau en ébullition, on peut connoître la force expansive de la vapeur qui se forme, et réciproquement. Il nous manquoit aussi une loi analytique qui exprimât la relation qui existe entre la température de

jv

l'eau bouillante et la pression à laquelle la force de la vapeur fait équilibre; ce sont ces deux objets que M de Betancourt s'est proposé dans ses recherches.

L'appareil dont l'auteur s'est servi est composé d'une chaudiere de cuivre d'une ligne d'épaisseur; le couvercle est soudé au corps de la chaudiere avec de la soudure forte.

Nous observerons ici que l'auteur ne s'est décidé, pour ce genre de soudure, qu'après plusieurs tentatives infructueuses, et qu'après avoir reconnu que la soudure en étain donnoit passage à la vapeur de l'eau, sur-tout par les températures élevées.

Le couvercle est percé de trois ouvertures qui se ferment à vis; la premiere est destinée à donner passage à l'eau que l'on doit introduire dans la chaudiere, ou que l'on doit en retirer pour les différentes expériences; la seconde donne passage à la tige d'un thermomètre dont la graduation est toute en dehors, et dont la boule, située en dedans, plonge ou dans l'eau, ou dans la vapeur qui surnage; par la troisieme, passe une tube qui établit communication entre la capacité de la chaudiere, et une des branches d'un syphon renversé, qui, contenant du mercure, fait fonction de baromètre et est destiné à mesurer la pression qu'éprouve le fluide de la chaudiere. Indépendamment de ces trois ouvertures, il y en a une quatrieme latérale par laquelle, au moyen d'un robinet, on peut établir ou interrompre à volonté la communication avec le récipient d'une machine

pneumatique , pour extraire l'air qui est dans la chaudiere et en empêche le retour.

Dans les premiers essais que M. de Betancourt a faits , la seconde branche du syphon qui fait fonction de baromètre étoit ouverte par en haut ; ainsi la hauteur du mercure dans cette branche ne dépendoit pas seulement du ressort de la vapeur dans l'intérieur de la chaudiere ; elle dépendoit encore de la pression actuelle de l'atmosphère ; ce qui assujettissoit les résultats des expériences à des corrections tirées de la hauteur du mercure dans le baromètre de l'appartement.

L'auteur s'est délivré de ces observations subsidiaires et des corrections auxquelles elles étoient destinées , en fermant par en haut la seconde branche de son syphon , ce qui l'a obligé de doubler la longueur de cette branche , afin de remplacer la pression de l'atmosphère par une colonne de mercure du même poids.

Cet appareil étant monté , et l'eau distillée ayant été introduite dans la chaudiere , M. de Betancourt a entouré de glace sa chaudiere , afin d'abaisser la température de l'eau à celle de la glace fondante , et il a fait le vuide au moyen de la machine pneumatique , jusqu'à ce que , continuant de pomper , le mercure cessât de descendre dans la seconde branche du syphon ; alors la différence du mercure dans les deux branches étoit due au ressort de la vapeur qui se dégage de l'eau à cette température. Puis , en plaçant du feu sous

vj

la chaudiere, il a élevé graduellement la température de l'eau depuis zéro jusqu'au 110° degré, et pour chacun des degrés d'élévation de température, il a observé la hauteur de la colonne de mercure qui mesuroit le ressort de la vapeur.

L'auteur a fait varier la quantité d'eau introduite dans la chaudiere, et il a observé que quand la quantité d'eau étoit assez petite pour que la boule du thermomètre ne fût pas plongée, mais qu'elle fut partout entourée de vapeur, pour une même force expansive, le thermomètre indiquoit une température plus basse, ce qui vient de ce que cet instrument emploie plus de temps pour acquérir une certaine température dans un fluide rare, comme la vapeur, que dans l'eau dont la densité est beaucoup plus grande. Ainsi, par exemple, lorsque l'eau n'occupoit que le vingtieme de la quantité de la chaudiere, pour 80 degrés, la force de la vapeur étoit de $31,4$ pouces, et quand le volume de l'eau étoit les trois quarts de celui de la chaudiere, le thermomètre indiquant d'ailleurs la même température, la force n'étoit que de 28 pouces.

Les résultats des expériences de M. de Betancourt sont compris en quatre colonnes dont chacune est relative à un certain volume d'eau introduit dans la chaudiere. On y voit que les accroissemens de la force expansive sont d'abord très-lents; qu'ils augmentent ensuite graduellement, et qu'ils finissent par devenir très-rapides. Par exemple, la force de la vapeur à 80

très-rapides. Par exemple, la force de la vapeur à 80 degrés est comme on sait de 23 pouces; et pour une augmentation de 30 degrés seulement de température, elle devient de 98 pouces, c'est-à-dire trois fois et demie plus grande.

Pour exprimer analytiquement la relation qui existe entre les degrés de température de la vapeur et sa force expansive, l'auteur emploie un procédé de M. de Prony. Ce procédé consiste à regarder les hauteurs des colonnes soulevées comme les ordonnées d'une courbe, dont les degrés de température sont les abscisses, et à faire les ordonnées égales à la somme de celle de plusieurs logarithmiques, qui contiennent deux indéterminées et en déterminent ensuite ces quantités, de manière que la courbe satisfasse à un nombre suffisant d'observations prises dans toute l'étendue des expériences. D'après cela, M. de Betancourt a construit et la courbe qui résulte immédiatement des expériences, et celle que donne la formule; ces deux courbes coïncident presque parfaitement. Les anomalies très-petites que l'on y observe sont infailliblement l'effet des erreurs inévitables dans les observations et dans les graduations des échelles de l'appareil; ensorte qu'on peut regarder les phénomènes comme très-bien représentés par la formule.

Nous remarquerons cependant que d'après les expériences mêmes de l'auteur, la force de la vapeur n'étant pas nulle au terme de la glace, la tangente

viiij

de la courbe ne doit pas être parallèle à l'axe , au point qui correspond au zéro du thermomètre. Il est bien probable que cette tangente doit faire avec l'axe un angle , petit à la vérité , mais fini , et qu'il seroit facile de déterminer en poussant les expériences jusqu'à quinze ou vingt degrés au-dessous du terme de la glace ; la nouvelle courbe que l'on obtiendrait différeroit de celle de M. de Betancourt , en ce que son sommet seroit un peu plus bas , et du côté des abscisses négatives , et il est vraisemblable que son équation auroit moins de termes et seroit encore plus commode dans la pratique.

M. de Betancourt fait ensuite plusieurs applications utiles et ingénieuses des résultats de ses expériences. Il rend raison , par exemple , de l'observation suivante qui n'avoit pas encore été expliquée d'une manière précise. L'effet des machines à vapeur est en général plus grand pendant l'hyver que pendant l'été ; parce que l'eau du condenseur étant plus froide , ne s'élève pas à une température aussi haute par son contact avec la vapeur , et que cette vapeur , elle-même , s'abaissant à une température plus basse , a une force expansive moindre , et s'oppose d'autant moins à l'effet de celle qui vient de la chaudiere et qui agit sur la surface opposée du piston.

M. de Betancourt a fait sur la vapeur de l'esprit de vin , des expériences analogues à celle qu'il avoit faites sur celle de l'eau. Il donne la formule qui ex-

prime la relation entre le ressort et la température, de ce fluide, et il construit de même les courbes dont les coordonnées représentent ces deux quantités. Ces dernières expériences présentent ce résultat très-remarquable, que pour la température de 90 degrés la force expansive de la vapeur de l'esprit de vin est plus que double de celle de la vapeur de l'eau à la même température.

Les expériences dont nous venons de rendre compte sont très-bien faites, et sont utiles; le mémoire nous paroît digne de l'approbation de l'Académie, et nous pensons qu'il doit être publié dans le recueil de ceux des Savans étrangers.

Fait au Louvre, le 4 septembre 1790. Signés, de Borda, Brisson et Monge.

Je certifie le présent extrait conforme à l'original et au jugement de l'Académie: à Paris, le 11 septembre, 1790. Signé, de Condorcet.

ERRATA.

Page 2, ligne 11. a répulsion ; lis. sa répulsion.
ligne 3, 6. Nencomen ; lis. Newcomen.

M É M O I R E

SUR LA FORCE EXPANSIVE

DE LA

VAPEUR DE L'EAU.

QUAND les sciences n'offrent pas d'autre objet que celui de faire briller le génie de celui qui les cultive , et quand elles ne sont pas appliquées aux besoins de la vie , on peut dire qu'elles ont une utilité très-bornée ; d'un autre côté , si les arts ne sont guidés par d'autres règles que celles d'une pratique et d'une routine aveugles , chaque cas particulier exige de nouveaux tâtonnemens qui engagent dans une dépense et une perte de temps inutiles , sans fournir aucun résultat susceptible de donner des lumières et de faciliter d'autres essais ; il faut donc que les sciences et les arts se prêtent des secours mutuels lorsqu'on veut comparer les lois que les unes donnent, avec la saine expérience déduite des autres ; et alors, accélérant mutuellement leur marche , un premier pas peut devenir la base d'une grande découverte.

Qui auroit cru que la propriété seule qu'a l'eau de se réduire en vapeur , par le moyen du feu , pou-

voit nous procurer une puissance supérieure à toutes celles qu'on avoit employées dans les machines jusqu'à la moitié du dernier siècle ? Il est très-vraisemblable que les anciens connoissoient la vaporisation de l'eau, par le moyen du feu ; car cette connoissance se déduit facilement de la diminution de son volume dans le vase où on la fait chauffer ; mais on n'avoit pas retiré la moindre utilité de cette connoissance jusqu'à l'époque où le marquis de Worcester, en Angleterre, faisant un pas de plus, considéra non seulement sa conversion en vapeur, mais aussi sa répulsion ou force expansive quand on la chauffoit dans un vase fermé. Ce fut d'après l'examen de cette propriété qu'il composa sa machine à vapeur, dont la description qu'il nous a laissée, quoique très-imparfaite, n'en étoit pas moins propre à faire connoître la force prodigieuse de ce moteur qui, jusqu'alors étoit resté inconnu à tous les philosophes.

« J'ai pris (1), dit-il, une piece de canon entier
 » dont le bout avoit éclaté, et j'en ai rempli les
 » trois quart d'eau, fermant à vis le bout rompu,
 » aussi-bien que la lumière ; j'ai fait sous ce canon
 » un feu constant ; dans vingt-quatre heures il éclata
 » et fit un grand bruit.

Le capitaine Savery, soit qu'il ait eu connoissance

(1) *Ceinturies of inventions*. London, 1663.

de l'expérience du marquis de worcester, comme Desaguliers le prétend, soit qu'il ait découvert la même propriété dans la Vapeur, appliqua cette puissance aux machines, à la fin du dernier siècle. Les physiciens, Papin, Bradley, Desaguliers, Sgravefandes et Amontons, et les artistes Newcomen et Cawley, se sont bornés à varier les formes de machine à vapeur, sans faire avancer d'un pas la théorie du même agent qu'ils emploient.

D'autres physiciens ont appliqué ces connoissances à expliquer différens phénomènes de la nature, tels que l'éruption des volcans, l'explosion de la poudre à canon, et autres dans lesquels l'eau paroît entrer pour beaucoup.

Presque tous se sont arrêtés à considérer les grands effets de ~~la vapeur qui se dégage de l'eau, c'est-à-dire~~, ceux qui ont lieu dans un vase fermé où elle peut acquérir un degré de chaleur supérieur à celui dont elle est susceptible quand elle a une libre communication avec l'air atmosphérique (1) M. de Sausure est à-peu-près ~~le seul qui ait considéré~~ les effets de la vapeur qui se dégage de l'eau, dans le vuide à des degrés de chaleur inférieurs à celui de l'eau bouillante, et expliqué la véritable cause qui fait des-

(1) Zieglerus a publié en 1769, un petit traité intitulé *de Digestione Papini*, dont j'ai eu connoissance après avoir fini mon travail. Ce physicien s'est servi dans ses expériences du thermomètre et du baromètre; mais après avoir lu son mémoire, je me suis assuré qu'il n'avoit rien de commun avec le mien.

cendre l'eau dans un marteau d'eau double, quand on chauffe une de ses branches avec la main tandis qu'elle monte dans l'autre branche,

Malgré ces tentatives, et beaucoup d'autres, que les Chymistes et les Physiciens ont faites, avec beaucoup de succès pour examiner les propriétés de l'eau, nous sommes encore bien loin de les savoir apprécier toutes.

Pour peu que nous fixions notre intention sur la conversion de l'eau en vapeur, au moyen de la chaleur, nous verrons que nous avons ignoré jusqu'à présent la loi naturelle de la progression de la force expansive de la vapeur, relativement aux différens degrés de chaleur qu'on lui communique; cependant la théorie des machines à vapeur est fondée sur la connoissance de cette loi.

Quoique nous soyons bien peu instruits à cet égard, les grands avantages qu'on a reconnus dans les machines mues par la vapeur de l'eau ont fait prévaloir leur usage, et le mécanicien, guidé plutôt par une expérience aveugle que par une théorie certaine, risque souvent de faire des frais inutiles, tant dans la première dépense de ses entreprises que dans la consommation journalière du combustible.

Toutes ces considérations m'ont engagé à faire différentes expériences pour tâcher de découvrir une loi sur laquelle il fût possible d'établir les calculs des machines à vapeurs; car lorsqu'on établit ces calculs sur les données reçues jusqu'à présent, leurs

résultats différent tellement de l'expérience, que cette différence ne peut s'expliquer par aucune hypothèse sur le frottement ou l'introduction de l'air atmosphérique dans le condenseur, et sur-tout en ayant égard à l'état de perfection où l'on a porté aujourd'hui ces machines.

D'un autre côté, en ne supposant pas que la vapeur acquière toute la force à l'instant même où l'eau commence à bouillir à l'air libre, il falloit convenir 1°. Qu'elle l'acquiert graduellement, et à compter de l'instant même où l'eau passe de l'état de solidité à celui de liquidité; 2°. Que, quand l'eau bout à l'air libre, la vapeur est capable de soutenir un poids égal au ressort de l'air qui presse l'eau, suivant que l'expérience le démontre; 3°. Que plus l'on presse la surface de l'eau, plus l'effet produit par la vapeur doit être grand. Mais quel est le rapport entre son degré de chaleur, et le poids que sa vapeur peut soutenir? C'est ce que je me suis proposé d'examiner.

Pour cela il falloit imaginer un appareil dans lequel on pût mesurer, tant les degrés de chaleur que l'eau acquéroit successivement, que la force expansive de la vapeur qui s'en dégageoit. Il falloit pouvoir supprimer la pression et le contact de l'air, pour ne pas confondre son ressort avec celui de la vapeur; il falloit finalement pouvoir suivre avec promptitude et sûreté le mouvement des instrumens qui devoient fournir les mesures dont on cherchoit la valeur.

Je ne m'arrêterai pas à décrire les premières tentatives qui ont à peine servi à me donner quelques aperçus sur la force expansive de la vapeur. Je ne rapporterai pas non plus les différentes modifications que j'ai fait subir à l'appareil, lequel remplissoit d'autant mieux mon objet, qu'il devenoit plus simple : je donnerai seulement la description de celui qui m'a servi en dernier lieu.

Description de l'appareil.

A. (*Planche première, figure première,*) est une chaudière de cuivre qui a huit pouces dans son plus grand diamètre, quatorze de hauteur et une forte ligne d'épaisseur. La partie supérieure est fermée avec un couvercle XZ, aussi de cuivre, au travers duquel passent les trois tuyaux B, C, D. Le premier B, sert pour introduire l'eau dans la chaudière, et on peut le fermer exactement à vis par la partie supérieure. Le second C est traversé par un thermomètre, dont la boule E, doit être près de deux pouces plus haut que le fond de la chaudière, ayant sa graduation placée extérieurement, depuis 0 jusqu'à 110 degrés de l'échelle de Réaumur. On adapte au troisième tube D, un tube barométrique de verre D, F, G, H, dont la branche G, H, a cent-dix pouces de longueur, et deux ligne de diamètre intérieure. On doit fixer ce tube au madrier MM, qui lui-

même est assuré sur la planche LK. RS, est une échelle divisée en pouces, dixièmes et vingtièmes de pouces. Cette échelle peut glisser librement de haut en bas. Le fourneau P, et le trépied sur lequel on doit fixer la chaudière n'ont besoin d'autre explication que celle de voir la figure. TV, est une machine pneumatique, qui communique avec la chaudière au moyen d'un tuyau de plomb YW, et qui sert à faire le vuide.

On comprendra facilement que si on fait le vuide dans la chaudière, le mercure descendra par la branche HG, et montera par l'autre FM, en s'approchant d'autant plus d'être de niveau dans les deux branches, que le vuide sera plus parfait. On conçoit encore que si en mettant du feu dessous la chaudière le mercure monte par le côté HO, ce mouvement doit être produit par la vapeur qui sort de la chaudière par le tube DFN, et qui presse la surface N, du mercure, d'ou il suit que nous pouvons mesurer cet effort par la hauteur de la colonne de mercure à tous les degrés de la chaleur de l'eau marqués par le thermomètre.

Précautions pour empêcher l'introduction de l'air.

Comme le succès de cette expérience dépend non seulement de faire le vuide le plus parfait possible, mais encore de pouvoir le conserver long-tems, je crois

qu'il ne sera pas inutile de rapporter les précautions que j'ai prises pour empêcher l'introduction de l'air, malgré les dilatations et contractions des tubes de cuivre et de verre, causés par la chaleur, et malgré la force avec laquelle tantôt l'air extérieur et tantôt la vapeur tendoient à se faire jour à travers le paroi du vase.

Il m'a paru, au premier essai, que tout cela étoit très-facile; mais j'ai trouvé tant de difficultés dans la pratique, que bien souvent j'ai été sur le point d'abandonner mes expériences et de me contenter de quelques légers apperçus. Mais la connoissance que j'avois de l'utilité de ces expériences m'encourageoit, et j'ai suivi mon travail, presque de suite pendant huit mois, sans obtenir des résultats satisfaisans.

Le couvercle de la première chaudière que je fis, se fermoit à vis, et pour empêcher l'introduction de l'air, et la sortie des vapeurs, j'avois garni la jonction de filasse enduite de lut gras; mais je ne tardai pas à m'appercevoir que ce moyen étoit insuffisant dans les températures supérieures à 80° , lorsque la vapeur exerçoit sa puissance. Pour lors je tâchai de souder tout à l'étain, et ayant fait une expérience avec quelque succès, je crus avoir évité l'introduction de l'air. Néanmoins il me fut impossible d'en répéter une autre. Je soudai une seconde fois la chaudière, et je la couvris toute par dehors avec une couche d'étain
de

de deux lignes d'épaisseur; mais je ne pus parvenir à la fermer comme je désirois. Après plusieurs tentatives inutiles, je découvris que l'étain donnoit, au travers de ses pores dilatés, passage à la vapeur, quand elle exerçoit une certaine pression, ce que je reconnus en versant une portion de cire sur la partie supérieure de la chaudiere. Cette epreuve me fit abandonner ma première et seconde chaudiere, et j'en fis faire une autre soudée entièrement à la soudure forte qui me réussit parfaitement.

Après tout ce travail, la principale difficulté étoit encore à vaincre, qui étoit de pouvoir fermer les unions entre les tubes de verre et de cuivre. Je me suis servi de tous les luts qu'on emploie en chimie, sans avoir pu parvenir à empêcher l'introduction de l'air après avoir échauffé la chaudiere. Désespérant enfin de pouvoir la fermer exactement avec aucun lut, j'imaginois le moyen mécanique, qui est représenté à la moitié de sa grandeur naturelle dans la planche première, figure deuxième.

AB, est le couvercle de la chaudiere. CD, est une piece de cuivre qui se visse dans le couvercle, et pour qu'elle s'ajuste parfaitement, on doit mettre au-dessous de la base un peu de filasse enduite de lut gras, après quoi on la serre avec une clef. Cette piece est percée par le milieu pour recevoir le thermomètre ou baromètre EF, et la partie supérieure est creusée en entonnoir pour recevoir la filasse II, qu'on peut serrer contre le tube au moyen de l'é-

écrou GH; ce moyen extrêmement simple, est d'autant plus commode que si quelque instrument vient à casser, on en peut remettre un autre très-facilement. Il a encore l'avantage, si on l'exécute avec exactitude, que ni l'air ni la vapeur ne peuvent passer d'un côté à l'autre, quelque soit la pression et le degré de chaleur qui aient lieu dans les expériences. Si au bout de quelque temps on s'apperçoit qu'il sort quelque vapeur, on peut l'arrêter en serrant les écrous avec la clef.

Description des instrumens.

Etant parvenu à fermer exactement la chaudiere, j'ai construit avec tout le soin possible un thermomètre de mercure, dont la distance entre chaque degré étoit de près de trois lignes, afin de pouvoir remarquer sa marche avec facilité et exactitude. J'ai mis toute mon attention à marquer exactement les degrés de la glace et de l'eau bouillante, le baromètre étant à 28 pouces, et j'ai divisé son échelle suivant la méthode de M. de Réaumur.

Dans mes premières expériences, je me suis servi d'un tube barométrique, dont la partie supérieure de la branche HOG étoit ouverte. Il arriva que quand on faisoit le vuide dans la chaudiere, le mercure montoit du côté MNF, tantôt à 26 pouces, tantôt à 26 pouces 6 lignes, et quelquefois à 27 pouces 8 lignes, et ces différences venoient non seulement de

la plus ou moins grande quantité d'air qui reflloit dans la chaudiere, mais aussi du poids de l'atmosphère qui agissait sur le mercure. Cet inconvénient m'obligeoit à avoir égard à la hauteur du baromètre ordinaire dans chaque expérience, ce qui compliquait les calculs toutes fois que je voulois comparer deux d'entre elles. Pour éviter cela je fermai le tube barométrique par la partie supérieure, et malgré la nécessité de l'allonger de 28 pouces de plus pour avoir la même pression, cette méthode m'étoit beaucoup plus commode pour les calculs, parce que l'atmosphère n'ayant plus d'influence sur le mercure, je parois toujours d'un terme constant.

Je fis bouillir le mercure dans toute la longueur du tube, et je parvins à faire le vuide si parfait, que le mercure se soutenoit à la même hauteur que dans le baromètre ordinaire, malgré la longueur de 110 pouces que le tube avoit. J'ai réservé dans la partie G. (*figure I.*) un récipient de mercure pour pouvoir fournir la branche GH pendant l'expérience.

Maniere de faire les expériences.

L'appareil étant ainsi disposé, j'ai mis dans la chaudiere la vingtieme partie d'eau distillée de façon que la boule du thermomètre ne touchoit pas à sa surface. Après, au moyen de la machine pneumatique, j'ai fait le vuide jusqu'à ce que le mercure du baromètre restât à dix lignes de différence entre les

deux branches. J'ai fermé le robinet Y, et j'ai mis de la glace avec du sel par la partie extérieure de la chaudiere, jusqu'à faire descendre le thermometre au point de la congélation. Pendant ce temps, le barometre descendit aussi jusqu'à sept lignes près de son niveau.

Alors, je retirai la glace; je mis du feu sous la chaudiere, et je l'ai réglé pendant toute l'expérience, de façon que le thermometre employoit une minute à parcourir chaque degré, (1) et à mesure que le mercure arrivoit à chaque division, j'écrivois exactement la hauteur du barometre, en commençant par 0, c'est-à-dire, n'ayant égard aux sept lignes de différence de l'élevation du mercure, avec lesquelles j'ai commencé mon expérience (2).

On verra dans la premiere colonne de la table premiere, les degrés du thermometre, et dans la seconde, la hauteur correspondante du barometre, en centiemes de pouces.

(1) Dans les premiers instans, après le vide fait, où on commence à appliquer le feu, l'appareil reçoit un ébranlement très-sensible, & on entend une percussion des molécules d'eau sur la paroi intérieure du vase. L'ébranlement peut être causé par celui de toute la masse d'eau qui, n'étant pas encore coercée par une pression supérieure, se meut ou oscille facilement par l'agitation que l'introduction du calorique cause dans toutes ses parties.

(2) Il seroit sans doute très-intéressant de connoître la force expansive due à la vaporisation qui peut avoir lieu, dans le vide, au-dessous du terme de la glace, mais les expériences nécessaires, pour acquérir cette connoissance présentent de grands obstacles. On ne peut pas faire le vide assez exactement pour qu'il ne reste pas dans le vase une petite portion d'air qui exerce sa pression sur l'eau. Quelque foible que soit cette pression, il est possible qu'elle suffise pour empêcher la vaporisation qui, dans les termes au-dessous de la glace, doit être coercée ou arrêtée par la plus petite puissance. En supposant

Ayant remarqué que quand le thermomètre étoit à 80 degrés, la hauteur du baromètre étoit de 32,40 pouces au lieu de 28 quand la pression qui s'exerce sur la surface de l'eau étoit d'air atmosphérique. Je pensai d'abord qu'il pouvoit y avoir quelque différence dans la manière dont s'exerçai chacune de ces pressions ; mais je ne tardai pas à trouver la véritable cause dans la différente sensibilité du baromètre et du thermomètre, parce que l'un marque presque au même instant la pression qui s'exerce sur sa surface, tandis que l'autre a besoin d'un certain temps pour se dilater, et marquer le degré de chaleur du fluide dans lequel il est plongé. Si dans cette expérience nous supposons que le thermomètre tarδοit de deux à trois minutes pour marquer le degré de chaleur de la vapeur de l'eau, nous trouverons, en ayant égard à cette circonstance, que quand la force de la vapeur étoit capable de soutenir une colonne de mercure de 28 pouces, le thermomètre devoit se trouver à 80 de-

même que l'air dilaté qui reste, ne presse point assez pour empêcher la vaporisation, la mesure de la force expansive de la vapeur, sera sujette à deux sources d'erreur, savoir : 1°. L'incertitude de la vraie température due à cette force expansive, puisque l'eau étant antérieurement pressée par l'air, la vaporisation à un degré donné du thermomètre n'est pas la même que s'il n'y avoit pas de pression antérieure; 2°. l'incertitude de la mesure de cette force expansive elle même, la hauteur du baromètre, étant le résultat de l'action combinée de l'air renfermé & du gas aqueux. Le ressort de l'air ne peut point ici, comme dans les températures, au-dessus de zéro, être négligé à l'égard de celui de la vapeur, car au-dessous de zéro, il peut l'égalier & même le surpasser.

grés, ainsi que cela arrive, quand la pression qui s'exerce sur l'eau est produite par l'air atmosphérique.

Pour m'en convaincre, et pour examiner au même-temps si les différentes quantités d'eau pouvoient influencer sur la force expansive de la vapeur, je répétai cette expérience, en mettant dans la chaudière la quatrième partie de son volume d'eau distillée : le cylindre ou boule du thermomètre y plongeoit jusqu'à la moitié ; j'ai agi dans le reste comme dans la première expérience.

On voit dans la troisième colonne de la table, le résultat de cette expérience, et on remarquera que la correspondance du baromètre avec le thermomètre, est sensiblement la même, avec cette différence, que le dernier étoit moins paresseux dans sa marche, ce qui devoit arriver puisqu'il plongeoit en partie dans l'eau dont la densité étant beaucoup supérieure à celle de la vapeur, communiquoit plus vite sa chaleur au thermomètre.

Je répétai cette expérience, la chaudière étant remplie jusqu'à la moitié d'eau distillée; et, ayant pu faire le vuide à cinq lignes près, j'ai agi de la même manière que dans les autres.

On trouvera le résultat de cette dernière observation dans la quatrième colonne de la table, et on doit remarquer que quand le thermomètre étoit à 80, degrés, le baromètre s'est trouvé à 28,60 pouces.

Enfin j'ai fait une quatrième expérience, et pour

rapprocher la marche des instrumens tant qu'il étoit possible, j'ai rempli la chaudière d'eau jusqu'aux trois quarts de sa capacité & j'ai modéré le feu de façon que le thermomètre tarδοit près de deux minutes à monter chaque degré. J'ai pu commencer cette expérience avec 4 lignes & demie de différence dans le niveau du mercure du baromètre, et j'ai opéré d'ailleurs dans cette expérience comme dans les autres. On verra dans la cinquième colonne de la table qui marque la correspondance entre la hauteur du baromètre et les degrés de chaleur du thermomètre, que quand celui ci se trouvoit à 80 degrés, la hauteur du baromètre étoit de 28 pouces justes.

De ces expériences comparées entre - elles nous pouvons déduire 1°. Que la vapeur a le même degré de chaleur que l'eau d'où elle se dégage. 2°. Que la pression de l'air et celle de la vapeur influent de la même manière sur les degrés de chaleur que l'eau peut recevoir à une pression déterminée. 3°. Qu'il y a une relation et une dépendance mutuelles entre la température et la pression de la vapeur, telles que la même pression doit toujours correspondre à la même température, et réciproquement, quelque soit l'étendue du vase dans lequel se fait la vaporisation.

Application du calcul aux expériences.

Les expériences ayant été faites par les moyens

qu'on vient de décrire, un de mes premiers soins, pour mettre en évidence leur régularité et la suite qu'elles avoient entre elles, fut de tracer une courbe dont l'axe des abscisses représentoit les degrés du thermometre et l'axe des ordonnées, les hauteurs correspondantes du mercure dans le tube barométrique. Cette courbe est tracée en points, suivant la quatrième expérience, dans la planche deuxième.

Les degrés du thermometre sont portés sur les lignes AB, AB, et les lignes CD, CD, correspondantes, représentent les forces expansives de la vapeur, ou la hauteur du barometre.

Une pareille régularité inspiroit naturellement le desir de chercher une loi qui puisse exprimer la relation entre les coordonnées, et c'est aussi à quoi je m'attachai. J'essaya d'abord de faire passer par différens points de ma courbe quelque autre courbe connue, telle que la parabole, l'ellipse, etc.; mais je n'en trouvai aucune qui put représenter d'une maniere, même approchée, la suite des observations.

Je savais que dans bien des circonstances les phénomènes relatifs aux dilatations ou condensations de l'air et des fluides élastiques en général, offrent des suites des termes, en progression géométrique. J'examinai en conséquence si les logarithmes des forces expansives ne seroient point proportionnels ou à-peu-près aux degrés de chaleur. Quelques parties de la courbe prise dans une petite étendue, et sur-tout
près

près du terme de l'eau bouillante paroissent se rapprocher de cette propriété; mais il étoit impossible de l'adapter à toute la courbe, et elle se dénatureroit promptement pour peu qu'on voulût la considérer dans un arc de quelque étendue. Je tentai quelque autre méthode d'interpolation; mais mes recherches ou furent infructueuses ou me donnerent des résultats dont la pratique ne pouvoit tirer aucun parti.

La principale difficulté à trouver une expression analitique qui donnât la loi entre les degrés de chaleur et la force expansive, venoit de la grande étendue dans laquelle les expériences avoient été faites, et de la grande différence de courbure, au commencement et à la fin de la courbe, d'où il résulroit une différence proportionnelle entre le rapport des variations des coordonnées aux deux points extrêmes. En effet, depuis zéro jusqu'au septieme degré du thermomètre une variation d'un degré n'operoit dans la force expansive qu'un changement de quelques centiemes de pouce; et la même variation du thermomètre, vers les hautes températures, en produisoit une de plusieurs pouces dans la force expansive.

J'étois occupé de ces recherches lorsque M. de Prony, ingénieur des ponts et chaussées, qui avoit pris le plus grand intérêt à mes expériences, me parla d'une méthode de son invention, pour trouver

la loi des phénomènes d'après l'expérience, qu'il me dit lui avoir réussi dans plusieurs circonstances où il l'avoit appliquée. Je le priai de me communiquer son mémoire, ce qu'il fit avec grand plaisir, et j'eus la satisfaction, quand je me fus mis au fait de sa méthode, de voir que les applications que j'en pouvois faire à mes expériences, remplissoient l'objet de mes recherches au-delà de mes espérances.

En effet, je suis parvenu à déduire de la formule générale de M. de Prony une équation, qui exprime si bien les expériences dans leur étendue totale, et de degré en degré, que la courbe calculée se distingue à peine de la courbe donnée par l'expérience. La courbe calculée est celle tracée par une ligne pleine dans la planche deuxième. J'expliquerai bientôt à quoi tiennent les légères différences entre certaines parties des deux courbes; il me suffira de dire à présent que la courbe calculée doit être regardée comme suivant une route moyenne qui corrige les petites imperfections inévitables dans la manipulation des instrumens. Je supprimerai les détails du calcul, et je donnerai sur le champ l'équation de la courbe qui est

$$y = e^{\mu + \lambda x} - e^{\mu + \lambda' x} - e^{\mu + \lambda'' x} + e^{\mu + \lambda''' x}$$

La variable x désigne les degrés du thermomètre, la variable y désigne les hauteurs des colonnes de mer-

cure, en pouces, qui représentent les forces expansives correspondantes aux nombres x de degrés du thermomètre (1).

On a de plus, en suivant les règles prescrites par la méthode de M. de Prony,

$$\begin{aligned} c &= 10 \\ \mu &= 0,068831 \\ \lambda &= 0,019438 \\ \lambda' &= 0,013490 \\ \rho &= -4,689760 \\ \rho' &= -3,937600 \\ \lambda'' &= 0,058622 \\ \lambda''' &= 0,049220 \end{aligned}$$

On voit à l'inspection des termes de cette équation

(1) Voici en peu de mots l'esprit de la méthode de M. de Prony ; sa formule générale est composée de termes de la forme $c^{\lambda+x}$, $c^{\lambda'+x}$, $c^{\lambda''+x}$ &c. Le nombre des indéterminées λ , λ' , λ'' , &c. est égal à celui des observations d'après lesquelles on veut déterminer la loi cherchée, en sorte que le nombre des termes de l'équation est moitié de celui de ces observations. Si on nomme x' la distance constante entre les observations, et qu'on fasse successivement $x=0$, $x=x'$, $x=2x'$ &c. le terme $c^{\lambda+x}$ deviendra c^{λ} , $c^{\lambda+x'}$, $c^{\lambda+2x'}$, &c. et ainsi des autres. Les valeurs observées de y correspondantes à ces valeurs de x étant y' , y'' , y''' , &c. on aura autant d'équations que d'observations ou que d'indéterminées, λ , λ' , λ'' , &c. ; M. de Prony parvient par l'élimination à des équations qui contiennent la somme des indéterminées, leurs produits deux à deux, trois à trois, &c. ; ce qui lui suggère l'expédient de déduire les valeurs de ces indéterminées, de la solution d'une équation qui est du 2^e degré pour quatre et cinq observations, du 3^e degré pour six et sept observations, du 4^e degré pour huit et neuf observations et ainsi du reste, M. de Prony donne ensuite le moyen de former sur le champ cette équation, d'en déterminer les coefficients, soit que les racines soient réelles et inégales, réelles et égales, ou imaginaires. Sa

tion qu'ils sont extrêmement aisés à calculer. En effet, e étant la base du système logarithmique vulgaire, et tous les termes du second membre de l'équation étant des puissances de e , ces termes sont par conséquent les nombres dont les exposans variables sont les logarithmes. Or rien n'est plus prompt que le calcul de ces exposans, puisque x n'y est élevé qu'au premier degré et multiplié par un nombre constant; et ce petit calcul fait, on trouve immédiatement dans les tables des logarithmes les nombres auxquels ces exposans appartiennent.

Lorsqu'on veut faire des tables d'expériences calculées, les opérations s'abregent beaucoup, en ce qu'il ne faut pas faire des multiplications numériques, mais seulement des additions successives. Pour cet effet on forme différentes colonnes au haut desquelles on place les nombres des exposans qui ne sont point multipliés par x ; on y ajoute ensuite successivement les nombres qui multiplient x , et on a par ce moyen une suite de logarithmes correspondans à $x = a$,

méthode est en général plus commode que l'ancienne méthode d'interpolation, sur laquelle elle a ces deux grands avantages, de réduire à moitié le nombre des termes à calculer, et de simplifier extrêmement le calcul de ces termes. M. de Prony fait remarquer que ses formules donnent des résultats qui s'accordent avec ceux qu'on déduiroit de la théorie des suites récurrentes; mais que par la manière dont il l'a présentée, cette méthode peut être connue et appliquée sans que le lecteur soit obligé de connaître la théorie des suites récurrentes, qui peut n'être pas familière à tous ceux qui se sont d'ailleurs occupés d'analyse.

L'Académie des Sciences, à qui M. de Prony a lu son Mémoire, l'a jugé digne d'être imprimé dans ses recueils, que pourront consulter ceux qui desireront plus de détail.

$x = 1$, $x = 2$, &c. On place dans les autres colonnes, à côté, les nombres auxquels répondent ces logarithmes, et une dernière colonne à droite renferme les valeurs de y , qu'on obtient en faisant de simples soustractions et additions.

Il est un autre avantage dans la disposition de la formule, qui simplifie encore le calcul et dont la pratique peut retirer beaucoup de commodités; c'est que depuis la température de la glace jusqu'à celle de l'eau bouillante, c'est-à-dire depuis $x = 0$, jusqu'à $x = 80$ degrés, on n'a besoin que de calculer les deux premiers termes, et que dans toute cette étendue les deux derniers peuvent être considérés comme nuls. En effet, si dans ces derniers termes on suppose $x = 79$ degrés, la valeur qui en résulte est à peine de 0,01 pouce, et cette valeur n'arrive jamais aux dixièmes de pouce.

On peut même se contenter des deux premiers termes de la formule pour calculer la force expansive à des températures plus hautes que 80 degrés; car à 90 degrés les deux premiers termes ne s'éloignent de l'expérience que de 0,22 pouce, à 95 degrés ils n'en diffèrent encore que de 2,1 pouces; et on peut, pour les besoins de la pratique, négliger ces différences sur-tout si on considère que la force expansive, à 94 degrés, est environ double du poids de l'atmosphère.

Je ne m'étendrai pas davantage sur les propriétés de la formule trouvée par la méthode de M. de

Prony; son mémoire, qu'il a présenté à l'Académie, contient à cet égard des explications très-détaillées.

La seconde colonne de la table seconde, qu'on trouvera à la fin de ce mémoire, contient le résultat du calcul, d'après lequel on a tracé la courbe pleine qu'on voit sur la deuxième planche.

Causes des différences entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience.

Les causes qui concourent à ce que le baromètre et le thermomètre ne marchent pas avec autant de régularité que le calcul, sont si multipliées, que, loin de nous étonner des petites différences qu'on remarquera entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience, nous devons admirer leur accord.

1°. Le frottement du mercure dans le tube du baromètre, occasionne de petits ressauts dans sa marche; et par conséquent, si un de ces ressauts se fait un peu avant ou après l'arrivée du mercure du thermomètre, à une des divisions de son échelle, il en résulte qu'on obtient un peu plus ou un peu moins de hauteur dans le baromètre.

2°. La plus petite différence dans le diamètre intérieur du tube du thermomètre, peut causer des différences notables dans la régularité des observations.

3°. Le mouvement continu et progressif du

mercure est un autre obstacle aux observations ; on conçoit aisément qu'il est très-difficile d'observer en même temps le degré du thermomètre et la hauteur correspondante du baromètre. Cette difficulté s'augmente dans les degrés supérieurs ; c'est - à - dire , entre cent et cent - dix , dans lesquels le baromètre parcourt presque trois pouces par degré. Pour éviter cet inconvénient autant qu'il étoit possible , une personne observoit le thermomètre une autre ajustoit l'échelle mobile du baromètre au niveau inférieur du mercure , et j'observois le baromètre et écrivois l'observation.

4°. Un autre obstacle est la difficulté de graduer le feu en raison de la pression qui s'exerce sur la surface de l'eau , afin que le thermomètre suive une marche à peu-près uniforme : si on le pousse un peu trop , la vapeur se produit immédiatement et exerce sa force expansive sur le baromètre , avant que le thermomètre ait eu le temps de marquer le degré de chaleur qui l'a produite. Dans ce cas , la hauteur observée du baromètre surpassera d'autant plus la vraie hauteur qui doit avoir lieu , qu'il y aura moins d'eau dans la chaudière , et que la marche des instrumens sera plus accélérée.

5°. Le peu d'exactitude dans la division des échelles , et principalement dans celle du thermomètre , peut influer beaucoup sur la régularité de l'expérience : ce défaut qui est très - facile à corriger , quand

on le connoît d'avance, a été la cause des principales différences entre mes observations et les calculs. J'ai remarqué qu'entre cinquante - deux et cinquante - trois degrés du thermomètre , les différences entre la théorie et la pratique , de positives devenoient négatives , qu'elles augmentoient jusqu'au soixante-sixième degré , et qu'après , elles diminuoient jusqu'à devenir zéro , au quatre-vingtième degré. J'ai cherché cette différence dans l'échelle du thermomètre , et j'ai vu en effet que les divisions des degrés augmentoient depuis le cinquantième jusqu'au soixante-cinquième degré de l'échelle , et qu'après elles décroissoient jusqu'à devenir nulles au quatre-vingtième degré.

Il suit de tout ce qu'on vient de dire , que nous devons regarder la courbe calculée , comme la même qui auroit dû être donnée par les expériences , et que toutes les fois qu'on voudra faire quelque usage de la force expansive de la vapeur à différens degrés de température , on doit préférer les résultats du calcul à ceux des expériences.

Applications des observations précédentes.

Les applications qu'on peut faire de la connoissance exacte de la force expansive de la vapeur , sont de la plus grande importance , tant dans la mécanique

nique que dans la physique. Jusqu'à présent, dans le calcul des anciennes machines à vapeur, on avoit supposé la force de cet agent égale à une colonne de mercure, ayant pour base la surface du piston du grand cylindre, et une hauteur de vingt-six à vingt-huit pouces, suivant le poids de l'atmosphère, et on peut même l'évaluer jusqu'à 30 pouces dans les machines qui ont le cylindre fermé par la partie supérieure; mais pour que les résultats qui donnent un calcul fondé sur ce principe, puissent s'accorder avec l'expérience, il falloit qu'il y eût une extinction totale de force expansive dans la vapeur qui se condensoit, ce qui est bien loin d'arriver ainsi.

Maintenant que nous sommes en état de mesurer la force expansive qu'oppose la vapeur de l'eau tiède, produite par le mélange de la vapeur qui se condense et de l'eau de l'injection, nous examinerons quelle est la quantité qu'on doit soustraire de la force totale de la vapeur qui sort de la chaudière. J'ai observé que dans les machines à vapeur établies à *Chaillot* et au *Gros - Caillou*, l'eau retirée du condenseur par la pompe à air, étoit à trente-neuf degrés, quand celle de l'injection étoit à douze degrés. Comme la condensation s'opere dans un endroit sensiblement purgé d'air atmosphérique, il suit d'après mes expériences, que cette eau a une force expansive capable de soutenir une colonne de mercure, ayant pour base la surface du piston du

cylindre à vapeur, et 2,77 pouces de hauteur. Cette force agissant en sens contraire de celle qu'exerce la vapeur qui sort de la chaudière, et qui agit par la partie supérieure du piston, il s'ensuit qu'on doit mesurer l'effet de la vapeur par la différence qu'il y a entre ces deux actions. L'expérience nous a appris que les machines à vapeur ont plus d'effet dans l'hiver que dans l'été: et cette différence qu'on observe, et de laquelle on ne pouvoit pas trouver, ou au moins évaluer la cause, vient du différent degré de chaleur de l'eau de l'injection.

Dans les grandes chaleurs de l'été, qui tiennent l'eau de l'injection à vingt degrés, celle qui sort du condenseur est quelquefois à quarante-cinq, et même à quarante-six, tandis que pendant les froids de l'hiver à peine elle est à vingt-huit: dans le premier cas, la vapeur qui presse le piston par la partie supérieure, à vaincre non seulement la résistance de la machine, mais aussi l'effort de la vapeur de l'eau tiède qui agit en direction contraire, et qui est égal à une colonne de mercure de 4,29 pouces, et dans le second cas, il n'est que de 1,30: cet excès de près de trois pouces de mercure que la vapeur a à vaincre de plus dans l'été que dans l'hiver, est la cause pour laquelle les machines à vapeur vont plus difficilement dans un temps que dans un autre.

Nous pourrions déduire de tout cela que plus il entreroit de l'eau d'injection dans le condenseur, moins

l'eau de la condensation seroit chaude et plus l'effet de la machine seroit grand; mais ceci qui est évident à l'égard de la diminution de la force expansive de l'eau échauffée dans le condenseur, a un autre inconvénient. Si l'on augmentoit trop l'eau de l'injection, il arriveroit que l'on augmenteroit aussi la quantité d'air qu'elle fournit au condenseur. Cet air, en se dilatant dans le condenseur par la chaleur de la vapeur, acquerroit un ressort capable de diminuer l'effet de la machine, beaucoup plus que la force expansive de la vapeur de l'eau tiède du condenseur.

Passons maintenant à d'autres applications non moins intéressantes qu'utiles dans la physique.

Aussitôt que j'ai pu obtenir des résultats exacts de mes expériences, et que je me suis convaincu que la quantité de chaleur que l'eau peut recevoir dépend absolument de la pression qui s'exerce sur sa surface (1), j'ai tâché de comparer mes observations avec celle qu'on a fait sur des montagnes de différentes hauteurs

(1) Rien ne prouve mieux l'exactitude de la loi que suit la chaleur de l'eau, à l'égard de la pression qui s'exerce sur sa surface, que l'observation que j'ai eu occasion de faire plusieurs fois pendant le cours de mes expériences. Si l'on ôte le feu de dessous la chaudière, sur-tout dans les hauts degrés de température, le baromètre descendra ainsi que le thermomètre, mais le premier dans une raison bien plus rapide que le second, comparée à celle qu'ils avoient quand ils montoient. Mais si après quelques minutes, on remet le feu, au même instant le baromètre commence à monter, et le thermomètre continue à descendre, jusqu'à ce que le baromètre ait atteint la hauteur correspondante à la quatrième observation, et alors tous deux marchent dans le même ordre de cette expérience.

pour connoître le degré de chaleur que l'eau pouvoit recevoir quand le baromètre se trouvoit à une hauteur déterminée; mais le peu d'observations qu'on a faites sur cette matiere, et la différente maniere de graduer les instrumens dont on s'est servi, étoient un obstacle difficile à vaincre pour en déduire des conséquences certaines.

La premiere des observations que j'ai comparée avec mes expériences est celle qui se trouve dans les mémoires de l'Académie Royale des Sciences, année 1740, page 92. M. Cassini de Thury, rapporte que M. le Monnier ayant fait bouillir l'eau sur la montagne du Canigou, où le baromètre se soutenoit à 20 pouces 2 lignes, deux douziemes, le thermomètre plongé dans cette eau, resta 15 degrés plus bas que le terme de l'eau bouillante, suivant la graduation de M. Delisle; c'est-à-dire qu'il auroit marqué environ 71° , d'après la graduation de Réaumur. Dans mes expériences, à une pression égale sur la surface de l'eau, le thermomètre s'est trouvé à $73,70$ deg. Nous verrons bientôt que cette différence, qui m'a paru d'abord assez considérable, ne doit être attribuée qu'à l'inexactitude dans l'observation, à la différente graduation du thermomètre, et à ce qu'on n'avoit pas pris les précautions nécessaires pour purger d'air le tube du baromètre.

Je consultai ensuite l'ouvrage de M. de Luc (1), et après avoir pu parvenir à comprendre la maniere dont

(1) Modifications de l'atmosphère.

il a fait les observations et gradué ses instrumens ; j'ai tâché de réduire l'échelle de son thermomètre à celle qui m'a servi dans mes expériences. J'ai pris les mêmes hauteurs du baromètre et j'ai cherché les degrés de chaleur que l'eau devoit avoir suivant mes expériences et le calcul (1). On verra dans la table suivante les résultats de mes expériences comparés avec quelques-unes des observations de M. de Luc que j'ai pris au hasard.

Degrés de chaleur de l'eau bouillante sur les montagnes, observés par M. de Luc.				Degrés de la chaleur de l'eau suivant l'expérience.	Degrés de la chaleur de l'eau suivant le calcul.	Différence entre l'expérience & les observations de M. de Luc.	Différence entre le calcul & les observations de M. de Luc.
	Lieux des Observations.	Chaleur de l'air.	Hauteur du Baromètre.	Chaleur de l'eau-Thermom.			
1	Beucaire. . .	14 $\frac{1}{2}$	18,248	80,37	80,27	-0,10	-0,08
2	Genève. . . .	11	17,056	79,55	79,14	-0,09	0,00
3	Grange-Tourn	16 $\frac{1}{2}$	14,110	77,11	77,21	+0,11	+0,30
4	Lans le-Bourg		14,145	77,18	76,91	-0,26	-0,22
5	Grange-les-F.	11	14,089	76,76	76,88	+0,12	+0,13
6	Grenaison. . .	10 $\frac{1}{2}$	15,417	75,26	75,21	-0,05	+0,63
7	Glacière de B.	6 $\frac{1}{2}$	19,677	72,56	73,16	+0,60	+0,68

On doit remarquer dans ces observations , que la plus grande différence entre les résultats de

(1) Pour trouver le degré de chaleur de l'eau correspondant à une hauteur donnée du baromètre,

Soit $\left\{ \begin{array}{l} h \text{ La hauteur donnée du Baromètre.} \\ h' \text{ La hauteur du Baromètre prise dans la Table moindre que } h, \text{ et qui s'en approche le plus.} \\ x \text{ Le degré du Thermomètre correspondant à } h'. \\ h'' \text{ La hauteur du Baromètre, prise dans la table correspondante à } x+1. \\ z \text{ Le degré de chaleur qu'on cherche.} \end{array} \right.$

$$\text{Nous aurons } z = \frac{h-h'}{h''-h'} + x.$$

mes expériences et les observations de M. de Luc est de 0,68 de degré du thermomètre, dans une diminution de presque un tiers du poids de l'atmosphère. Cette différence paroîtra bien peu de chose si nous faisons attention que, dans les observations mêmes de M. de Luc, elles se trouvent bien plus grandes: dans la quatrième et cinquième observation, le baromètre étant presque à la même hauteur, la chaleur de l'eau s'est trouvée dans l'une à 77,18 degrés et dans l'autre à 77,76, de sorte que le résultat de mes expériences et de mon calcul donne le terme moyen entre ces deux observations.

Si nous comparons encore l'observation faite par MM. Cassini et le Monnier au Canigou, avec la 6^{ème}. de la table précédente faite par M. de Luc, nous verrons que les baromètres étant à trois lignes près de différence, l'un observa 71 degrés dans le thermomètre et l'autre 73,26. Ces différences entre les observations de deux personnes différentes, et ce qui est plus surprenant, entre celles d'une même personne

Si l'on veut trouver la force expansive, ou, ce qui est la même chose, la hauteur du Baromètre correspondante à un nombre fractionnaire de degrés du Thermomètre, sans avoir recours à la formule générale, on peut se servir de la méthode suivante :

Soit $\left\{ \begin{array}{l} a. \text{ Le nombre fractionnaire donné.} \\ a'. \text{ Le nombre entier immédiatement plus petit que } a. \\ h. \text{ La hauteur du Baromètre correspondante à } a, \text{ prise dans la Table.} \\ h'. \text{ La hauteur du Baromètre correspondante à } a + 1. \\ x. \text{ La hauteur du mercure, ou la force expansive qu'on cherche.} \end{array} \right.$

Nous aurons $x = h + (a - a') (h' - h).$

s'écartent plus entre elles, qu'elles ne s'écartent des resultats de mes expériences.

Il ny a pas de doute que les différences des observations viennent de la difficulté qu'il y a de faire deux baromètres, et sur-tout deux thermomètres comparables. Les divers artistes sont obligés d'employer différentes qualités de verres et de mercure; et chacun d'eux, quoique se servant des mêmes principes, gradue les échelles à sa maniere.

Tout cela me porte à croire qu'en répétant mes expériences, prenant quelqu'autres précautions que peut-être j'aurai négligées, et faisant des observations bien exactes sur le degré de chaleur que l'eau peut recevoir à différentes hauteurs, avec des instrumens construits de la même maniere, on parviendra à mesurer la hauteur des montagnes, par le moyen du thermomètre, plongé dans l'eau bouillante, avec une exactitude égale, et peut-être supérieure, à celle du baromètre.

Nous pouvons tirer plusieurs autres avantages de la connoissance exacte de l'influence qu'a la pression de l'atmosphère sur la chaleur que l'eau peut recevoir; mais il en est une qui est de trop grande conséquence dans la physique pour la passer sous silence.

Aussi-tôt que le thermomètre a été connu des physiciens, presque tous se sont appliqués à chercher deux points fixes qui pussent les guider pour diviser l'échelle de cet instrument; ayant trouvé que ceux de la congella-

tion et de l'eau bouillante étoient presque constans dans divers endroits, ils leur donnèrent la préférence sur tous ceux qu'on avoit employés jusqu'alors : mais ayant reconnu que l'eau peut recevoir une plus ou moins grande quantité de chaleur, suivant la pression que l'atmosphère exerce sur sa surface, ils ont senti la nécessité de fixer une valeur fixe et constante à cette pression ; et on est convenu, presque généralement, d'admettre celle qui est égale à une colonne de mercure de 28 pouces. Cette convention n'a pas enlevé toutes les difficultés. En effet, si on vouloit construire à Madrid un thermomètre comparable avec un autre fait à Paris, la chose deviendroit impossible par les moyens connus jusqu'à présent, puisqu'à Madrid le baromètre ne monte jamais à 27 pouces, et qu'on ignore la quantité exacte dont on doit augmenter l'échelle du thermomètre pour avoir le point de l'ébullition de l'eau, dans un endroit où le baromètre est à 28 pouces ; mais en faisant usage des observations précédentes, on verra que la chose est extrêmement facile, et il faut espérer que ces connoissances devenant générales, on parviendra à perfectionner les thermomètres, dont l'usage est de la plus grande importance dans la physique.

Il y a plus, on peut sans s'assujettir à la hauteur du baromètre, à l'air libre, dans un lieu donné, régler un thermomètre d'après une chaleur quelconque de
l'eau,

l'eau, pourvu qu'on ait un appareil semblable à celui qui m'a servi pour mes expériences. En effet, supposons que cet appareil existe ; que le baromètre soit gradué et que le thermomètre ne le soit pas. Il est évident que connoissant, d'après la table de la formule, le degré de chaleur qui correspond à une force expansive quelconque, on sera en état d'assigner le numéro du thermomètre correspondant à une hauteur quelconque du baromètre. Cette détermination se fera avec beaucoup d'exactitude, sur-tout dans les hautes températures, où la marche du baromètre est considérable relativement à celle du thermomètre.

Je pourrois faire plusieurs autres applications de ces expériences, pour mieux démontrer son utilité, expliquant une multitude de phénomènes de la physique et de la chymie, qui viennent de la force expansive de la vapeur qui se dégage de l'eau à différens degrés de chaleur ; mais je crois en avoir dit assez pour que chacun fasse ces applications par lui-même.

Expériences faites avec l'esprit de vin.

Après avoir examiné la force expansive de la vapeur de l'eau, je me suis proposé d'examiner celle de plusieurs fluides élastiques, pour voir si je pouvois trouver quelque loi générale dans cette variété de ressorts entre les différentes substances ; mais mes occupations ne m'ayant pas permis de suivre

ce travail, j'ai été obligé de l'abandonner après avoir fait deux expériences sur l'esprit de vin, dont voici le résultat.

L'appareil étant disposé de la même manière que pour les expériences faites avec l'eau, j'ai mis dans la chaudière la quatrième partie de sa capacité d'esprit de vin, dont la gravité spécifique étoit à celle de l'eau comme 832 est à 1000. Ayant fait le vuide dans la chaudière, le baromètre descendit jusqu'à 14 lignes, de différence entre les deux branches, l'air de la chambre étant à 10 degrés; mais la glace que je mis à la partie extérieure de la chaudière le fit encore descendre de 4 lignes, le thermomètre qui y étoit plongé étant à 0: alors j'ai mis le feu sous la chaudière, et je l'ai ménagé de façon que le thermomètre mettoit plus d'une minute à parcourir chaque degré, et j'ai procédé au reste, de même que dans les expériences sur l'eau.

J'ai répété une autre fois cette même expérience, de la même manière, et ayant pris un terme moyen entre les petites différences des hauteurs du baromètre, données par les deux expériences, et dont nous avons indiqué les causes, j'ai formé la troisième colonne de la table troisième.

On voit dans la planche seconde la courbe ponctuée et décrite d'après les résultats de ces expériences.

J'ai appliqué ensuite la méthode d'interpolation de M. de Prony, dont j'ai parlé plus haut, et elle m'a réussi avec le même succès que pour la vapeur de l'eau.

La formule que j'ai déduit de cette méthode est,

$$y = e^{\mu + \lambda x} + e^{\mu' + \lambda' x} - e^{\chi + \lambda'' x} + e^{\chi' + \lambda''' x} - A$$

y exprime la force expansive correspondante à un degré de chaleur x.

On a de plus,

$$c = 10$$

$$\mu = -0,04853$$

$$\lambda = 0,02393$$

$$\mu' = -0,63414$$

$$\lambda' = -0,096532$$

$$\chi = -2,509542$$

$$\lambda'' = 0,046473$$

$$\chi' = -1,790192$$

$$\lambda''' = 0,029448$$

$$A = 1,12647$$

Cette formule offre les mêmes avantages pour la simplicité et la commodité du calcul que celle de la vapeur de l'eau. Elle est même plus expéditive quoiqu'elle contient un terme constant de plus. En effet, le second terme $e^{\mu' + \lambda' x}$ ayant son exposant entièrement négatif diminue promptement, et peut être négligé dès le dixième degré de température. La différence du troisième et quatrième terme $-e^{\chi + \lambda'' x} + e^{\chi' + \lambda''' x}$ ne commence à avoir une valeur qui mérite qu'on y ait égard qu'au 55° degré du thermomètre,

ensorte que depuis le 10^e degré jusqu'au 55^e degré, l'équation se réduit sensiblement, à $y = e^{u+\lambda x} - A$ et depuis le 55^e jusqu'à 90 elle est

$$y = e^{u+\lambda x} - e^{\chi+\lambda''x} + e^{\chi'+\lambda''x} - A.$$

On peut même observer que les termes $e^{u+\lambda x} - A$ donnent seuls les valeurs aussi exactes jusqu'à environ 70 degrés de température, et qu'à la rigueur ce n'est que dans les 15 ou 20 derniers degrés qu'on a besoin d'employer les termes $- e^{\chi+\lambda''x} + e^{\chi'+\lambda''x}$.

On verra dans la planche seconde la courbe pleine décrite d'après le résultat de cette formule, et on doit remarquer qu'aux environs du soixantième degré de température, elle diffère de celle décrite d'après l'expérience, presque de la même manière que celle de l'eau, par la raison que nous avons donnée du défaut d'exactitude dans la division de l'échelle du thermomètre.

Le résultat du calcul se trouve dans la seconde colonne de la table troisième placée à la fin du mémoire.

Il n'est pas inutile d'observer qu'en comparant entr'elles les forces expansives de l'eau et celle de l'esprit de vin, j'ai trouvé qu'elles étoient, pour une même température, dans le rapport de trois à sept, à très-peu de chose près. Il est vrai que ce rapport commence à diminuer aux environs du quatre-vingtième degré; mais je ne hasarderai pas de donner

la cause de ce changement , parce qu'il nous manque des données préliminaires et sûres sur les capacités de chaleur des différentes substances , et même d'une même substance en différens états , et sur l'élasticité des vapeurs , etc.

Je pourrois faire beaucoup de réflexions sur l'utilité que la chymie et la physique pourroient tirer de la connoissance exacte de la force expansive de tous les fluides : je pourrois comparer mes expériences avec celles de M. Lavoisier , pour prouver l'influence du poids de l'atmosphère sur l'évaporation : je pourrois expliquer une nombreuse quantité de phénomènes de la physique , qui ont pour cause la force expansive de la vapeur de l'eau tiède , etc. mais toutes ces considérations me meneroient trop loin ; cependant je dirai un mot sur l'utilité qu'on pourroit retirer , appliquant ces connoissances à la mécanique.

Nous savons que presque tous les changemens qui se sont faits dans les machines à vapeur , ont eu pour but de diminuer la dépense du combustible dont ces machines ont besoin. Si l'on faisoit des expériences sur la force expansive des différens fluides , peut-être on trouveroit quelque combinaison qui auroit beaucoup plus de force que la vapeur de l'eau , et qui en même-temps ne seroit pas plus coûteuse que le combustible dont on a besoin dans les machines à vapeur. Je suis persuadé que , même

dans l'état actuel de nos connoissances sur cette matière, on pourroit employer l'esprit de vin dans une machine d'une construction particulière, laquelle, avec le même combustible, et sans augmenter la dépense, pourroit produire un effet bien supérieur à celui qu'on obtient par la vapeur de l'eau.

Si les circonstances et mes occupations me permettent de mettre mes idées à exécution, je continuerai mes expériences et mes recherches; je varierai tant l'appareil, que la méthode, afin de bien m'assurer des variétés auxquelles les différentes manières d'échauffer la chaudière peuvent donner lieu, et si les résultats me paroissent dignes de l'attention de l'Académie, je ne négligerai pas de les soumettre à son examen.

TABLE PREMIERE

Des Expériences faites pour connoître la force expansive de la vapeur de l'eau, à différens degrés de température, mesurés sur le Thermometre de Reaumur.

I	2	3	4	5		I	2	3	4	5		I	2	3	4	5
Degrés du Thermometre	I. Expériences faites avec le vase percé d'eau dans la chaudière.				II. Expériences faites avec le vase percé d'eau dans la chaudière.				III. Expériences faites avec le vase percé d'eau dans la chaudière.				IV. Expériences faites avec le vase percé d'eau dans la chaudière.			
Hauteur du Barometre en 1000 de pouces.																
0	0,00	0,00	0,00	0,00		35	1,85	2,15	2,12	2,15		73	21,50	20,60	20,10	19,50
1	0,00	0,00	0,00	0,00		36	2,00	2,30	2,25	2,27		74	23,60	21,70	21,20	20,60
2	0,00	0,00	0,00	0,00		37	2,12	2,45	2,45	2,45		75	24,80	22,80	22,35	21,75
3	0,05	0,02	0,02	0,00		38	2,30	2,65	2,57	2,57		76	26,10	24,00	23,50	22,90
4	0,07	0,05	0,05	0,02		39	2,50	2,80	2,75	2,75		77	27,35	25,35	24,80	24,15
5	0,09	0,10	0,05	0,02		40	2,70	2,97	2,90	2,92		78	28,50	26,50	26,00	25,50
6	0,10	0,12	0,07	0,05		41	2,90	3,15	3,10	3,10		79	29,90	27,80	27,30	26,67
7	0,12	0,15	0,10	0,07		42	3,10	3,35	3,30	3,27		80	31,40	29,00	28,60	28,00
8	0,12	0,20	0,13	0,10		43	3,30	3,60	3,50	3,47		81	32,90	30,90	30,40	29,60
9	0,13	0,25	0,15	0,12		44	3,50	3,85	3,75	3,70		82	34,60	32,50	31,90	31,30
10	0,15	0,27	0,17	0,15		45	3,75	4,10	4,00	3,95		83	36,00	34,10	33,60	33,00
11	0,17	0,30	0,17	0,18		46	4,00	4,35	4,22	4,25		84	38,00	36,00	35,30	34,60
12	0,20	0,33	0,20	0,22		47	4,30	4,65	4,50	4,45		85	39,90	37,70	37,00	36,45
13	0,22	0,37	0,25	0,27		48	4,70	4,95	4,80	4,75		86	41,80	39,60	38,90	38,10
14	0,25	0,40	0,30	0,30		49	5,17	5,25	5,10	5,00		87	43,70	41,40	40,90	40,00
15	0,28	0,45	0,35	0,35		50	5,75	5,60	5,50	5,55		88	45,50	43,60	43,00	42,20
16	0,32	0,50	0,40	0,40		51	6,20	5,95	5,85	5,70		89	47,50	45,60	45,00	44,30
17	0,37	0,55	0,45	0,45		52	6,75	6,40	6,20	6,05		90	49,70	47,80	47,20	46,40
18	0,40	0,60	0,50	0,52		53	7,25	6,80	6,60	6,50		91	51,90	50,10	49,40	48,40
19	0,42	0,67	0,55	0,58		54	7,85	7,30	7,00	6,90		92	54,20	52,20	51,50	50,50
20	0,47	0,75	0,62	0,65		55	8,30	7,80	7,55	7,32		93	56,60	54,30	53,70	53,00
21	0,55	0,77	0,70	0,75		56	8,95	8,35	8,05	7,85		94	58,80	56,80	56,90	56,30
22	0,65	0,85	0,77	0,82		57	9,70	8,85	8,60	8,40		95	61,20	59,20	58,20	57,80
23	0,70	0,92	0,85	0,92		58	10,30	9,45	9,10	8,85		96	63,60	61,80	60,90	60,50
24	0,75	0,97	0,92	0,97		59	10,80	9,90	9,60	9,35		97	66,10	64,00	63,80	63,40
25	0,82	1,00	1,00	1,05		60	11,40	10,35	10,10	9,95		98	69,60	67,00	66,40	66,20
26	0,90	1,07	1,10	1,12		61	12,20	10,90	10,60	10,40		99	72,00	70,00	69,60	69,00
27	0,95	1,20	1,20	1,22		62	12,90	11,50	11,25	11,00		100	75,00	73,00	72,40	71,80
28	1,05	1,30	1,27	1,32		63	13,70	12,25	11,95	11,70		101	78,00	75,80	74,50	73,00
29	1,15	1,40	1,37	1,42		64	14,45	12,90	12,55	12,40		102	80,50	77,60	77,00	76,20
30	1,25	1,52	1,50	1,52		65	15,30	13,70	13,25	13,20		103	83,80	80,00	79,40	81,00
31	1,35	1,62	1,62	1,65		66	16,00	14,35	13,95	13,80		104	86,00	82,80	82,40	84,00
32	1,47	1,75	1,75	1,78		67	16,85	15,10	14,70	14,50		105	89,00	85,80	84,90	86,80
33	1,60	1,87	1,85	1,90		68	17,70	15,90	15,50	15,25		106	91,50	88,00	87,00	89,00
34	1,72	2,00	1,97	2,00		69	18,60	16,70	16,30	16,10		107	94,50	90,60	89,80	91,30
						70	19,50	17,50	17,50	16,90		108	96,00	93,30	92,00	93,50
						71	20,45	18,40	18,00	17,80		109	99,00	96,00	94,50	95,60
						72	21,45	19,40	19,00	18,70		110	101,50	99,00	98,00	98,00

TABLE SECONDE

Des Expériences faites pour connoître la force expansive de la vapeur de l'eau à différens degrés de température, mesurés sur le Thermomètre de Réaumur.

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Degrés du Thermomètre.	Hauteur du baromètre d'après le calcul.	Hauteur du baromètre d'après l'expérience.	Différence entre le calcul & l'expérience.								
0	0,0000	0,00	0,00	35	2,1374	2,15	-0,01	73	19,433	19,50	-0,17
1	0,0176	0,00	+0,01	36	2,2846	2,27	+0,01	74	20,485	20,60	-0,12
2	0,0346	0,00	+0,03	37	2,4401	2,45	-0,01	75	21,587	21,75	-0,17
3	0,0538	0,00	+0,05	38	2,6045	2,57	+0,03	76	22,746	22,90	-0,16
4	0,0747	0,01	+0,05	39	2,7780	2,75	+0,02	77	23,965	24,15	-0,19
5	0,1038	0,01	+0,08	40	2,9711	2,92	+0,05	78	25,260	25,50	-0,14
6	0,1211	0,05	+0,07	41	3,1544	3,10	+0,05	79	26,588	26,67	-0,08
7	0,1508	0,07	+0,08	42	3,3583	3,27	+0,08	80	28,006	28,00	0,00
8	0,1741	0,10	+0,07	43	3,5735	3,47	+0,10	81	29,455	29,60	-0,15
9	0,2073	0,12	+0,08	44	3,8005	3,70	+0,10	82	30,980	31,30	-0,32
10	0,2304	0,15	+0,08	45	4,0399	3,95	+0,09	83	32,575	33,00	-0,42
11	0,2681	0,18	+0,08	46	4,2922	4,25	+0,04	84	34,251	34,60	-0,35
12	0,3039	0,22	+0,09	47	4,5582	4,45	+0,10	85	35,984	36,45	-0,47
13	0,3419	0,27	+0,07	48	4,8386	4,75	+0,08	86	37,800	38,10	-0,30
14	0,3877	0,30	+0,08	49	5,1346	5,00	+0,13	87	38,697	40,00	-0,30
15	0,4258	0,35	+0,07	50	5,4453	5,35	+0,09	88	41,642	42,10	-0,56
16	0,4778	0,40	+0,07	51	5,7706	5,70	+0,07	89	43,730	44,30	-0,67
17	0,5208	0,45	+0,07	52	6,1194	6,05	+0,07	90	45,870	46,40	-0,53
18	0,5730	0,52	+0,05	53	6,4834	6,40	-0,02	91	48,092	48,40	-0,30
19	0,6283	0,58	+0,04	54	6,8667	6,90	-0,03	92	50,408	50,50	-0,10
20	0,6872	0,65	+0,03	55	7,2798	7,32	-0,04	93	52,785	53,00	-0,21
21	0,7497	0,75	0,00	56	7,6948	7,85	-0,15	94	55,253	55,30	-0,05
22	0,8159	0,82	-0,01	57	8,1412	8,40	-0,26	95	57,801	57,80	0,00
23	0,8863	0,90	-0,02	58	8,6221	8,85	-0,23	96	60,423	60,50	-0,08
24	0,9610	0,97	-0,01	59	9,1071	9,35	-0,24	97	63,108	63,40	-0,30
25	1,0402	1,05	-0,01	60	9,6280	9,95	-0,32	98	65,877	66,20	-0,33
26	1,1239	1,12	0,00	61	10,1767	10,40	-0,22	99	68,692	69,00	-0,30
27	1,2127	1,22	-0,01	62	10,7098	11,00	-0,30	100	71,552	71,80	-0,26
28	1,3068	1,32	-0,02	63	11,3360	11,70	-0,34	101	74,444	75,00	-0,56
29	1,4065	1,42	-0,01	64	11,9976	12,40	-0,40	102	77,359	78,20	-0,84
30	1,5019	1,52	-0,02	65	12,6687	13,20	-0,53	103	80,268	81,00	-0,73
31	1,6333	1,65	-0,02	66	13,3743	13,80	-0,43	104	83,259	84,00	-0,74
32	1,7413	1,78	-0,04	67	14,1161	14,50	-0,38	105	85,992	86,80	-0,81
33	1,8671	1,90	-0,03	68	14,8958	15,25	-0,35	106	88,735	89,00	-0,27
34	1,9980	2,00	0,00	69	15,7153	16,10	-0,39	107	91,367	91,30	+0,06
				70	16,577	16,90	-0,32	108	93,815	93,50	+0,31
				71	17,482	17,80	-0,32	109	96,039	95,60	+0,44
				72	18,433	18,70	-0,27	110	98,356	98,00	+0,35

TABLE TROISIEME

Des Expériences faites pour connoître la force expansive de la vapeur de l'esprit de vin, à différents degrés de température, mesurés sur le Thermometre de Réaumur.

1	2	3	4	1	2	3	4
Degrés du Thermometre.	Hauteur du Barometre d'après le calcul.	Hauteur du Barometre d'après l'expérience.	Différence entre le calcul & l'expérience.				
0	0,0000	0,00	0,00	44	8,9751	8,92	+0,05
1	0,0043	0,00	0,00	45	9,5476	9,48	+0,06
2	0,0108	0,00	+0,01	46	10,1516	10,15	0,00
3	0,0478	0,05	-0,01	47	10,7906	10,80	-0,01
4	0,0837	0,09	-0,01	48	11,4606	11,50	-0,04
5	0,1279	0,12	0,00	49	12,1800	12,20	-0,02
6	0,1794	0,18	0,00	50	12,9340	12,85	+0,08
7	0,2377	0,25	-0,01	51	13,7100	13,75	-0,02
8	0,3014	0,32	-0,02	52	14,5720	14,60	-0,03
9	0,3733	0,38	+0,01	53	15,4610	15,50	-0,04
10	0,4502	0,45	0,00	54	16,4000	16,40	0,00
11	0,5330	0,50	+0,01	55	17,3930	17,65	-0,25
12	0,6058	0,62	-0,02	56	18,4420	18,85	-0,51
13	0,7040	0,72	-0,02	57	19,5081	20,00	-0,49
14	0,8077	0,82	-0,02	58	20,6286	21,20	-0,67
15	0,9172	0,95	-0,02	59	21,6071	22,30	-0,70
16	1,0340	1,02	+0,01	60	23,0544	23,70	-0,70
17	1,1553	1,12	+0,03	61	24,3451	24,80	-0,46
18	1,2846	1,25	+0,03	62	25,6107	26,10	-0,50
19	1,4212	1,38	+0,04	63	27,1444	27,40	-0,26
20	1,5655	1,52	+0,04	64	28,6483	28,90	-0,10
21	1,7180	1,65	+0,06	65	30,2262	30,60	-0,38
22	1,8791	1,80	+0,08	66	31,8795	32,00	-0,13
23	2,0494	1,95	+0,09	67	33,6114	33,50	+0,11
24	2,2293	2,10	+0,11	68	35,4258	35,10	+0,32
25	2,4194	2,32	+0,10	69	37,3232	37,20	+0,12
26	2,6202	2,52	+0,10	70	39,3076	39,40	-0,10
27	2,8325	2,75	+0,08	71	41,3807	41,30	+0,08
28	3,0568	2,95	+0,10	72	43,5465	43,50	+0,05
29	3,2937	3,20	+0,09	73	45,8042	46,00	+0,20
30	3,5441	3,40	+0,14	74	48,1589	48,10	+0,05
31	3,8087	3,70	+0,10	75	50,6096	50,20	+0,40
32	4,0883	4,00	+0,08	76	53,1593	52,60	+0,55
33	4,3837	4,30	+0,08	77	55,8095	55,30	+0,50
34	4,6958	4,60	+0,09	78	58,3968	57,90	+0,49
35	5,0256	4,95	+0,07	79	61,3057	61,00	+0,30
36	5,3741	5,28	+0,09	80	64,3524	63,80	+0,55
37	5,6423	5,55	+0,09	81	67,4095	66,90	+0,56
38	6,1315	6,00	+0,13	82	70,4967	69,80	+0,70
39	6,5426	6,45	+0,09	83	73,7647	73,40	+0,36
40	6,9770	6,90	+0,07	84	77,0764	76,90	+0,17
41	7,4360	7,35	+0,08	85	80,4708	79,60	+0,87
42	7,9211	7,82	+0,10	86	83,9351	83,60	+0,33
43	8,4336	8,37	+0,06	87	87,4625	87,10	+0,36
				88	91,1366	90,80	+0,34
				89	94,6580	95,00	-0,33
				90	98,2764	98,00	+0,27

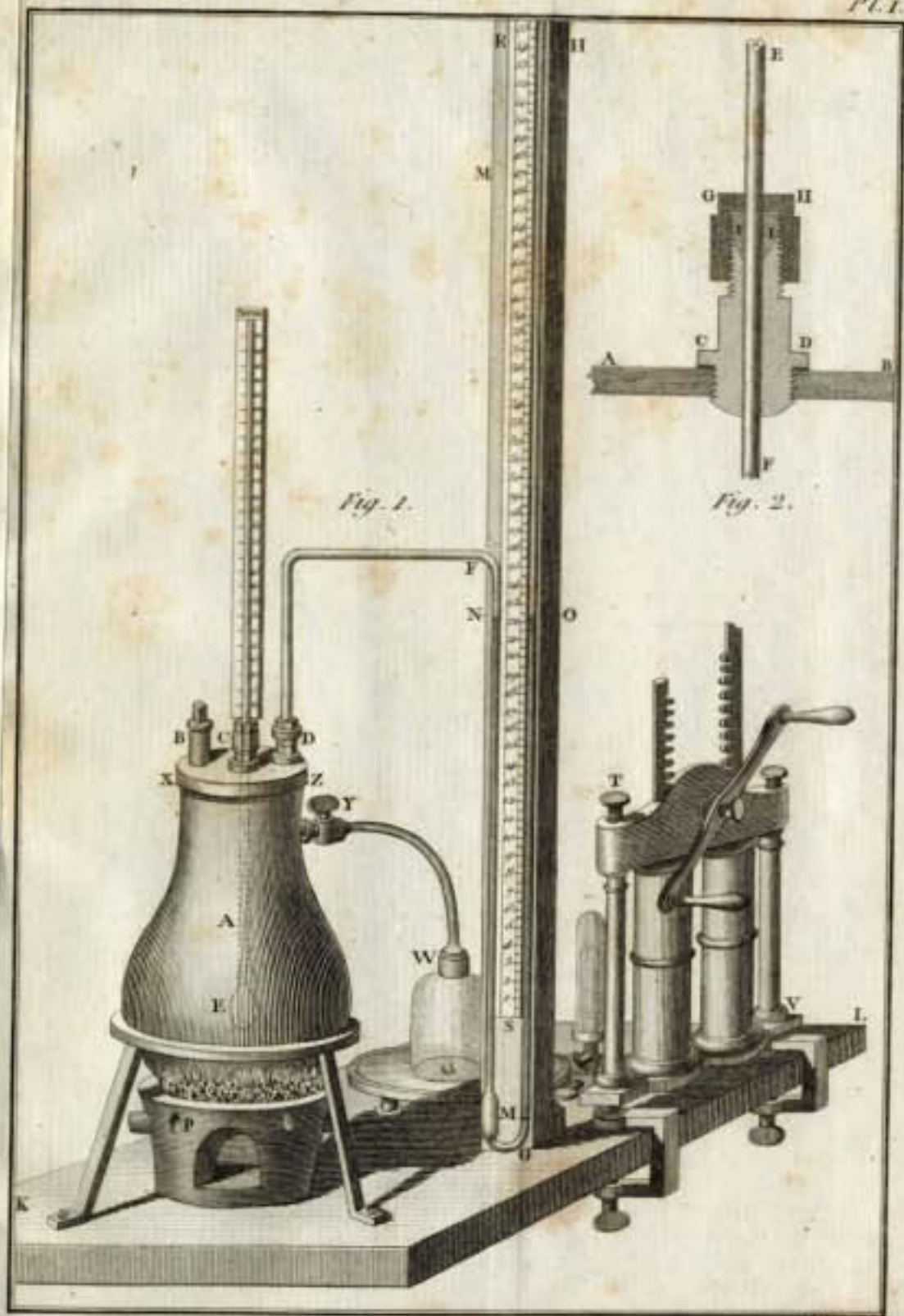
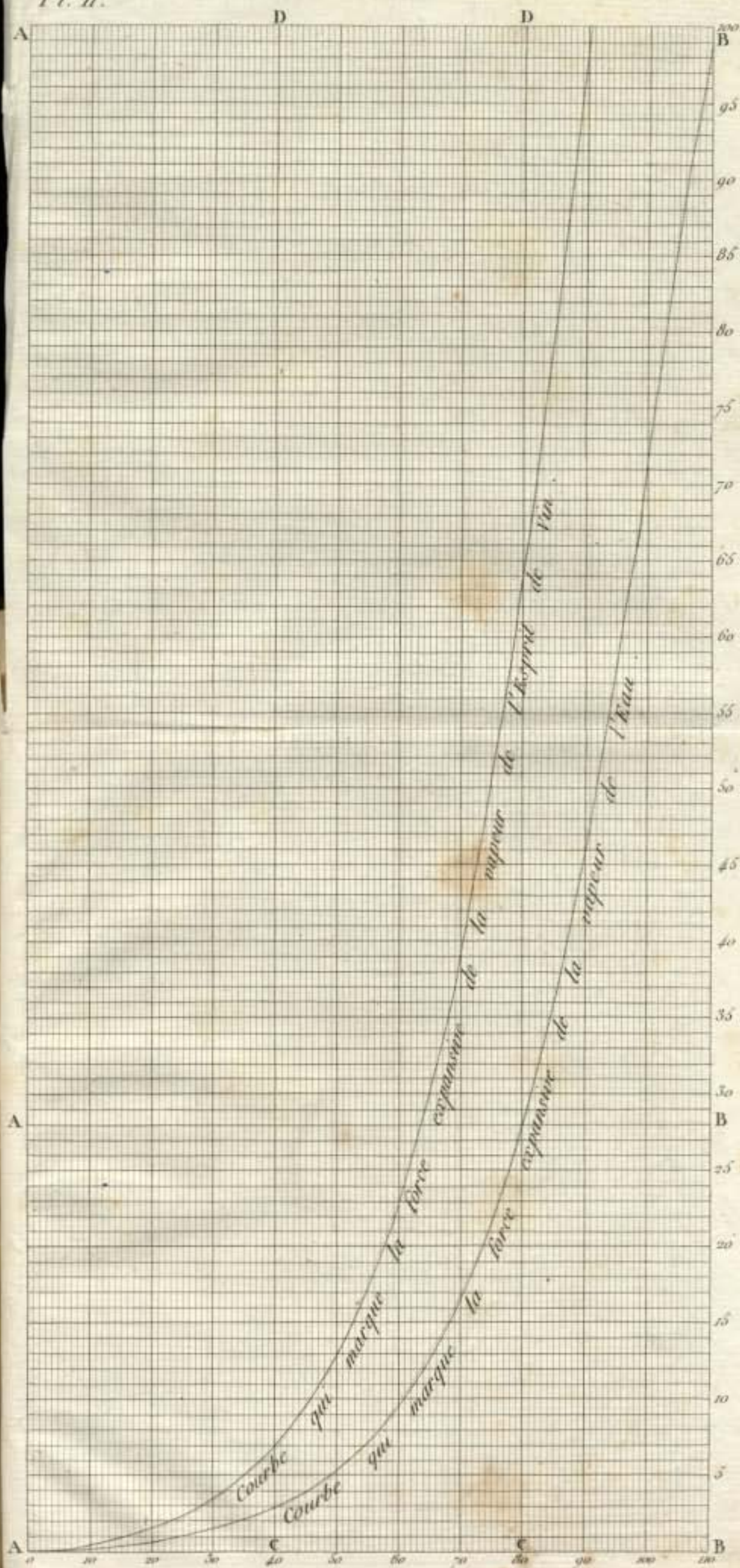
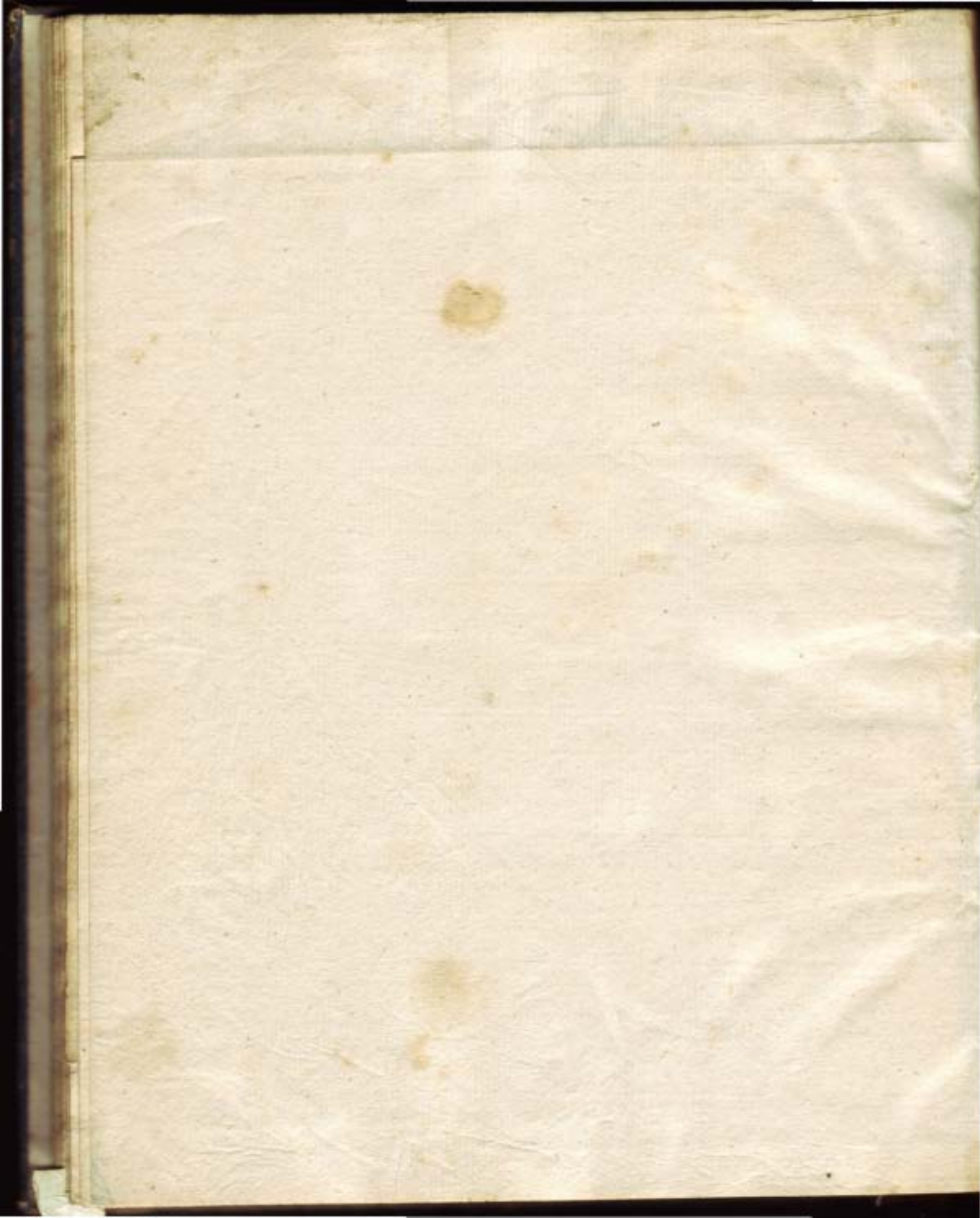


Fig. 1.

Fig. 2.





T/181

-b-

